

# Matemática IV 2019- Avaliação 2

Prof. Gabriel Ponce

RA (Legível) :

1	2	3	4	5	6	Total

Instruções:

- **Horário de início: 8:00h**    **Horário de encerramento: 9:55h.**
- Esta avaliação é individual e não é permitido uso de celular, calculadora ou qualquer aparelho eletrônico. Caso o(a) aluno(a) fizer uso destes recursos ou for identificada qualquer forma de cola ou fraude a avaliação será anulada;
- Indique quais questões você escolheu circulando o número da questão na tabela acima;
- Coloque **APENAS** o RA em **TODAS** as folhas;
- Não se esqueça de verificar as hipóteses dos teoremas necessários antes de aplica-los;
- Justifique bem suas soluções;
- Devolva esta folha juntamente com as soluções ao final da avaliação.
- Dentre os quatro problemas escolhidos, um deles **DEVE OBRIGATORIAMENTE** ser o **PROBLEMA 5** ou o **PROBLEMA 6**. Caso forem feitos apenas os problemas 1,2,3 e 4, apenas os três primeiros serão corrigidos.

# Matemática IV 2018- Avaliação 2

Prof. Gabriel Ponce

Faça 4 problemas sendo que pelo menos um deles deve ser o problema 5 ou o problema 6.

---

**Problema 1:** (2.5) Seja

$$f(z) = (e^{-x} \cos y - e^x \operatorname{sen} y) + i(e^x \cos y - e^{-x} \operatorname{sen} y), \quad z = x + iy,$$

calcule o valor da integral:

$$\int_C f(z) dz$$

onde  $C$  é a curva dada na figura 1:

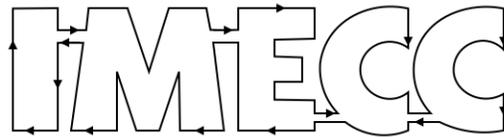


Figura 1: Curva  $C$ , também conhecida como #IMECC.

**Problema 2:**

- (1.0) Defina os três tipos de singularidades isoladas (essencial, removível e polo de ordem  $m$ ).
- (1.5) Classifique todas as singularidades da função (ou seja, para cada singularidade determine em qual dos três tipos ela se encaixa):

$$f(z) = \frac{1}{(z+i)^2} + e^{\frac{1}{1-z}}.$$

**Problema 3:** Determine a expansão em série de potências de

$$f(z) = \frac{1}{(z+2)(z-1)}$$

na região:

a) (1.5)  $|z| < 1$ .

b) (1.0)  $1 < |z| < 2$ .

**Problema 4:** (2.5) Utilize resíduo no infinito para calcular

$$\int_C \frac{1 + 3z^2}{3z + z^3} dz,$$

onde  $C$  é um caminho fechado simples, orientado positivamente, contendo todas as raízes do polinômio  $3z + z^3$  em seu interior.

---

**Problema 5:**

a) (1.0) Enuncie o teorema da fórmula da integral de Cauchy e sua versão generalizada.

b) (1.5) Seja  $P(z)$  um polinômio de grau  $n$  tal que  $P(0) = 1$ , defina

$$Q(z) := z^n \cdot P\left(\frac{1}{z}\right).$$

Dado  $z_0 \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$  qualquer, calcule

$$\int_C \frac{Q(z)}{(z - z_0)^n} dz,$$

onde  $C$  é a curva fechada simples contendo  $z_0$  em seu interior.

**Problema 6.**(2.5) Calcule a integral

$$\int_C \frac{e^{1/z}}{z(z+1)^2} dz$$

onde  $C$  é o círculo de centro em  $z_0 = 0$  e raio  $R = 1/2$  orientado positivamente.

---

Boa prova !! Foi um prazer lecionar para vocês neste semestre!  
Au revoir =)