

**Topologia Geral - MA/MM-453 - Prof. Gabriel Ponce**  
Testinho 2

**Instruções:**

- Coloque o nome e RA de todos os integrantes em TODAS as folhas;
- **Justifique bem as soluções. Lembre-se: Parte da nota atribuída à solução será para a escrita;**

**Questão 1:** Sejam  $X$  um espaço topológico e  $Y$  um espaço topológico compacto. Considere o espaço  $X \times Y$ . Mostre que, se  $N$  é um aberto em  $X \times Y$  tal que

$$\{x_0\} \times Y \subset N,$$

então existe uma vizinhança  $W$  de  $x_0$  em  $X$  tal que

$$W \times Y \subset N.$$

**Questão 2:** Sejam  $X$  e  $Y$  espaços topológicos. Seja  $f : X \rightarrow Y$  uma função com  $Y$  compacto. Mostre que  $f$  é contínua se, e somente se, o gráfico de  $f$ ,

$$G_f := \{(x, f(x)) : x \in X\}$$

é fechado em  $X \times Y$ .

**Questão 3:** Seja  $X$  espaço topológico metrizável. Mostre que são equivalentes:

- 1)  $X$  é compacto.
- 2)  $X$  é LPC.
- 3)  $X$  é sequencialmente compacto.

**Questão 4:** Mostre que  $X = (0, 1)$  é Hausdorff localmente compacto e que a compactificação de Alexandroff de  $X$  é homeomorfa a  $S^1 = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1\}$ .