

ChocOlimpíada de MAT *IV* - Segundo período

Prof. Gabriel Ponce
IMECC- UNICAMP

Problema 3. (80 pts)

Seja f uma função analítica em uma vizinhança

$$B(z_0, \varepsilon) = \{z \in \mathbb{C} : |z - z_0| < \varepsilon\}.$$

Suponha que para todo $z \in B(z_0, \varepsilon)$ tenhamos

$$|f(z)| \leq |f(z_0)|.$$

Prove que f é constante nesta vizinhança.

OBS: Este problema faz parte de um lema utilizado para demonstrar o Princípio do Módulo Máximo, portanto, ele deve ser demonstrado sem utilizar tal princípio.