

Matemática IV 2018- Avaliação 3

Prof. Gabriel Ponce

RA (Legível) :

1	2	3	4	5	B	Total

Instruções:

- **Horário de início: 19:00h Horário de encerramento: 19:55h.**
- Esta avaliação é individual e não é permitido uso de celular, calculadora ou qualquer aparelho eletrônico. Caso o(a) aluno(a) fizer uso destes recursos ou for identificada qualquer forma de cola ou fraude a avaliação será anulada;
- Indique quais questões você escolheu circulando o número da questão na tabela acima;
- Coloque **APENAS** o RA em **TODAS** as folhas;
- Não se esqueça de verificar as hipóteses dos teoremas necessários antes de aplica-los;
- Justifique bem suas soluções;
- Devolva esta folha juntamente com as soluções ao final da avaliação.

Matemática IV 2018- Avaliação 3

Prof. Gabriel Ponce

Escolha 4 problemas dentre os problemas 1 – 5 listados abaixo.

Problema 1: Determine a expansão em série de potências de

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-3)}$$

na região:

a) (1.5) $|z| < 1$.

b) (1.0) $1 < |z| < 3$.

Problema 2:

a) (1.0) Defina os três tipos de singularidades isoladas (essencial, removível e polo de ordem m).

b) (1.5) Classifique todas as singularidades da função (ou seja, para cada singularidade determine em qual dos três tipos ela se encaixa):

$$f(z) = \frac{1}{(z+i)^2} + e^{\frac{1}{1-z}}.$$

Problema 3: (2.5) Utilize resíduo no infinito para calcular

$$\int_C \frac{1+z^2+z^4}{1+z^2-z^5} dz,$$

onde C é um caminho fechado simples, orientado positivamente, contendo todas as raízes do polinômio $1+z^2-z^5$ em seu interior.

Problema 4.(2.5) Utilizando o Teorema dos resíduos de Cauchy calcule a integral

$$\int_C e^{1/z} + \frac{z^{2019} + 3}{(z+1)^2} dz$$

onde C é o círculo de centro em $z_0 = 1$ e raio $R = 4$ orientado positivamente.

Problema 5. Seja C o círculo $|z| = 1$ orientado positivamente.

a) (1.0) Calcule

$$\int_C z^n e^{1/z} dz.$$

b) (1.5) Mostre que

$$\int_C e^{z+\frac{1}{z}} dz = 2\pi i \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!}.$$

Bônus.(1.0) Enuncie e demonstre o Teorema dos Resíduos de Cauchy.

Boa prova!! Foi um prazer lecionar para vocês neste semestre!