

Matemática IV 2018- Avaliação 2

Prof. Gabriel Ponce

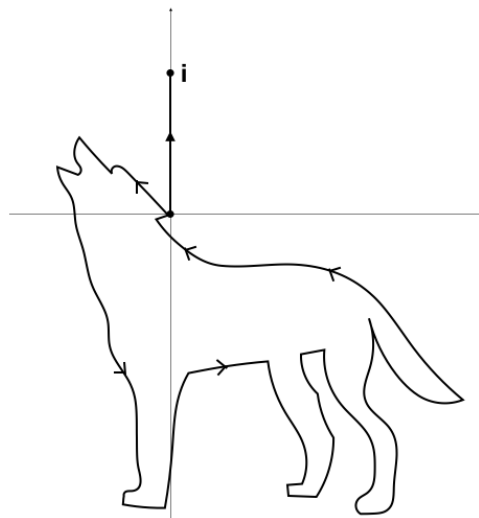
Resolva o problema 1.

Problema 1: Seja $w := \text{V.P.}(2i)^i$, onde “V.P.” denota o valor principal.

- a) (1.0) Calcule w .
 - b) (0.5) Calcule o argumento principal $\text{Arg}(w)$.
 - c) (1.0) Determine o logaritmo principal $\text{Log } w$.
-

Escolha DOIS dentre os problemas 2 – 4.

Problema 2: (2.5) A seguinte figura mostra uma curva C no plano complexo, formada por um cachorro uivando e um segmento de reta, cujo ponto inicial é a origem, o ponto final é i e C está orientada conforme indicado.



Calcule

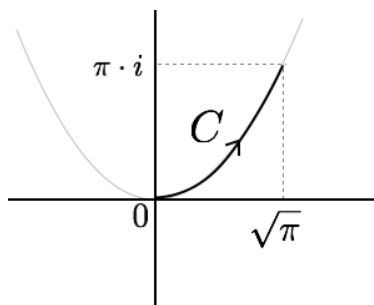
$$\int_C z^3 + 1 dz.$$

Problema 3: (2.5) Sem calcular o valor da integral, mostre que: se C for a fronteira do triângulo com vértices nos pontos $z_0 = 0$, $z_1 = 3i$, e $z_2 = -4$ orientada no sentido anti-horário, então teremos

$$\left| \int_C (e^z - \bar{z}) dz \right| \leq 60$$

Problema 4: (2.5)

- a) (1.5) Seja C o arco da curva descrita pela equação $y = x^2$ (onde $z = x + iy$) do ponto 0 ao ponto $\sqrt{\pi} + \pi \cdot i$ conforme mostra a figura.



Calcule

$$\int_C e^z dz.$$

- b) (1.0) Utilizando o resultado da alternativa (a) calcule:

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} e^x \cdot (\cos(x^2) - 2x \cdot \text{sen}(x^2)) dx.$$

Resolva o problema 5.

Problema 5.

- a) (0.5) Enuncie o Teorema da fórmula da integral de Cauchy generalizada.

- b) (2.0) Seja C o caminho fechado simples orientado positivamente apresentado na figura 1 calcule

$$\int_C \frac{e^z \operatorname{sen} z}{(z - 3i)(z^2 - 1)} dz$$

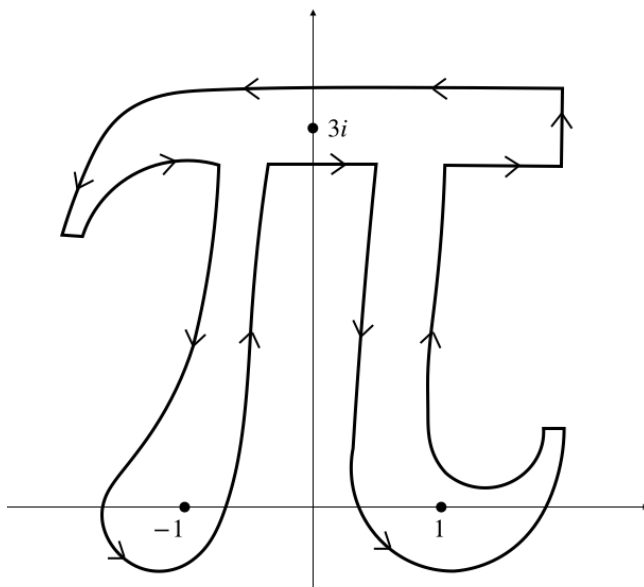


Figura 1: Curva C

Bônus.(1.0) Demonstre o Teorema da Fórmula da Integral de Cauchy.

Boa Prova!!