Matemática IV 2018-Exame Final

Prof. Gabriel Ponce

RA (Legível) :

1	2	3	4	5	6	7	Total

Instruções:

- **Horário de início: 21:00h Horário de encerramento: 22:50h.**
- Esta avaliação é individual e não é permitido uso de celular, calculadora ou qualquer aparelho eletrônico. Caso o(a) aluno(a) fizer uso destes recursos ou for identificada qualquer forma de cola ou fraude a avaliação será anulada;
- Indique quais questões você escolheu circulando o número da questão na tabela acima;
- Coloque **APENAS** o RA em **TODAS** as folhas;
- Não se esqueça de verificar as hipóteses dos teoremas necessários antes de aplica-los;
- Justifique bem suas soluções;
- Devolva esta folha juntamente com as soluções ao final da avaliação.

Matemática IV 2018- Exame

Prof. Gabriel Ponce

Escolha 4 **problemas dentre os** 7 **listados abaixo.**

Problema 1 **(2.5)**.

a) (1.25) Seja $z = 1 + i$, $w = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$, calcule $z^4 \cdot w^{-6}$.
Obs: coloque o resultado final na forma $x + iy$

b) (1.25) Seja $z = 8 \cdot i$ calcule os três elementos do conjunto $z^{1/3}$.
Obs: coloque o resultado final na forma $x + iy$

Problema 2 **(2.5)**.

a) (1.0) Calcule

$$\lim_{z\to\infty} \frac{z^2(z+3) + i \cdot \cos\left(\frac{1}{|z|}\right)}{z^3 + 2z + 1}.$$

b) (1.0) Mostre que não existe

$$\lim_{z\to 0} \frac{\mathrm{Re}(z) \cdot z}{|z|^2}.$$

c) (0.5) Calcule

$$\lim_{z\to 2+i} \frac{3 + 4i - z^2}{(2 + i - z)(3z - i)}.$$

Problema 3 **(2.5)**. Seja $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ dada por $f(x+iy) = (2x+y)^2 + i \cdot (2y-x)^2$. Determine todos os pontos onde f é diferenciável e calcule o valor da derivada nesses pontos.

Problema 4 **(2.5)**. Seja $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ a função dada por

$$f(z) = e^x(x\cos y - y \operatorname{sen} y) + i \cdot e^x \cdot (x \cdot \operatorname{sen} y + y \cdot \cos y)),\ z = x + iy,$$

determine

$$\int_C f(z)\, dz$$

onde C é o círculo de centro em $z = 2018 \cdot i$ e raio $R = 1$ orientado positivamente.

Problema 5 **(2.5)**. Seja C qualquer contorno fechado simples, positivamente orientado, e seja

$$g(z) = \int_C \frac{s^3 + 2s}{(s - z)^3} ds.$$

Mostre que $g(z) = 6\pi i \cdot z$ quando z está dentro de C e que $g(z) = 0$ quando z está fora.

Problema 6 **(2.5)**. Determine a expansão em série de potências de

$$f(z) = \frac{i}{(z - 2i)(z - i)}$$

na região:

a) (1.25) $|z| < 1$.

b) (1.25) $1 < |z| < 2$.

Problema 7 **(2.5)**. Utilizando o Teorema dos resíduos de Cauchy calcule a integral

$$\int_C \frac{z^4 + 1}{z(z - i)} dz$$

onde C é o círculo de centro em $z_0 = 1$ e raio $R = 4$ orientado positivamente.

Boa Prova !!