Matemática IV 2018- Avaliação 2

Prof. Gabriel Ponce

RA (Legível) :

1	2	3	4	5	6	B	Total

Instruções:

- **Horário de início: 19:00h   Horário de encerramento: 20:55h.**
- Esta avaliação é individual e não é permitido uso de celular, calculadora ou qualquer aparelho eletrônico. Caso o(a) aluno(a) fizer uso destes recursos ou for identificada qualquer forma de cola a avaliação será anulada;
- Indique quais questões você escolheu circulando o número da questão na tabela acima;
- Coloque o RA em **TODAS** as folhas;
- Não se esqueça de verificar as hipóteses dos teoremas necessários antes de aplica-los;
- Justifique bem suas soluções;
- Devolva esta folha juntamente com as soluções ao final da avaliação.

Matemática IV 2018- Avaliação 2

Prof. Gabriel Ponce

Escolha o problema 1 OU 2.

Problema 1: Calcule

a) (1.5) $V.P.(-1+i)^{2i}$. Qual é o módulo deste valor?

b) (1.0) $\cos(\pi \cdot i)$

Problema 2:

a) (1.5) Calcule $V.P.(-1+i)^{2i}$. Qual é o módulo deste valor?

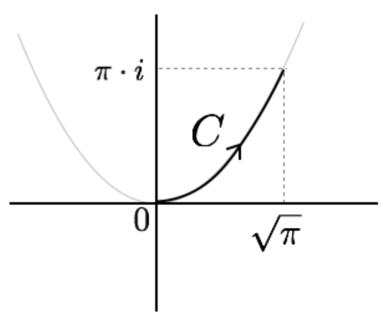
b) (1.0) Mostre que se $\mathcal{R}e(z_1) > 0$ e $\mathcal{R}e(z_2) > 0$ então

$$\operatorname{Log}(z_1 \cdot z_2) = \operatorname{Log} z_1 + \operatorname{Log} z_2.$$

Escolha DOIS dentre os problemas $3-5$.

Problema 3:

a) (1.5) Seja C o arco da curva descrita pela equação $y = x^2$ (onde $z = x + iy$) do ponto 0 ao ponto $\sqrt{\pi} + \pi \cdot i$ conforme mostra a figura.



Calcule

$$\int_C e^z \, dz.$$

b) (1.0) Utilizando o resultado da alternativa (a) calcule:

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} e^x \cdot (\ \cos(x^2) - 2x \cdot \operatorname{sen}(x^2)\ )\ dx.$$

Problema 4: (2.5) Sem calcular o valor da integral mostre que

$$\left| \int_C \frac{z^2+1}{z+1}\ dz \right| \leq \frac{45\pi}{3-\sqrt{2}},$$

onde C é o semi-arco dado por $z = i + 3e^{i\theta}$, $0 \leq \theta \leq \pi$.

Problema 5: (2.5) Seja $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ a função dada por

$$f(z) = e^x(x\cos y - y \operatorname{sen} y) + i \cdot e^x \cdot (x \cdot \operatorname{sen} y + y \cdot \cos y)),\ z = x + iy,$$

determine

$$\int_C g(z)\ dz$$

onde C é o círculo de centro em $z = 2018 \cdot i$ e raio $R = 1$ orientado positivamente.

Resolva o problema 6.

Problema 6.

a) (1.0) Enuncie o Teorema da fórmula da integral de Cauchy e o Teorema da fórmula da integral de Cauchy generalizada.

b) (1.5) Seja C o círculo $|z| = 4$ orientado positivamente. Calcule

$$\int_C \frac{e^z \operatorname{sen} z + e^{-z}\cos z}{z^2 - \pi^2}\ dz$$

Bônus.(1.0) Demonstre o Teorema da Fórmula da Integral de Cauchy.

Boa Prova!!