Questões	Valores	Notas
$1.^a$	2.5	
$2.^a$	2.5	
$3.^a$	2.5	
$4.^a$	2.5	
$5.^a$	2.0	
Total	12.0	

Prova 3 de MA- 327– Álgebra Linear - Turmas A e B

$2.^o$ semestre de 2017 – 30/11/2017

Nome:____

RA:____

Turma:_______________________________________

$1.^a$ Questão.

a) Em $P_2(\mathbb{R})$ com o produto interno definido por

$$\left\langle a_1 + b_1 t + c_1 t^2, a_2 + b_2 t + c_2 t^2 \right\rangle = a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2,$$

seja $W = \{p(t) \in P_2(\mathbb{R}) : p(0) - p'(0) = 0\}$. Determine uma base para W e uma base para seu complemento ortogonal $W^{\perp}$. (1.25)

b) No espaço das funções reais contínuas definidas no intervalor $[1, 3]$, $C[1, 3]$ com o produto interno $\langle f, g\rangle = \int_1^3 f(t)g(t)dt$, tome a função $h(t) = 1/t$. Mostre que a função constante mais próxima de $h(t)$ é dada por $g(t) = \frac{1}{2}\log 3$. Calcule a distância entre g e h. (1.25)

2.^{a} Questão. Seja $V = C^2[0,1]$ o espaço das funções reais diferenciáveis e com derivada diferenciável e segunda derivada contínua, munido com o produto interno $\langle f, g\rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$. Considere o subespaço $W = \{f(t) \in V : f(0) = f(1) = 0\}$ e o operador $T : W \longrightarrow V$ definido por

$$T(f)(t) = f''(t).$$

Mostre que T é simétrico.

3.^{a} Questão.

1) (1.0) Seja $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ satisfazendo $ac > b^2$ e $a > -c$. Mostre que A é positiva definida.

2) (0.5) Determine se a matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & -9 \\ 0 & 0 & -9 & 9 \end{pmatrix}$ é positiva definida.

3) (1.0) Determine se a matriz $\begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & -\frac{i}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} \\ \frac{i}{\sqrt{2}} & -\frac{i}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$ é unitária.

4.^{a} Questão. Seja $A \in M_n(\mathbb{C})$ uma matriz qualquer. Mostre que

1) (1.75) $\overline{A}^t \cdot A - A \cdot \overline{A}^t$ é uma matriz diagonalizável
2) (0.75) $\det(A) = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \ldots \cdot \lambda_n$ onde $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ são os autovalores de A contados com multiplicidade.

5.^{a} Questão. Dada a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Encontre a forma canônica de Jordan de A. (1.25)

b) Encontre A^{39}. (0.75)

Boa Prova!