Questões	Valores	Notas
1.^{a}	2.5	
2.^{a}	2.5	
3.^{a}	2.5	
4.^{a}	2.5	
Total	10.0	

Exame de MA- 327– Álgebra Linear - Turmas A e B

2.^{o} semestre de 2017 – 12/12/2017

Nome:____

RA:____

Turma:____

1.^{a} Questão. Sejam $S_1 = \{a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 : a_3 - a_2 + a_1 = 0\}$ e $S_2 = [t + 2t^2 + t^3, 1 + t + t^2, t^3]$ dois subespaços de $P_3(\mathbb{R})$.

a)) (0.5) Seja $p(t) = -2 + t + 4t^2 + 3t^3$. Verifique que $p(t) \in S_1 \cap S_2$.

b) (1.0) Determine a base e a dimensão de $S_1 \cap S_2$.

c) (1.0) Determine um subespaço W de $P_3(\mathbb{R})$ tal que $S_1 \oplus W = P_3(\mathbb{R})$.

2.^{a} Questão. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ a transformação linear dada por

$$T(x, y, z) = (x, x + 2y, -3x - 3y - z)$$

e seja $\beta = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ a base canônica de $\mathbb{R}^3$.

a) (0.5) Calcule os autovalores de T.

b) (1.0) Determine o autoespaço associado a cada autovalor de T.

c) (1.0) Diagonalize T, ou seja, encontre uma matriz diagonal D e uma matriz invertível P de forma que

$$[T]_\beta^\beta = P^{-1} \cdot D \cdot P.$$

Obs: Após encontrar P^{-1} não precisa inverter para calcular P, basta deixar indicado.

3.^{a} Questão. Seja $V = \mathbb{R}^4$ considere o subespaço W dado por

$$W = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x + 2y + 3z + 4w = 4x + 3y + 2z + w = 0\}.$$

a) (1.0) Encontre uma base para W e uma base para $W^{\perp}$
b) (1.0) Encontre uma base ortogonal de $\mathbb{R}^4$ que contém uma base de W.
c) (0.5) Seja $P : \mathbb{R}^4 \to W$ a projeção ortogonal sobre o espaço W. Calcule $P(0, 1, 0, 0)$.

4.^{a} Questão. (2.5) Sejam V um espaço vetorial real munido do produto interno $< \cdot, \cdot >$ e $T : V \to V$ um operador linear. Mostre que quaisquer duas das seguintes propriedades implicam a terceira:

i) T é simétrico;
ii) T é uma isometria sobre V;
iii) $T^2 = Id$.

Boa Prova!