

MA 327 - Turma A

Prof. Gabriel Ponce
IMECC- UNICAMP

Problema 4. [Não entregar] Sejam a_1, a_2, \dots, a_n reais estritamente positivos. Mostre que

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n) \cdot \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2.$$

Dica: utilize a desigualdade de Cauchy-Schwarz em \mathbb{R}^n

Problema 5. [Lei do paralelogramo] Seja V um espaço vetorial real e $\|\cdot\| : V \rightarrow \mathbb{R}$.

a) Supondo que $\|\cdot\|$ é a norma induzida por um produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ em V , prove que

$$\|v + u\|^2 + \|v - u\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2,$$

para todos $u, v \in V$.

b) Suponha que a norma $\|\cdot\|$ satisfaz:

$$\|v + u\|^2 + \|v - u\|^2 = 2\|u\|^2 + 2\|v\|^2, \quad \text{para todos } u, v \in V.$$

Mostre que $\|\cdot\|$ é uma norma que é induzida por algum produto interno em V .