MA 327 - Turma A

Prof. Gabriel Ponce
IMECC- UNICAMP

Problema 2. Sejam V um espaço vetorial real de dimensão finita munido do produto interno $< \cdot, \cdot >$ e $\beta = \{v_1, \ldots, v_n\}$ uma base de V. Dados escalares $c_1, c_2, \ldots, c_n$, mostre que existe um único elemento $u \in V$ tal que

$$< u, v_i >= c_i$$

para todo $i = 1, 2, \ldots, n$.

Problema 3. Considere o espaço vetorial real $P_3(\mathbb{R})$ com o produto interno

$$< p, q >= \int_{-1}^{1} p(x)q(x)x^2 dx; \quad p, q \in P_3(\mathbb{R}).$$

a) Determine a matriz do produto interno $< \cdot, \cdot >$ em relação à base canônica $\beta = \{1, x, x^2, x^3\}$.

b) Considere o polinômio $p \in P_3(\mathbb{R})$ dado por $p(x) = 2 - x + 4x^2 + x^3$. Calcule o produto interno $< p, p >$ utilizando a matriz do produto interno, isto é,

$$< p, p >= X^T A X$$

onde A é a matriz do produto interno e $X \in M_{3\times 1}(\mathbb{R})$ é o vetor das coordenadas do polinômio p com relação à base canônica.