ChocOlimpíada de Análise 1 - Segundo período

Prof. Gabriel Ponce
IMECC- UNICAMP

Problema 5. (40 pts)
Seja $n \in \mathbb{N}^*$ um número natural fixo e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função contínua satisfazendo:

- $f(0) = 0$, $f(1) = 1$;
- $f^{(n)}(x) = x$, para todo $x \in [0,1]$, onde $f^{(n)}$ indica a composição $f \circ f \circ f \circ ... \circ f$ de n funcões f.

Prove que $f(x) = x$ para todo $x \in [0,1]$.

Problema 6. (40 pts) Determine todas as funções contínuas $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ satisfazendo

$$f(x+y) = f(x) + f(y).$$