

Matemática IV - Avaliação 3

Prof. Gabriel Ponce

Instruções:

- Esta prova deve ser entregue, impreterivelmente, até às 23 : 59h de quinta feira 30/06.
- A entrega pode ser feita por email (desde que a digitalização esteja legível) ou na sala do professor.
- A prova deve ser feita individualmente.
- É permitido o uso de materiais de consulta como livros, notas de aula e materiais da internet desde que em momento algum isso envolva outra pessoa resolvendo o exercício no lugar do aluno(a). Assim, não é permitido que as questões dessa prova sejam postadas em fóruns ou redes sociais. Caso isso ocorra e tal fato venha ao conhecimento do docente, a avaliação dos alunos envolvidos será anulada.
- Caso o monitor PAD ofereça monitoria durante os dias desta avaliação, será permitido tirar dúvidas referentes à matéria mas, em nenhum caso, será permitido tirar dúvidas sobre questões específicas desta avaliação (isto inclui as questões envolvendo definições e enunciados de Teoremas).
- Qualquer dúvida sobre digitação ou objetivo de alguma questão deve ser sanada via email ou pessoalmente na sala do professor.
- No final deste PDF se encontra um pequeno questionário sobre as monitorias PAD. Este questionário não será utilizado pelo docente para avaliar o monitor ou desempenho dos alunos. Ele foi elaborado a pedido do monitor PAD para que ele possa ter um feedback sobre os atendimentos e receber eventuais sugestões que possam ajudá-lo. Assim, peço que todos preencham.

Matemática IV - Avaliação 3

Prof. Gabriel Ponce

Nome:

RA:

Atenção:

- Não se esqueça de colocar nome em TODAS as folhas.
 - Justifique bem os passos de cada solução.
-

Problema 1:

- a) (1.0) Enuncie e demonstre o Teorema de Expansão em Séries de Taylor.
- b) (1.0) Determine a expansão em Série de Taylor, ao redor de $z = 0$, da seguinte função:

$$f(z) = z^3 \operatorname{sen}(5z^2)$$

e calcule a derivada

$$f^{(9)}(0).$$

Problema 2: (0,5) Enuncie o Teorema de Expansão em Séries de Laurent.

Problema 3: (2.0) Determine a expansão em série de potências, ao redor de $z_0 = 0$, da função:

$$f(z) = \frac{z}{(z - i)(z - 4i)}$$

na região:

- a) $|z| < 1$;
- b) $1 < |z| < 4$;
- c) $4 < |z| < \infty$.

Problema 4:

i) (1.0) Em cada item, defina e apresente um exemplo de:

- a) Singularidade isolada;
- b) Polo;
- c) Singularidade essencial;
- d) Singularidade removível.

ii) (1.0) Determine todas as singularidades isoladas da seguinte função e, para cada uma delas, diga se ela é essencial, removível ou se é um polo (neste caso diga também a ordem do polo).

$$f(z) = e^{1/(z-1)} + \frac{1}{z-i}$$

Problema 5: (1.5) Mostre que

$$\operatorname{Res}_{z=i} \frac{\operatorname{Log} z}{(z^2 + 1)^2} = \frac{\pi + 2i}{8}$$

Problema 6: Determine o valor da integral

$$\int_C \frac{2z^7 + 9}{(z-1)(z^2 + 16)} dz,$$

onde C é o círculo:

- a) (1.0) $|z| = 5$ orientado positivamente ;
- b) (1.0) $|z + i| = 2$ orientado positivamente.

Problema Extra: (1.0) Enuncie e demonstre o Teorema dos Resíduos de Cauchy.

Obs: Em sala primeiro demonstramos para o caso de ter apenas um resíduo e depois generalizamos. Aqui você deve demonstrar tudo, ou seja, o caso com apenas um resíduo e depois generalizar.

Boa Prova!!

