

Matemática IV - Avaliação 2

Prof. Gabriel Ponce

Nome:

RA:

1	2	3	4	5	6	B-1	B-2	Total

Instruções:

- Coloque o nome em **TODAS** as folhas;
- Não esqueça de verificar as hipóteses dos teoremas antes de aplica-los;
- Devolva esta folha juntamente com as soluções ao final da atividade.

Escolha o problema 1 OU 2.

Problema 1: (2.5) Seja z o valor principal de $(i + 1)^i$, calcule o conjunto $\log z$.

Problema 2: (2.5) Seja f uma função complexa, analítica em um domínio D . Suponha que $f'(z) = 3$ para todo $z \in D$ e que $f(0) = 1$. Determine f .

Escolha TRÊS dentre os problemas 3 – 6.

Problema 3: (2.5) Seja C o círculo dado por $|z| = 3$, calcule

$$\int_C \left(\frac{1}{z} + z^2 \right) dz.$$

Problema 4: (2.5) Sem calcular o valor da integral, mostre que:

$$\left| \int_C \frac{z(z+i)}{z-4} dz \right| \leq \frac{60\pi}{\sqrt{17}-3},$$

onde C é o semi-arco dado por $z = i + 3e^{i\theta}$, $0 \leq \theta \leq \pi$.

Problema 5:

- a) (1.25) Enuncie o Teorema de Cauchy-Goursat.
- b) (1.25) Calcule a integral de $f(x+iy) = (x^2 + e^x \cos y - y^2) + i(2xy + e^x \operatorname{sen} y)$ ao longo do contorno fechado C dado pelo círculo $|z| = 2016^\pi$.

Problema 6:

- a) (1.25) Enuncie o Teorema da Fórmula da integral de Cauchy e o Teorema da Fórmula da Integral de Cauchy generalizada.
- b) (1.25) Seja C qualquer contorno fechado simples, positivamente orientado, e seja

$$g(z) = \int_C \frac{s^3 + 2s}{(s - z)^3} ds.$$

Mostre que $g(z) = 6\pi iz$ quando z está dentro de C e que $g(z) = 0$ quando z está fora.

Problemas Bônus.

Problema Bônus-1: (1.0) Demonstre o Teorema da Fórmula da Integral de Cauchy.

Problema Bônus-2: (0.5) Para $0 < a < b$, calcule a integral

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{|ae^{i\theta} - b|^4} d\theta.$$