

# Introdução à Análise no $\mathbb{R}^n$

## Provinha 2

**Questão 1:** Defina os seguintes conceitos:

- a) Aplicação linear;
- b) Aplicação bilinear;
- c) Produto interno em um espaço vetorial.

**Questão 2:** Defina o conceito de homeomorfismo e mostre que toda aplicação linear bijetora  $T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  é um homeomorfismo.

**Questão 3:** Defina ponto interior e conjunto aberto. Diga se a seguinte afirmação é verdadeira:

“Uma função  $f : X \rightarrow \mathbb{R}^m$  é contínua se, e somente se,  $f^{-1}(A)$  é aberto em  $X$  para todo aberto  $A$  de  $\mathbb{R}^m$ .”

**Questão 4:** Defina os seguintes conceitos:

- 1) Ponto de acumulação de um conjunto;
- 2) Ponto aderente a um conjunto;
- 3) Fecho de um conjunto;
- 4) Conjunto fechado;
- 5) Fronteira de um conjunto.

**Questão 5:** Defina conjunto compacto.

**Questão 6:** Seja  $U \subset \mathbb{R}^n$  um aberto. Dada uma aplicação  $f : U \rightarrow \mathbb{R}^m$ , defina o que é dizer que  $f$  é diferenciável em um ponto  $x \in U$ .