

LIMPEZA EM ANÉIS E ÁLGEBRAS DE GRUPO

PAULA MURGEL VELOSO

Em colaboração com Álvaro P. Raposo, Universidad Politécnica de Madrid.

Um *elemento* de um anel é *limpo* se pode ser escrito como a soma de uma unidade e um idempotente do anel. Um *anel é limpo* se todo elemento seu é limpo. A propriedade de limpeza foi formulada por Nicholson [3] no curso de seu estudo de anéis *exchange*, pois ambos estão intimamente relacionados (anéis limpos sempre são anéis *exchange*, e a recíproca é verdadeira quando os idempotentes são centrais no anel). A classe dos anéis limpos localiza-se em meio a outras classes conhecidas de anéis.

No campo dos anéis de grupos, tal propriedade vem sendo estudada desde 2001 [2] com o objetivo de caracterizar os anéis R e os grupos G tais que o anel de grupo RG seja limpo. Diversos artigos lidaram com essa questão, apresentando resultados parciais: para R um anel limpo e G o grupo de ordem 2 [1], para R um anel Booleano e G um grupo localmente finito, para R um anel comutativo e G um p -grupo, onde p está no radical de Jacobson de R [4], bem como algumas condições necessárias e algumas condições suficientes para que um anel de grupo seja limpo.

Nosso objetivo último é estabelecer condições necessárias e suficientes para que a álgebra de grupo KG seja um anel limpo, onde K é um corpo. Tendo em vista esse objetivo, vimos seguindo uma abordagem “incremental”: lidamos com álgebras de grupo sobre grupos pertencentes a classes que vão crescendo em complexidade. Assim, apresentamos uma resposta completa para essa questão nos casos em que G é um grupo abeliano, nilpotente ou supersolúvel. Também apresentamos um resultado parcial para uma classe de grupos com uma certa propriedade que generaliza a supersolubilidade.

REFERÊNCIAS

- [1] J. Chen, W. K. Nicholson, Y. Zhou, *Group rings in which every element is uniquely the sum of a unit and an idempotent*, Journal of Algebra **306** (2006), 453 – 460.
- [2] J. Han, W. K. Nicholson, *Extensions of clean rings*, Communications in Algebra **29** (2001), 2589–2595.
- [3] W. K. Nicholson, *Lifting idempotents and exchange rings*, Transactions of the AMS **229** (1977), 269 – 278.
- [4] X. Wang, H. You, *Cleanness of the Group Ring of an Abelian p -Group over a Commutative Ring*, Algebra Colloquium **19** (2012), 539 – 544.