Semigrupos numéricos esparsos: estrutura e cotas

Paula M. Veloso[a]

[a] Universidade Federal Fluminense, Departamento de Análise, Niterói - RJ

Sejam $\mathbb{N}$ o conjunto dos inteiros não negativos e $\mathcal{H} = \{0 = n_1 < n_2 < \ldots\} \subseteq \mathbb{N}$ um *semigrupo numérico de gênero finito* g , i.e., o complemento $\mathbb{N} \setminus \mathcal{H}$ tem g elementos ditos *lacunas* (gaps), $Gaps(\mathcal{H}) = \{\ell_1, \ldots, \ell_g\}$. Semigrupos de Weierstrass de pontos em curvas algébricas são exemplos de semigrupos numéricos. Sabe-se que um semigrupo numérico nem sempre pode ser realizado como um semigrupo de Weierstrass de um ponto em uma curva. Assim, podemos considerar tais semigrupos sob um ponto de vista puramente algébrico.

Um semigrupo $\mathcal{H} = \{0 = n_1 < n_2 < \ldots\} \subseteq \mathbb{N}$ é *esparso* [1] se suas lacunas satisfazem $\ell_i - \ell_{i-1} \leq 2$, for $i = 2, \ldots, g$. Apresentamos uma contagem de quantas lacunas são consecutivas e quantas diferem por 2.

No caso de ℓ_g ser par, Munuera, Torres e Villanueva [1] apresentaram uma cota superior para o gênero desses semigrupos esparsos. Obtivemos uma cota ótima para tal gênero, melhorando a cota anterior.

Além disso, caracterizamos completamente algumas instânicas de semigrupos esparsos com ℓ_g ímpar. Também apresentamos diversas propriedades interessantes sobre a estrutura dos semigrupos esparsos.

Nossos métodos são inteiramente aritméticos.

References

[1] C. Munuera, F. Torres, J. Villanueva, Sparse Numerical Semigroups, Lecture Notes in Computer Science **5527** (2009), 23 – 31.