Seminário de Curvas Algébricas e Temas Afins
05 de Maio, IMECC-UNICAMP

Curvas Maximais em $\mathbb{P}^3(k)$

Paulo César Cavalcante de Oliveira

Abstract

O interesse em curvas sobre corpos finitos foi renovado após Goppa ter mostrado suas aplicações na teoria de códigos. Um dos principais aspectos destes códigos, é o fato de que pode se estabelecer uma cota inferior para a distância mínima. Esta cota é particularmente relevante no caso da curva ser maximal, i. e., no caso de que o número de seus pontos racionais atinge a cota de Hasse-Weil: $\ell + 1 + 2g\sqrt{\ell}$, onde ℓ é a ordem do corpo base e g é o gênero da curva. Sempre consideramos $g > 0$ e portanto $\ell = q^2$.

Neste trabalho trataremos de curvas maximais $\mathcal{X}$ cujo gênero g satisfaz

$$\lfloor (q-1)(q-2)/6 \rfloor < g_{\mathcal{X}} \leq \lfloor (q^2 - q + 4)/6 \rfloor \, . \tag{1}$$

Observamos que se $g > \lfloor (q^2 - q + 4)/6 \rfloor$, a curva maximal é completamente classificada.

Mostraremos que para q suficientemente grande, a curva $\mathcal{X}$ está contida em uma única superfície cúbica definida sobre $\mathbb{F}_{q^2}$. A partir disto, calcularemos as possíveis interseções $j_2 = j_2(P)$ da reta tangente à curva em um ponto racional P. Mais precisamente provaremos o seguinte teorema

Teorema *Com as hipóteses acima, para* $P \in \mathcal{X}(\mathbb{F}_{q^2})$

$$j_2 \in \left\{ 2, 3, \frac{j_3}{3}, \frac{j_3+1}{3}, \frac{j_3+2}{3}, \frac{2j_3}{3}, \frac{2j_3+1}{3} \right\} .$$

Este teorema permite calcular o gênero de semigrupos numéricos gerado por $\{q + 1 - j_2(P), q, q+1\}$, P racional; forneceremos exemplos de curvas cujo semigrupo de Weierstrass coincide com o semigrupo dado.