CAta 2018 - 08/06/2018

Uma abordagem para o problema de contagem de semigrupos numéricos pelo gênero via politopos

Matheus Bernardini - Universidade de Brasília

Dado um inteiro não negativo g, denotamos o conjunto de semigrupos numéricos com esse gênero por $\mathcal{S}_g$ e sua cardinalidade por n_g. Alguns números dessa sequência são $(1, 1, 2, 4, 7, 12, 23, 39, 67, 118, \ldots)$. Zhai mostrou que $\frac{n_{g+1}}{n_g}$ se aproxima do número áureo e, portanto, $n_g < n_{g+1}$, para g suficientemente grande. Ainda é um problema em aberto decidir se $n_g < n_{g+1}$ ocorre para todo $g \in \mathbb{N}$.

Dados inteiros não negativos g e γ, denotamos o conjunto de semigrupos numéricos de gênero g e γ lacunas pares por $\mathcal{S}_\gamma(g)$ e sua cardinalidade por $N_\gamma(g)$. Torres mostrou que se $S \in \mathcal{S}_\gamma(g)$, então $2g \geq 3\gamma$; logo $n_g = \sum_{\gamma=0}^{\lfloor 2g/3 \rfloor} N_\gamma(g)$. Bernardini e Torres mostraram que $N_\gamma(g) = N_\gamma(3\gamma)$, se $g \geq 3\gamma$ e, caso contrário, $N_\gamma(g) < N_\gamma(3\gamma)$. A partir do mapa sobrejetivo $\mathbf{x} : \mathcal{S}_\gamma(g) \to \mathcal{S}_\gamma, S \mapsto S/2$, $N_\gamma(g)$ pode ser calculado pela expressão $\sum_{T \in \mathcal{S}_\gamma} \#\mathbf{x}^{-1}(T)$.

Nesta palestra, estudamos o problema de calcular os números $N_\gamma(g)$ usando a multiplicidade de $T \in \mathcal{S}_\gamma$ e seu conjunto de Apéry. Essa abordagem nos leva a um problema de contagem de pontos inteiros em politopos e tem uma relação próxima com o problema de decidir se a sequência (n_g) é crescente, para $g \in \mathbb{N}$.