

# Sobre fechos de módulos sobre anéis semiprimos e não-singulares

Janice Nery

UFRGS

Submódulos fechados de bimódulos centralizantes sobre anéis primos e semiprimos têm sido estudados nos últimos anos, como podemos encontrar nas referências [1] e [2]. Em particular, se  $R$  é um anel semiprimo e  $M$  é um  $R$ -bimódulo centralizante, existe  $M^*$ , a extensão canônica livre de torção de  $M$ , que é um  $Q_\sigma$ -bimódulo centralizante onde  $Q_\sigma$  é o anel de quocientes simétrico de  $R$ . E existe uma correspondência biunívoca entre os  $R$ -sub-bimódulos fechados à direita de  $M$  e os  $Q_\sigma$ -sub-bimódulos fechados à direita de  $M^*$ , como foi provado em [2]. Recentemente tal correspondência foi estabelecida por Miguel Ferrero em [3], para bimódulos normalizantes sobre anéis semiprimos, e esta generaliza as situações anteriores mencionadas.

Em [4], se  $R$  é um anel não-singular à direita e  $Q = Q_{max}^r(R)$  é o seu anel maximal de quocientes à direita é provado um teorema que estabelece condições equivalentes para que a envoltória injetiva  $E(I_R)$  de um ideal à direita de  $R$ , em  $Q$ , seja um  $Q$ -bimódulo usando a ortogonalidade de uma família de ideais à direita de  $R$ .

Neste trabalho, no caso em que  $R$  é um anel não-singular à direita e  $Q = Q_{max}^r(R)$  é o seu anel maximal de quocientes à direita, é definida  $(M^*, j)$ , a extensão canônica livre de torção de  $M$ , e provada a sua existência sempre que  $M$  é um  $R$ -módulo à direita não-singular. Também é desenvolvida uma noção de ortogonalidade de uma família de módulos sobre anéis semiprimos e não-singulares à direita e, com esta noção, abordado o resultado de [4], acima mencionado, para fechos essenciais à direita de submódulos à direita de módulos, respectivamente, centralizantes na sua extensão canônica livre de torção no caso semiprimo e, livres centralizantes na sua extensão canônica livre de torção no caso não-singular. Ademais, é obtida uma generalização deste resultado de [4].

Como uma aplicação é obtido como em [4], para módulos, descrições equivalentes de uma nova dimensão que é uma espécie de dimensão híbrida entre as dimensões uniformes bilateral e unilateral.

## Referências mencionadas

- [1] M.Ferrero: Centred bimodules over prime rings: Closed submodules and application to ring extensions, *J.Algebra* 172 1995, 470-505.
- [2] M.Ferrero: Closed submodules of centred bimodules over semiprime rings and applications to rings extensios, *Nova Journal of Mathematics, Game Theory, and Algebra*, vol.5, number 4, pp. 309-346, 1996.
- [3] M.Ferrero: Closed submodules of normalizing bimodules over semiprime rings, *Communications in Algebra*, 29 (4) (2001) 1513-1550.
- [4] S.K.Jain, T.Y.Lam, A.Leroy: On uniform dimensions of ideals in right nonsingular rings, *Journal of Pure and Applied Algebra* 133 (1998) 117-139.