# Os Graus das Variedades de Matrizes Nilpotentes

AUTORES: P. A. Fonseca Machado & I. Vainsencher

Neste trabalho calculamos os graus das aderências de órbitas de matrizes nilpotentes e, em particular, os das variedades determinadas por posto e índice pré-determinados.

Para ser mais preciso, sejam $\mathcal{N}_n \subset K^{n^2} = \mathrm{Hom}(K^n, K^n)$ a subvariedade das matrizes nilpotentes $n \times n$ sobre um corpo $K$, e $\mathcal{N}_n(\iota, r) \subset \mathcal{N}$ a subvariedade (fechada) das matrizes de índice de nilpotência $j \leq \iota$ e posto no máximo $r$. Passando ao ambiente projetivo, consideramos as variedades $\mathbb{N}_n(\iota, r) \subset \mathbb{P}^{n^2-1}$, projetivizações de $\mathcal{N}_n(\iota, r)$ e $K^{n^2}$ respectivamente. As partições de $n$, $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_t)$, com $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_t \geq 1$ e $\sum_{i=1}^{t} \lambda_i = n$ estão em correspondência biunívoca com as formas de Jordan: $\lambda$ corresponde à matriz nilpotente composta de blocos de Jordan $\lambda_i \times \lambda_i$. O subconjunto $\mathbb{J}_\lambda^\circ \subset \mathbb{P}(\mathrm{Hom}(K^n, K^n))$ das matrizes nilpotentes determinadas por $\lambda$ é uma órbita sob a ação de conjugação. Apresentamos fórmulas reecursivas em termos de classes de cohomologia de fibrados naturais sobre grassmannianas para calcular o grau da aderência $\mathbb{J}_\lambda$ de cada órbita $\mathbb{J}_\lambda^\circ$. Em particular, constatamos que $\mathbb{N}_n(\iota, r) = \mathbb{J}_\mu$ para uma partição $\mu$, o que torna o estudo destas variedades um caso particular do estudo de órbitas.