

# Exemplo sobre práticas orais em uma aula de idioma: MANOVA

Prof. Caio Azevedo

- Os dados são provenientes da tabela 3.7.4 do livro [Timm 2002, p. 132] e correspondem a um estudo sobre os efeitos do atraso de práticas orais no começo de aulas de um idioma estrangeiro.
- Usando um grupo em que foi imposto um atraso de 4 semanas nas práticas orais e um grupo em que não houve atraso, foram feitas avaliações de quatro habilidades: auditiva (L), oral (S), leitura (R) e escrita (W).
- Os dados são notas dos alunos dos dois grupos nessas habilidades ao final das seis primeiras semanas do estudo.

As variáveis são as seguintes:

- W: notas para avaliação escrita
- S: notas para avaliação oral
- L: notas para avaliação auditiva
- R: notas para avaliação de leitura
- Grupo do aluno: 1 para alunos que tiveram atraso de quatro semanas em práticas orais e 2 para controle (alunos sem atraso)

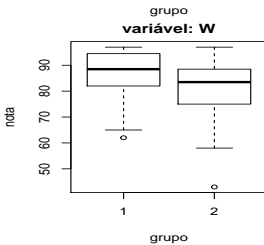
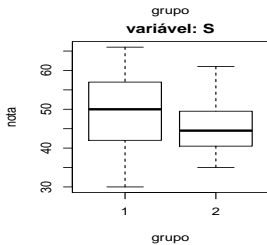
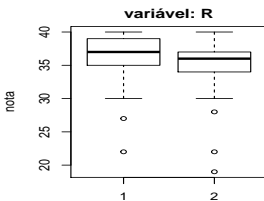
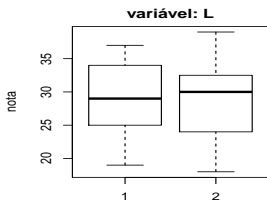
- Seja  $Y_{ijk}$  : o valor da  $k$ -ésima variável ( $k = 1, 2, 3, 4$ ), para o  $j$ -ésimo indivíduo ( $j = 1, \dots, 28$ ) do  $i$ -ésimo grupo ( $i = 1, 2$ ). Os dados são balanceados (em relação aos grupos).

- Utilizamos a suposição que

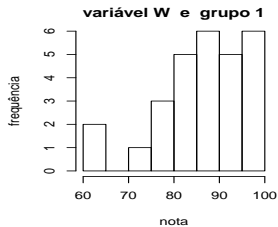
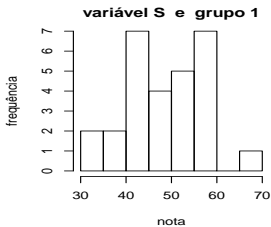
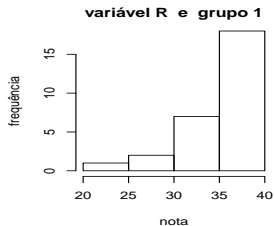
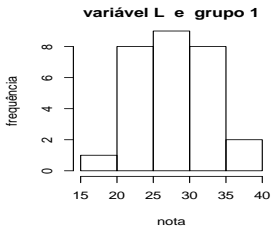
$$\mathbf{Y}_{1j} = (Y_{1j1}, Y_{1j2}, Y_{1j3}, Y_{1j4})' \stackrel{ind.}{\sim} N_4(\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\Sigma}_1) \text{ e}$$

$$\mathbf{Y}_{2j} = (Y_{2j1}, Y_{2j2}, Y_{2j3}, Y_{2j4})' \stackrel{ind.}{\sim} N_4(\boldsymbol{\mu}_2, \boldsymbol{\Sigma}_1) \text{ independentes entre si.}$$

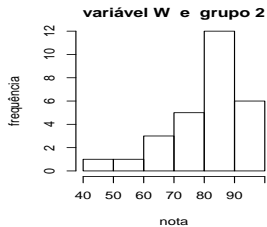
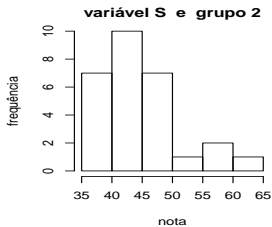
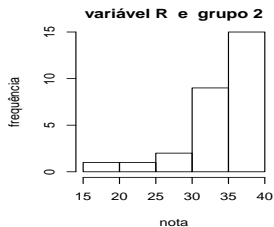
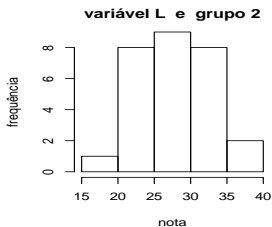
# Boxplots



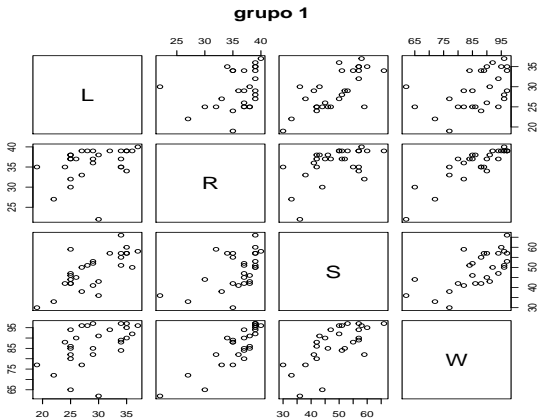
# Histogramas do grupo 1



# Histogramas do grupo 2

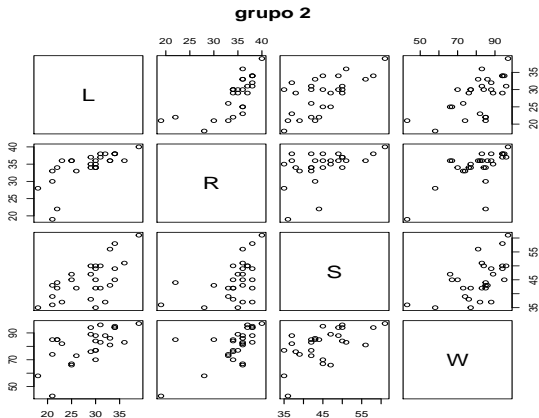


# Gráficos de dispersão do grupo 1

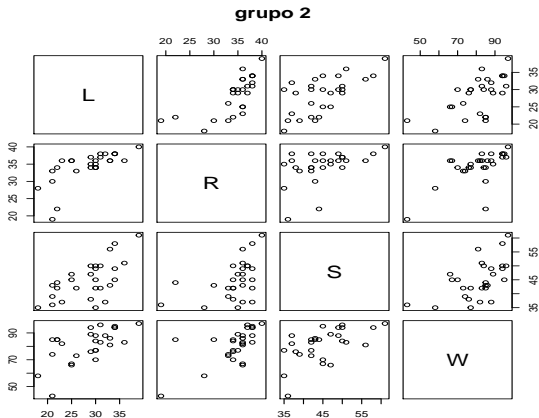




# Gráficos de dispersão do grupo 2



# Gráficos de dispersão do grupo 2



# Medidas descritivas do grupo 1

Habilidade	Média	DP	Variância	Mínimo	Mediana	Máximo	n
L	29.14	4.79	22.9418	19	29	37	28
R	35.89	4.09	16.6918	22	37	40	28
S	48.64	8.87	78.6085	30	50	66	28
W	86.68	9.46	89.5595	62	88.5	97	28

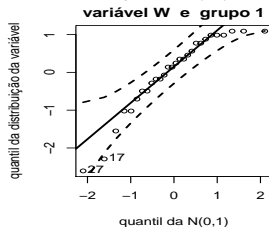
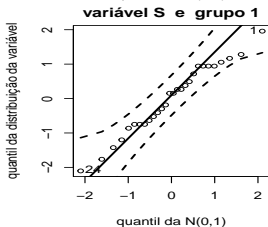
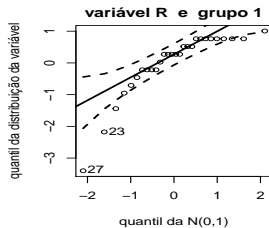
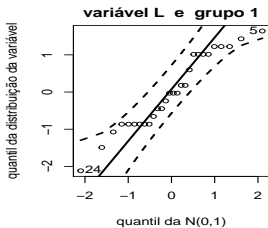
## Medidas descritivas do grupo 2

Habilidade	Média	DP	Variância	Mínimo	Mediana	Máximo	n
L	28.50	5.3	28.1111	18	30	39	28
R	34.32	4.65	21.6336	19	36	40	28
S	44.93	6.77	45.7725	35	44.5	61	28
W	81.07	12.36	152.6614	43	83.5	97	28

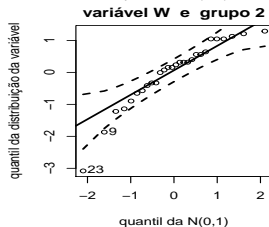
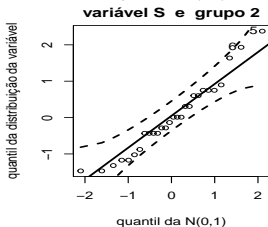
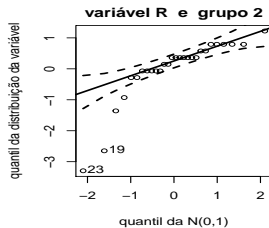
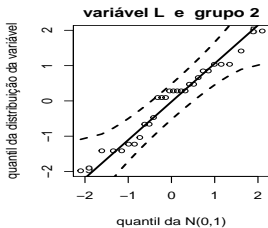
- Variâncias na diagonal principal, covariâncias abaixo e correlações acima (da diagonal principal).

$$\tilde{\Psi}_1 = \begin{bmatrix} L & 22.94 & 0.33 & 0.73 & 0.48 \\ R & 6.39 & 16.69 & 0.51 & 0.87 \\ S & 30.94 & 18.37 & 78.61 & 0.68 \\ W & 21.79 & 33.56 & 57.33 & 89.56 \end{bmatrix}$$
$$\tilde{\Psi}_2 = \begin{bmatrix} L & 28.11 & 0.70 & 0.64 & 0.62 \\ R & 17.35 & 21.63 & 0.46 & 0.65 \\ S & 23.00 & 14.54 & 45.77 & 0.57 \\ W & 40.74 & 37.42 & 47.38 & 152.66 \end{bmatrix}$$

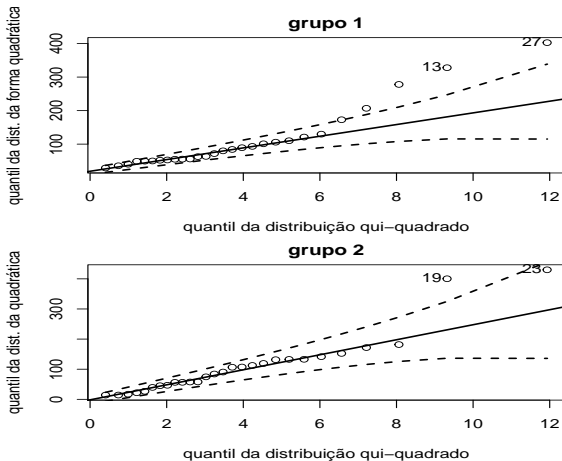
# Gráficos de quantis-quantis do grupo 1



# Gráficos de quantis-quantis do grupo 2



# Gráficos de quantis-quantis das formas quadráticas





- Estamos interessados em testar inicialmente  $H_0 : \Sigma_1 = \Sigma_2$  vs.  
 $H_1 : \Sigma_1 \neq \Sigma_2$ .
- Utilizando o teste de Box, obtemos uma estatística de teste 25.5612 e valor-p 0.0043, o que nos leva a rejeitar a hipótese nula de igualdade das matrizes de covariâncias ao nível de 5% de significância.
- Mesmo dessa forma, vamos aplicar a MANOVA para avaliar as médias dos dois grupos. Nesse caso testamos as hipóteses  
 $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  vs.  $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ .



# Estatísticas

<b>Estatística</b>	<b>Valor</b>	<b>Aproxim. pela dist. F.</b>	<b>p-valor</b>
Wilks	0.90108	1.3997	0.2474
Pillai	0.09891	1.3997	0.2474
Hotelling-Lawley	0.10978	1.3997	0.2474
Roy	0.10978	1.3997	0.2474

Com esses testes, não rejeitamos a hipótese nula de igualdade dos vetores de médias  $\mu_1$  e  $\mu_2$  ao nível de 5% de significância.

- Levando em consideração que há indícios de que as matrizes de covariâncias são diferentes nos dois grupos, podemos aplicar o teste em [Johnson e Wichern 2007, p. 294] para avaliar  $H_0 : \mu_1 = \mu_2$  vs.  $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ .
- Obtemos uma estatística de teste 5.9280 e valor-p 0.2481, ou seja, novamente não rejeitamos a hipótese nula de igualdade entre  $\mu_1$  e  $\mu_2$  ao nível de 5% de significância.

# Referências I

-  JOHNSON, R. A.; WICHERN, D. W. *Applied multivariate statistical analysis*. 6. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2007.
-  TIMM, N. H. *Applied multivariate analysis*. New York: Springer-Verlag, 2002.