

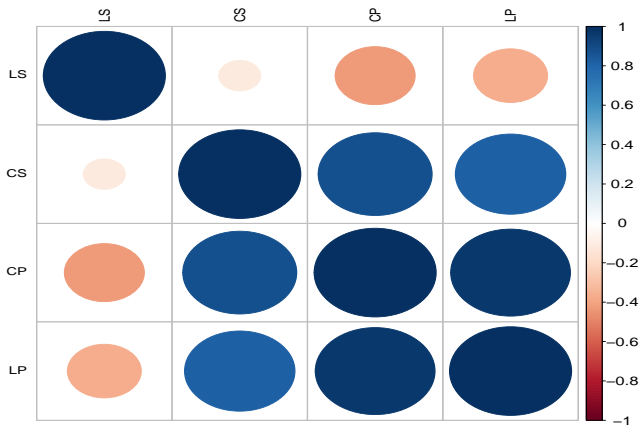
Análise Fatorial: parte 3

Prof. Caio Azevedo

Voltando ao exemplo 1: dados da íris “de Fisher”

- **Recapitulando:** quatro variáveis, três grupos, 50 observações por grupo.
- **Objetivos:** caracterizar os grupos em relação à essas quatro variáveis e compará-los.
- **Trabalharemos com a matriz de correlações.**

Correlações



- Estimativas das cargas fatoriais: componentes principais

Var.	Fator 1	Fator 2	Comun. ($\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$)	Var. Específ. (ψ_i)
CS	0,890	-0,361	0,923	0,077
LS	-0,460	-0,883	0,991	0,009
CP	0,992	-0,023	0,984	0,016
LP	0,965	-0,064	0,935	0,065

- Proporção da soma das variâncias explicadas:

	Fator 1	Fator 2
$\tilde{\lambda}_i$	2,92	0,91
PVE	72,96	22,85
PVEA	72,96	95,81

■ $R - \widetilde{LL}'$

	CS	LS	CP	LP
CS	0,077	-0,026	-0,019	-0,064
LS	-0,026	0,009	0,007	0,021
CP	-0,019	0,007	0,016	0,005
LP	-0,064	0,021	0,005	0,065

■ QMresíduos = 0,028.

■ $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

	CS	LS	CP	LP
CS	0,000	-0,026	-0,019	-0,064
LS	-0,026	0,000	0,007	0,021
CP	-0,019	0,007	0,000	0,005
LP	-0,064	0,021	0,005	0,000

■ QMresíduos = 0,018.

- Estimativas das cargas fatoriais: máxima verossimilhança

Var.	Fator 1	Comun. ($\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$)	Var. Específ. (ψ_i)
CS	0,872	0,760	0,240
LS	-0,422	0,178	0,822
CP	0,998	0,995	0,005
LP	0,965	0,931	0,069

- Proporção da soma das variâncias explicadas:

Fator 1	
$\sum_{i=1}^p \hat{l}_{ij}^2$	2,86
PVE	71,59
PVEA	71,59

- Teste para um fator: $\lambda = 85,51 (< 0,0001)$.

- $R - \widetilde{LL}'$

	CS	LS	CP	LP
CS	0,240	0,250	0,002	-0,023
LS	0,250	0,822	-0,007	0,041
CP	0,002	-0,007	0,005	0,001
LP	-0,023	0,041	0,001	0,069

- $QM_{\text{resíduos}} = 0,112$.

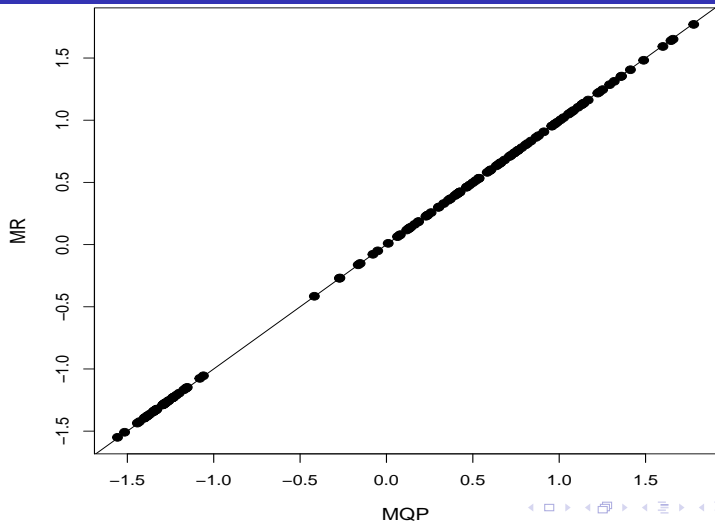
■ $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

	CS	LS	CP	LP
CS	0,000	0,250	0,002	-0,023
LS	0,250	0,000	-0,007	0,041
CP	0,002	-0,007	0,000	0,001
LP	-0,023	0,041	0,001	0,000

■ QMresíduos = 0,041.

■ Optou-se pela utilização das estimativas de MV das cargas fatoriais (um único fator) e os escores estimados por MQP.

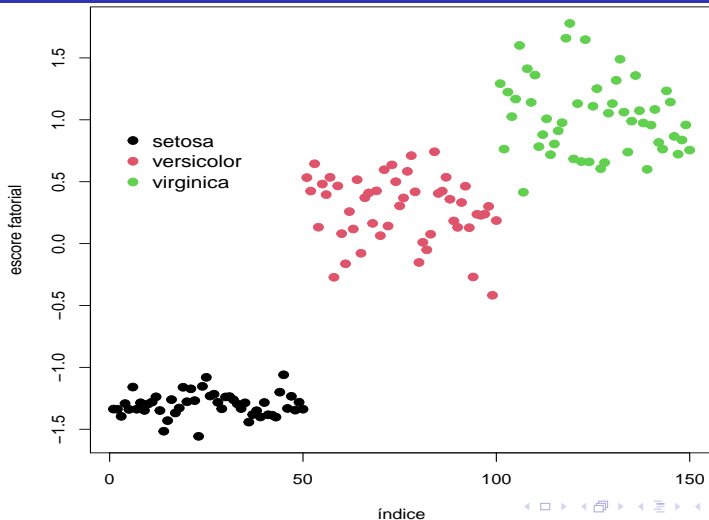
Dispersão entre os escores fatoriais (MQP x MR)



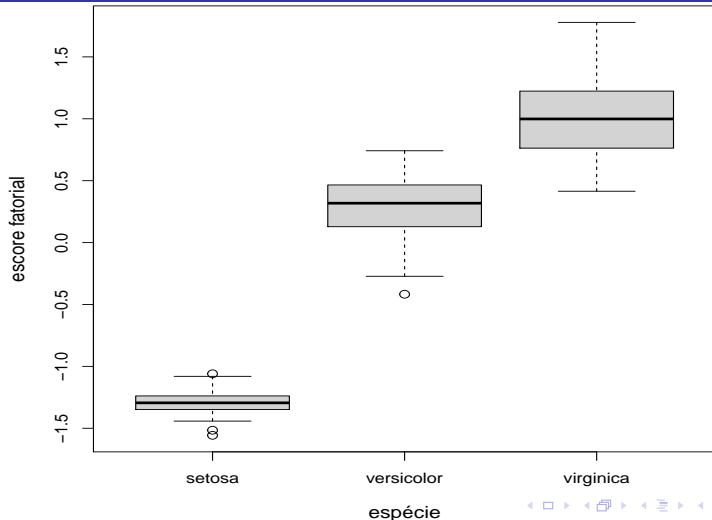
Análise descritiva dos escores fatoriais (MQP)

Especie	Média	DP	Var.	CV(%)	Mínimo	Mediana	Máximo	n
setosa	-1,30	0,10	0,01	7,38	-1,56	-1,29	-1,06	50
versicolor	0,28	0,27	0,07	96,16	-0,42	0,32	0,74	50
virginica	1,02	0,31	0,09	30,03	0,41	1,00	1,78	50

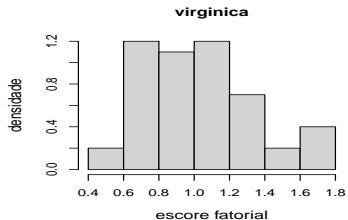
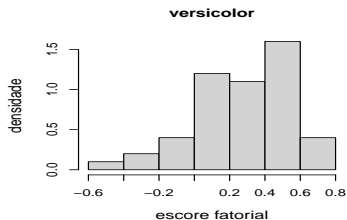
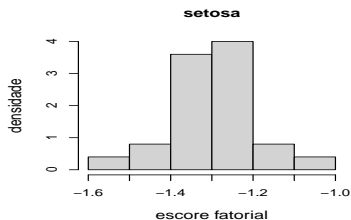
Escores fatoriais por grupo



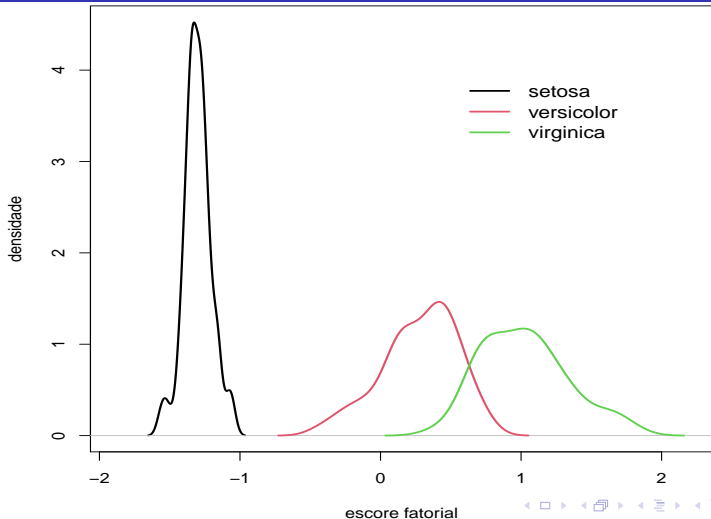
Box plot dos escores fatoriais por grupo



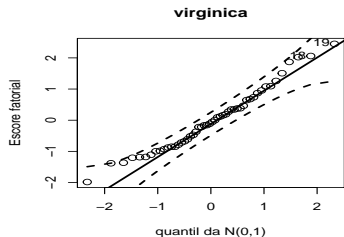
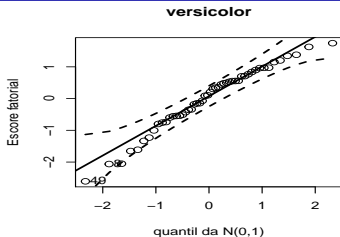
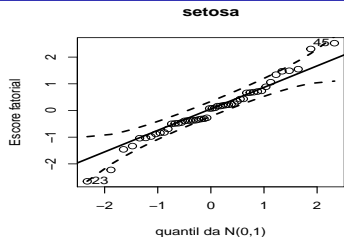
Histogramas dos escores fatoriais por grupo



Densidades dos escores fatoriais por grupo



Qqplot dos escores fatoriais por grupo



Comparação de grupos via modelos lineares

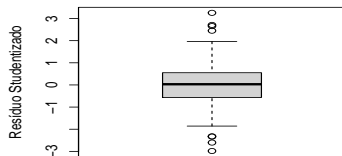
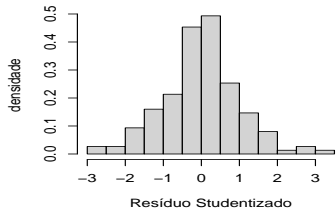
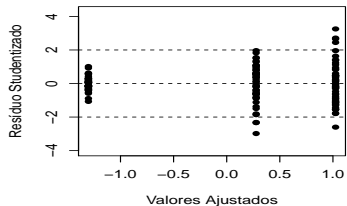
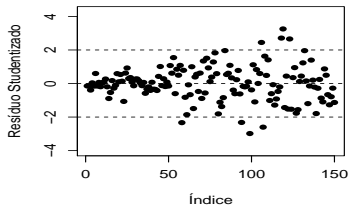
$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \xi_{ij},$$

$i = 1, 2, 3$ (tipo de iris, setosa, vericolor, virginica), $j = 1, \dots, n_i$,

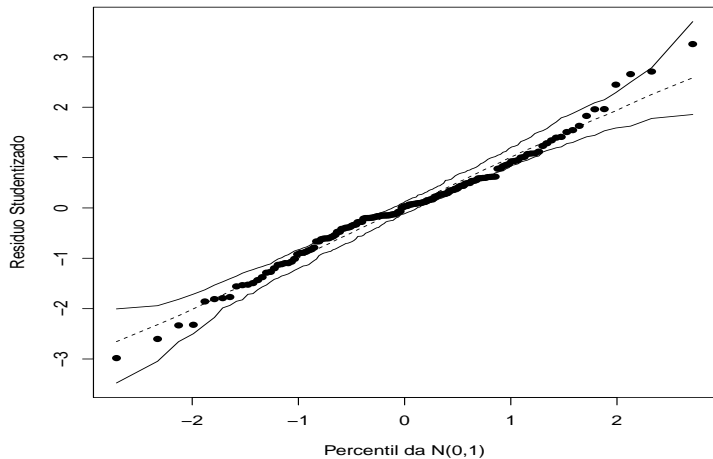
$n_i = 50, \forall i, \xi_{ij} \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$.

- Y_{ij} : valor do fator da planta j , do tipo de íris i .
- μ : média do fator do grupo de referência (setosa).
- α_i : incremento na média do fator, do grupo i , em relação ao grupo de referência.
- Utilizou-se o resíduo “studentizado” (veja) (para verificar a qualidade de ajuste do modelo).

Gráficos de diagnóstico



Qqplot com envelopes



Estimativas dos parâmetros do modelo

Parâmetro	Estimativa	EP	IC(95%)	Estat.t	p-valor
μ	-1,30	0,03	[-1,37 ; -1,24]	-38,13	< 0,0001
α_2	1,58	0,05	[1,48 ; 1,67]	32,70	< 0,0001
α_3	2,33	0,05	[2,23 ; 2,42]	48,19	< 0,0001

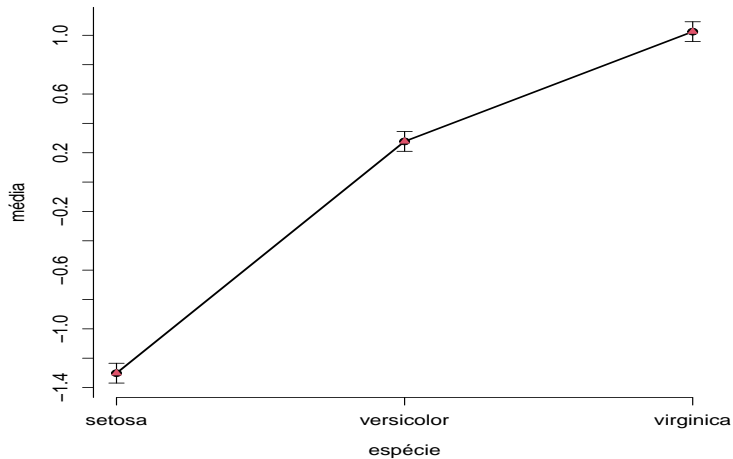
Há diferença entre o primeiro grupo e os outros dois. Vamos agora testar a igualdade entre as médias dos dois outros grupos através de testes do tipo $C\beta = M$ (veja mais detalhes em [aqui](#)).

Testes de hipótese e médias previstas

- Teste: $H_0 : \alpha_2 = \alpha_3$ vs $H_1 : \alpha_2 \neq \alpha_3$, $f_c = 239,86 (< 0,0001)$.
- Médias previstas pelo modelo.

grupo	Estimativa	EP	IC(95%)
setosa	-1,30	0,03	[-1,37 ; -1,23]
versicolor	0,28	0,03	[0,21 ; 0,34]
virginica	1,02	0,03	[0,96 ; 1,09]

Médias observadas (vermelho) e preditas (negrito)



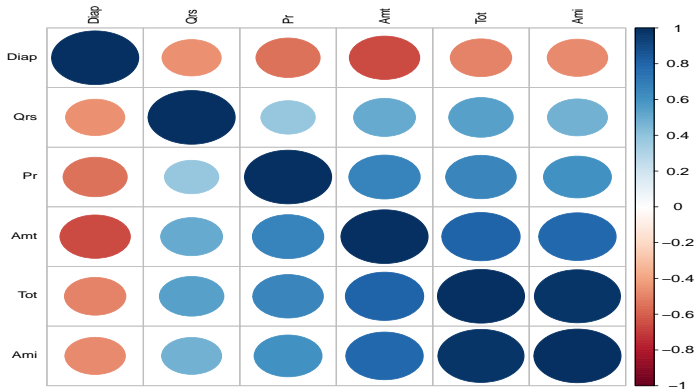
Voltando ao Exemplo 3: Amitriptilina

- Amitriptilina é prescrita por alguns médicos como antidepressivo.
- Entretanto existem alguns efeitos colaterais que podem estar associados ao seu uso como: batimento cardíaco irregular, pressão sanguínea anormal e ondas irregulares no eletrocardiograma.
- Os dados consistem na medição de algumas características de interesse de 17 pacientes que deram entrada em um hospital depois de uma overdose de amitriptilina.

Descrição das variáveis

- Tot: nível total no plasma TCAD (ou tricíclicos anti-depressivos - classe de fármacos usados no tratamento sintomático da depressão e outras síndromes depressivas.).
- Ami: quantidade presente de amitriptilina no nível TCAD no plasma.
- Sexo: Sexo, 1 - (feminino), 0 - (masculino).
- Amt: quantidade de antidepressivos tomados no momento da overdose.
- Pr: medida da onda PR (eletrocardiograma).
- Diap: Pressão diastólica.
- QRS: medida da onda QRS (eletrocardiograma).
- Objetivo: comparar os sexos em relação às variáveis medidas.

Correlações



■ Estimativas das cargas fatoriais: componentes principais

Var.	Fator 1	Fator 2	Comun. ($\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$)	Var. Específ. (ψ_i)
Tot	0,927	-0,285	0,941	0,059
Ami	0,899	-0,346	0,928	0,072
Amt	0,909	-0,055	0,828	0,172
Pr	0,785	-0,068	0,621	0,379
Diap	-0,721	-0,472	0,743	0,257
Qrs	0,661	0,512	0,699	0,301

■ Proporção da soma das variâncias explicadas:

	Fator 1	Fator 2
$\tilde{\lambda}_i$	4,07	0,69
PVE	67,77	11,56
PVEA	67,77	79,33

■ $R - \widetilde{LL}'$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,059	0,044	-0,051	-0,093	0,039	0,080
Ami	0,044	0,072	-0,047	-0,123	0,005	0,056
Amt	-0,051	-0,047	0,172	-0,047	-0,023	-0,069
Pr	-0,093	-0,123	-0,047	0,379	-0,007	-0,096
Diap	0,039	0,005	-0,023	-0,007	0,257	0,259
Qrs	0,080	0,056	-0,069	-0,096	0,259	0,301

■ $QM_{\text{resíduos}} = 0,092.$

■ $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,000	0,044	-0,051	-0,093	0,039	0,080
Ami	0,044	0,000	-0,047	-0,123	0,005	0,056
Amt	-0,051	-0,047	0,000	-0,047	-0,023	-0,069
Pr	-0,093	-0,123	-0,047	0,000	-0,007	-0,096
Diap	0,039	0,005	-0,023	-0,007	0,000	0,259
Qrs	0,080	0,056	-0,069	-0,096	0,259	0,000

■ $QM_{res\acute{i}duos} = 0,058.$

■ Estimativas das cargas fatoriais: mv (sem rotação)

Var.	Fator 1	Fator 2	Comun. ($\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$)	Var. Específ. (ψ_i)
Tot	0,997	-0,011	0,995	0,005
Ami	0,978	-0,040	0,958	0,042
Amt	0,814	0,364	0,796	0,204
Pr	0,657	0,334	0,544	0,456
Diap	-0,505	-0,653	0,681	0,319
Qrs	0,544	0,242	0,355	0,645

■ Proporção da soma das variâncias explicadas:

	Fator 1	Fator 2
$\tilde{\lambda}_i$	3,60	0,73
PVE	59,98	12,17
PVEA	59,98	72,15

■ $R - \widetilde{LL}'$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,005	0,000	-0,001	0,003	0,001	0,006
Ami	0,000	0,042	0,007	-0,023	-0,012	-0,049
Amt	-0,001	0,007	0,204	0,013	-0,003	-0,028
Pr	0,003	-0,023	0,013	0,456	0,010	-0,050
Diap	0,001	-0,012	-0,003	0,010	0,319	-0,027
Qrs	0,006	-0,049	-0,028	-0,050	-0,027	0,645

■ $QM_{\text{resíduos}} = 0,059.$

■ $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,000	0,000	-0,001	0,003	0,001	0,006
Ami	0,000	0,000	0,007	-0,023	-0,012	-0,049
Amt	-0,001	0,007	0,000	0,013	-0,003	-0,028
Pr	0,003	-0,023	0,013	0,000	0,010	-0,050
Diap	0,001	-0,012	-0,003	0,010	0,000	-0,027
Qrs	0,006	-0,049	-0,028	-0,050	-0,027	0,000

■ $QM_{\text{resíduos}} = 0,013.$

■ Estimativas das cargas fatoriais: mv (rotação varimax)

Var.	Fator 1	Fator 2	Comun. ($\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$)	Var. Específ. (ψ_i)
Tot	0,927	0,368	0,995	0,005
Ami	0,920	0,334	0,958	0,042
Amt	0,615	0,646	0,796	0,204
Pr	0,481	0,559	0,544	0,456
Diap	-0,220	-0,796	0,681	0,319
Qrs	0,412	0,430	0,355	0,645

■ Proporção da soma das variâncias explicadas:

	Fator 1	Fator 2
$\tilde{\lambda}_i$	2,53	1,79
PVE	42,23	29,91
PVEA	42,23	72,14

■ $R - \widetilde{LL}'$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,005	0,000	-0,001	0,003	0,001	0,006
Ami	0,000	0,042	0,007	-0,023	-0,012	-0,049
Amt	-0,001	0,007	0,204	0,013	-0,003	-0,028
Pr	0,003	-0,023	0,013	0,456	0,010	-0,050
Diap	0,001	-0,012	-0,003	0,010	0,319	-0,027
Qrs	0,006	-0,049	-0,028	-0,050	-0,027	0,645

■ $QM_{resíduos} = 0,059.$

■ $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,000	0,000	-0,001	0,003	0,001	0,006
Ami	0,000	0,000	0,007	-0,023	-0,012	-0,049
Amt	-0,001	0,007	0,000	0,013	-0,003	-0,028
Pr	0,003	-0,023	0,013	0,000	0,010	-0,050
Diap	0,001	-0,012	-0,003	0,010	0,000	-0,027
Qrs	0,006	-0,049	-0,028	-0,050	-0,027	0,000

■ $QM_{\text{resíduos}} = 0,013.$

■ Estimativas das cargas fatoriais: mv (rotação promax)

Var.	Fator 1	Fator 2	Comun. ($\sum_{j=1}^m l_{ij}^2$)	Var. Específ. (ψ_i)
Tot	1,017	-0,025	1,034	-0,034
Ami	1,031	-0,070	1,068	-0,068
Amt	0,387	0,560	0,463	0,537
Pr	0,265	0,515	0,335	0,665
Diap	0,267	-1,012	1,095	-0,095
Qrs	0,261	0,372	0,206	0,794

■ Proporção da soma das variâncias explicadas:

	Fator 1	Fator 2
$\tilde{\lambda}_i$	2,46	1,75
PVE	40,93	29,10
PVEA	40,93	70,04

■ $R - \widetilde{LL}'$

	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	-0,034	-0,074	0,428	0,399	-0,792	0,291
Ami	-0,074	-0,068	0,428	0,369	-0,826	0,231
Amt	0,428	0,428	0,537	0,279	-0,189	0,194
Pr	0,399	0,369	0,279	0,665	-0,090	0,128
Diap	-0,792	-0,826	-0,189	-0,090	-0,095	-0,153
Qrs	0,291	0,231	0,194	0,128	-0,153	0,794

■ $QM_{\text{resíduos}} = 0,331.$

■ $R - \widetilde{LL}' - \widetilde{\Psi}$

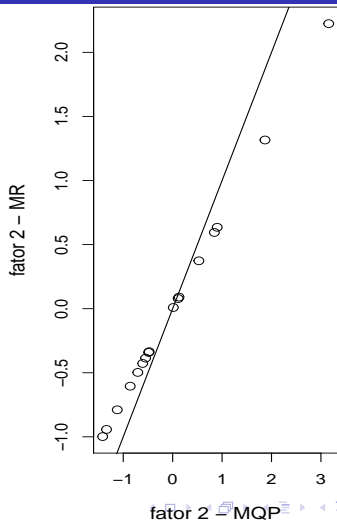
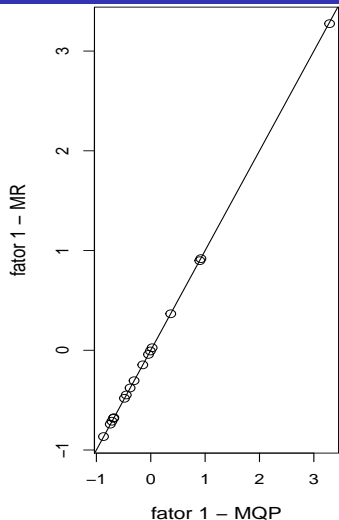
	Tot	Ami	Amt	Pr	Diap	Qrs
Tot	0,000	-0,074	0,428	0,399	-0,792	0,291
Ami	-0,074	0,000	0,428	0,369	-0,826	0,231
Amt	0,428	0,428	0,000	0,279	-0,189	0,194
Pr	0,399	0,369	0,279	0,000	-0,090	0,128
Diap	-0,792	-0,826	-0,189	-0,090	0,000	-0,153
Qrs	0,291	0,231	0,194	0,128	-0,153	0,000

- QMresíduos = 0,271.
- Optou-se por usar as estimativas de MV sem rotação para as cargas fatoriais e a predição por MQP dos fatores.

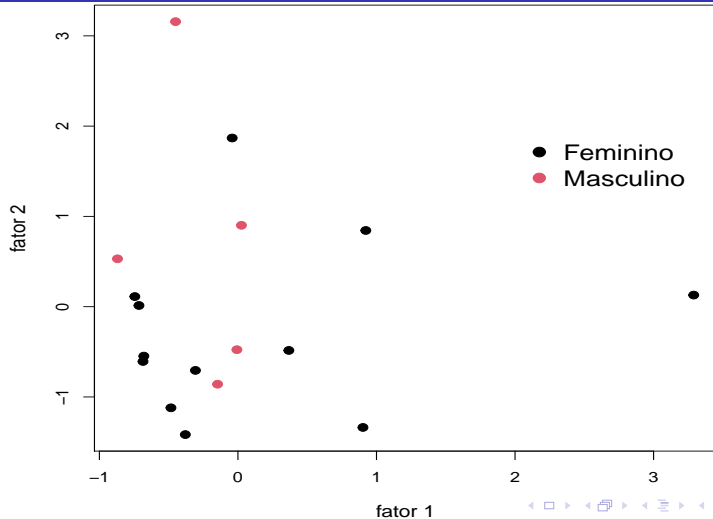
Medidas resumo dos fatores por sexo

	Feminino		Masculino	
	fator 1	fator 2	fator 1	fator 2
Média	0,12	-0,27	-0,29	0,65
Var.	1,36	0,89	0,14	2,48
DP	1,16	0,94	0,37	1,57
Mínimo	-0,74	-1,42	-0,87	-0,86
Mediana	-0,34	-0,52	-0,15	0,53
Máximo	3,29	1,87	0,03	3,16

Dispersão entre as estimativas dos Fatores (MQP x MR)



Dispersão entre os fatores (MQP) por sexo



Biplot

