

Planejamento e Pesquisa (ME 623A)
Segundo semestre de 2012
Prova III
Data: 29/10/2012

Nome: _____ RA: _____

Leia atentamente as instruções abaixo:

- Coloque seu nome completo e RA em todas as folhas que você recebeu, inclusive nesta.
- Utilize somente um dos lados de cada folha.
- Leia atentamente cada uma das questões.
- Enuncie, claramente, todos os resultados que você utilizar.
- Justifique, adequadamente, seus desenvolvimentos, sem, no entanto, escrever excessivamente.
- O(a) aluno(a) só poderá sair da sala após as 16h30, mesmo que já tenha finalizado a prova. Após a saída do(a) primeiro(a) aluno(a) não será permitido a entrada de nenhum(a) outro(a) aluno(a).
- Não é permitido empréstimo de material.
- Não serão dirimidas dúvidas de quaisquer natureza, após os 20 minutos iniciais.
- Resolva a prova, preferencialmente, à caneta, e procure ser organizado(a). Se fizer à lápis, destaque, à caneta, sua resposta.
- O(a) aluno(a) deverá portar sua carteira de estudante e apresentá-la, quando for solicitada sua assinatura.
- Contestações a respeito da nota, só serão consideradas se estiverem por escrito.
- A nota do aluno(a) será $\frac{NP}{NT} \times 10$, em que NP é o número de pontos obtidos na prova e NT é o número total de pontos da prova.
- Os resultados numéricos finais devem ser apresentados com duas casas decimais, apenas.
- A prova terá duração de 120 minutos, das 16h às 18h, improrrogáveis.

Faça uma excelente Prova!!

1. Responda os itens abaixo:

- a) Considere o modelo $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \xi_{ij}$, $i = 1, \dots, a$, $j = 1, \dots, n$, $\tau_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_\tau^2)$, $\xi_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$, τ_i, ξ_{ij} , mutuamente independentes $\forall i, j$ e μ não aleatório. Prove que (200 pontos):

$$Cov(Y_{ij}, Y_{i'j'}) = \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq i', \forall j, j' \\ \sigma_\tau^2 + \sigma^2, & \text{se } i = i' \text{ e } j = j' \\ \sigma_\tau^2, & \text{se } i = i' \text{ e } j \neq j' \end{cases}$$

- b) Considere a SQF = $n \sum_{i=1}^k (\bar{Y}_i - \bar{Y}_{..})^2$, em que $\bar{Y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_{ij}$, $\bar{Y}_{..} = \frac{1}{na} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n Y_{ij}$ e n é o número de unidades experimentais por tratamento. Prove que $\mathcal{E}(SQF/(a-1)) = \sigma^2 + n\sigma_\tau^2$ (200 pontos)

2. Um engenheiro tem o interesse em estudar a habilidade de controladores de vôo em detectar alvos em uma tela de radar. Dois fatores de interesse: quantidade de ruído na tela (QR) e tipo de filtro colocado sobre o visor (TF), QR: três níveis (baixo, médio, alto), TF: tipo 1 e tipo 2. O experimento consistiu em introduzir um sinal na tela do radar e aumentar a intensidade desse sinal, até que o operador pudesse captar algo. Variável resposta: nível de intensidade de detecção (NID), quanto menor, melhor o desempenho. Quatro operadores foram selecionados aleatoriamente. Cada um deles foi submetido a cada um dos tratamentos. A ordem dos tratamentos, para cada operador, foi selecionada de modo aleatório. Os operadores foram considerados como blocos (efeitos fixos).

Abaixo encontram-se os dados bem como diversos resultados, incluindo: análises descritivas, ajuste de um modelo normal linear completo (considerando os 2 fatores principais, interação entre estes e o efeito de bloco), sob parametrização casela de referência (a casela de referência é o tratamento: QR - baixo; TF - 1 e Bloco - 1, os índices relativos ao fator A correspondem, respectivamente, aos níveis 1, 2 e 3, e o análogo vale para o fator B e para o bloco), e análise de resíduos. Utilize em suas comparações, $\alpha = 0,01$.

Tabela 1: Dados relativos à questão 2

QR / Tipos de filtro	Operadores (blocos)							
	1		2		3		4	
	1	2	1	2	1	2	1	2
Baixo	90	86	96	84	100	92	92	81
Médio	102	87	106	90	105	97	96	80
Alto	114	93	112	91	108	95	98	83

Tabela 2: Análise descritiva dos dados da Questão 2 por tratamento

Tipo de filtro	QR	Medida descritiva					
		Média	DP	Var.	CV%	Mínimo	Máximo
1	Baixo	94,50	4,43	19,67	4,69	90,00	100,00
	Medio	102,25	4,50	20,25	4,40	96,00	106,00
	Alto	108,00	7,12	50,67	6,59	98,00	114,00
2	Baixo	85,75	4,65	21,58	5,42	81,00	92,00
	Medio	88,50	7,05	49,67	7,96	80,00	97,00
	Alto	90,50	5,26	27,67	5,81	83,00	95,00

Tabela 3: Análise descritiva dos dados da Questão 2 por bloco

Bloco	Medida descritiva					
	Média	DP	Var.	CV%	Mínimo	Máximo
1	95,33	10,80	116,67	11,33	86,00	114,00
2	96,50	10,58	111,90	10,96	84,00	112,00
3	99,50	6,09	37,10	6,12	92,00	108,00
4	88,33	7,97	63,47	9,02	80,00	98,00

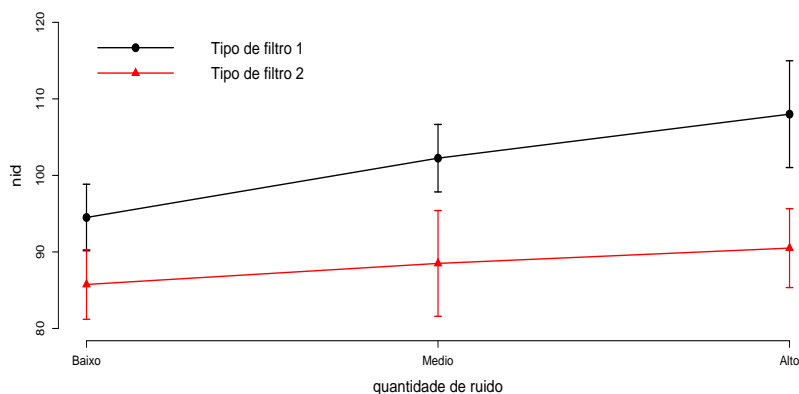


Figura 1: Gráficos de perfis médios para os dados da Questão 2

Tabela 4: Tabela ANOVA reativa à Questão 2

FV	SQ	GL	QM	Estatística F	pvalor
Tipo de filtro	1	1066,67	1066,67	74,50	<0,0001
Ruído	2	335,58	167,79	11,72	0,0006
Bloco	3	402,17	134,06	9,36	0,0007
Residuo	17	243,42	14,32		
Total	23	2047,83			

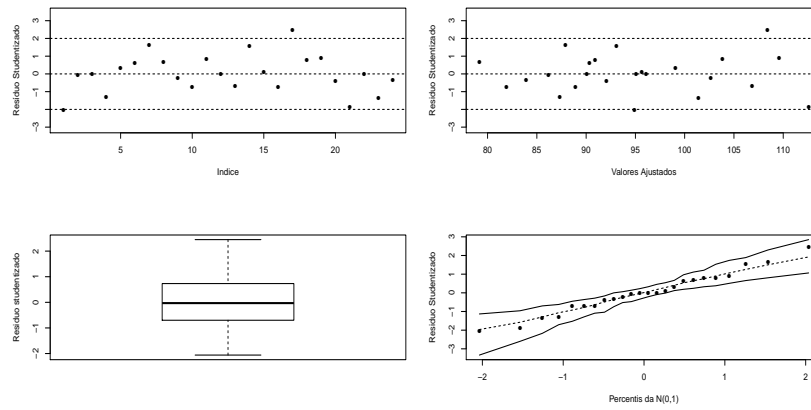


Figura 2: Análise de resíduos para o modelo completo para os dados da Questão 2

Tabela 5: Estimativas dos parâmetros do modelo completo relativo à Questão23

Parâmetro	Estimativa	EP	IC(95%)	Estat. t	pvalor
μ	94,92	2,04	[90,92 ; 98,91]	46,55	<0,0001
α_2	-8,75	2,35	[-13,37 ; -4,13]	-3,72	0,0021
β_2	7,75	2,35	[3,13 ; 12,37]	3,29	0,0049
β_3	13,50	2,35	[8,88 ; 18,12]	5,73	<0,0001
τ_2	1,17	1,92	[-2,60 ; 4,93]	0,61	0,5530
τ_3	4,17	1,92	[0,40 ; 7,93]	2,17	0,0467
τ_4	-7,00	1,92	[-10,77 ; -3,23]	-3,64	0,0024
$(\alpha\beta)_{22}$	-5,00	3,33	[-11,53 ; 1,53]	-1,50	0,1540
$(\alpha\beta)_{23}$	-8,75	3,33	[-15,28 ; -2,22]	-2,63	0,0190

- a) Defina quem são: fatores de interesse (quantos e quem são seus níveis), o bloco e a variável resposta (50 pontos).
- b) Escreva o modelo que foi ajustado ao conjunto de dados (com todas as suposições pertinentes), de acordo com o que foi dito acima, para comparar os tratamentos sob a parametrização casela de referência (CR). O que você deduz, através somente do gráfico de perfis, sobre a existência de interação e dos efeitos dos fatores principais? Justifique, adequadamente, sua resposta. (100 pontos)
- c) Com base nos resultados, o que você pode dizer sobre a existência de efeito de bloco? Justifique, adequadamente, sua resposta. (50 pontos)
- d) O que você pode afirmar sobre a verificação das suposições do modelo para o conjunto de dados em questão, utilizando os resultados da análise residual? Comente da forma mais completa possível e justifique, adequadamente, sua resposta (200 pontos).
- e) Qual seria sua conclusão à respeito da existência de interação, dos efeitos principais de QR e TF e do efeito de bloco, através da tabela ANOVA? Justifique, adequadamente, sua resposta (100 pontos).
- f) Considerando as conclusões obtidas através da ANOVA e os resultados relativos às estimativas dos parâmetros, qual sua conclusão com relação à uma possível igualdade entre as médias dos tipos de filtro para QR “baixo”? Justifique, adequadamente, sua resposta (100 pontos)
- g) Teste, usando os resultados da tabela com as estimativas dos parâmetros, a igualdade entre as médias dos dois tipos de filtro, para a quantidade de ruído “médio”. Qual sua conclusão? Justifique, adequadamente, sua resposta. (200 pontos)
3. Uma fábrica de propulsores (líquidos) de foguetes está estudando a taxa de propulsão (quanto maior melhor) de três tipos diferentes de processos de fabricação. Quatro amostras desse propulsor líquido foram aleatoriamente selecionadas da linha de produção de cada um desses três processos e três medidas da taxa de propulsão, em cada uma dessas amostras, foram coletadas. Os dados seguem abaixo. Considere que a fábrica tem interesse apenas nestes três processos. Contudo, naturalmente, ela tem interesse em todas as “amostras” a serem produzidas pelos processos em questão.

Abaixo encontram-se os dados bem como diversos resultados, incluindo: análises descritivas, a tabela ANOVA obtida a partir do ajuste de um modelo normal linear misto (considerando os 2 fatores numa estrutura hierárquica, o processo e as amostras dentro de cada processo), sob parametrização casela de referência (a casela de referência é o processo 1 e os índices correspondem, respectivamente, aos níveis 1, 2 e 3), e análise de resíduos. Utilize em suas comparações, $\alpha = 0,01$.

Tabela 6: Dados relativos à questão 3

	Processo 1				Processo 2				Processo 3			
Amostra	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
	25	19	15	15	19	23	18	35	14	35	38	25
	30	28	17	16	17	24	21	27	15	21	54	29
	26	20	14	13	14	21	17	25	20	24	50	33

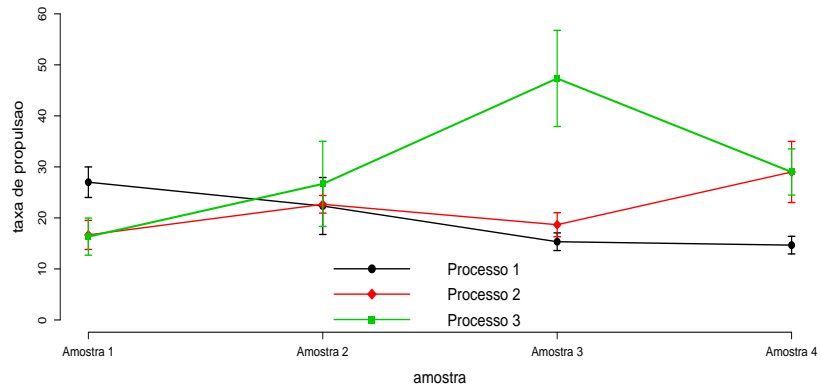


Figura 3: Gráficos de perfis médios para os dados da Questão 3: amostra dentro de processo

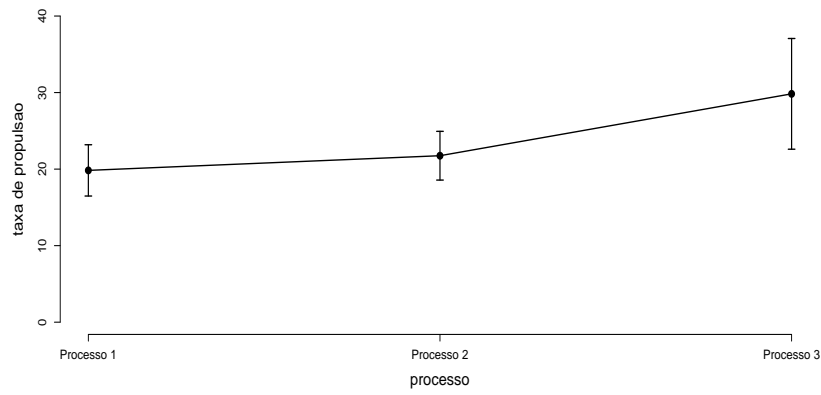


Figura 4: Gráficos de perfis médios dos processos para os dados da Questão 3

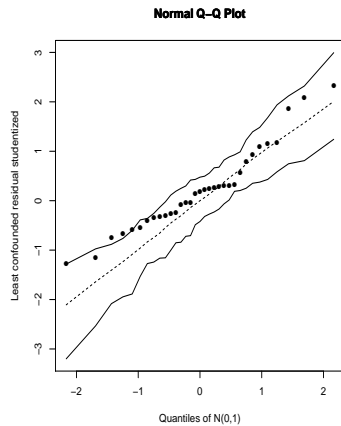


Figura 5: Análise de resíduos para o modelo completo para os dados da Questão 2

Tabela 7: Tabela ANOVA reativa à Questão 2

FV	SQ	GL	QM	Estatística F	pvalor
Processo	676,06	2	338,03	1,46	0,2815
Amostra	2077,58	9	230,84	12,20	<0,0001
Resíduo	454,00	24	18,92		

- Defina a natureza de cada fator envolvido (se fixo ou aleatório), justificando sua resposta. (100 pontos)
- Escreva o modelo que foi ajustado ao conjunto de dados (com todas as suposições pertinentes), de acordo com o que foi dito acima, para verificar a existência de efeito dos fatores, sob a parametrização casela de referência (CR). O que você deduz, através somente do gráfico de perfis, sobre a existência desses efeitos? Justifique, adequadamente, sua resposta. (150 pontos)
- Escreva os dois conjuntos de hipóteses que estão sendo testadas pelas estatísticas F da tabela ANOVA. Quais suas conclusões à respeito deles? Justifique, adequadamente, suas respostas. (100 pontos)
- O que você pode afirmar sobre a verificação da suposição de normalidade dos erros para o conjunto de dados em questão, utilizando os resultados da análise residual? Comente da forma mais completa possível e justifique, adequadamente, sua resposta (200 pontos). (100 pontos)
- Você sugeriria o ajuste de um modelo reduzido, a partir dos resultados obtidos. Se sim, escreva tal modelo com todas as suposições pertinentes. Justifique, adequadamente, sua resposta.(150 pontos)