

ME 705 A - Inferência Bayesianam
Primeiro semestre de 2023
Lista de Exercícios III

OBS:

- A menos que o contrário seja mencionado, nos exercícios você deve considerar uma amostra aleatória $X_1|\theta, \dots, X_n|\theta$ de $X|\theta$.
- A menos que o contrário seja mencionado, variância do estimador Bayesiano deve ser calculada sob a ótica frequentista.
- Sempre construa gráficos das posteriores (para valores específicos dos hiperparâmetros e para alguma amostra). Caso tais valores não sejam fornecidos, escolha-os, usando algum critério.

1. Resolva os exercícios deixados em sala.
2. Para as questões da Lista I: 2, 3, 4, 6, 7, 10 e 12 considere as prioris: correspondentes à família conjugada e de Jeffreys e resolva os itens a seguir:

- a) Construa o IC_B simétrico de credibilidade γ para os parâmetros de interesse, através das posteriores para os parâmetros originais e através da transformação para alguma das quatro “distribuições-tabeladas” (normal, t de Student, qui-quadrado ou F de Snedcor), como visto em sala de aula.
- b) Mostre como obter intervalos HPD de credibilidade γ para os parâmetros de interesse e se não for possível de obtê-los analiticamente, implemente suas obtenções no programa R usando a função *hpd*.
- c) Em cada uma das situações consideradas nos itens *a* e *b*, simule valores para as variáveis de interesse, considerando diferentes: tamanhos de amostra e valores do parâmetro de interesse. Compare os comprimentos dos IC_B e HPD obtidos para diferentes valores de γ .
- d) Obtenha as distribuições preditivas à posteriori para todas as questões mencionadas.
- e) Aplique os resultados desenvolvidos nos itens anteriores, utilizando os modelos probabilísticos apropriados, para os conjuntos de dados descritos nas questões 5, 11 e 12 da Lista I, respondendo às perguntas de interesse. Use as distribuições preditivas para comparar as duas prioris (família conjugada e de Jeffreys) conforme visto em sala.

3. Resolva os itens da Questão 2 desta lista, considerando que $X|\theta \sim \text{geométrica}(\theta)$, ou seja $p(x|\theta) = \theta(1 - \theta)^x I_{\{0,1,2,\dots\}}(x)$.

4. Resolva os itens da Questão 2 desta lista, considerando que $X|\theta \sim \text{Binomial Negativa}(r, \theta)$, (r conhecido) ou seja

$$p(x|\theta) = \binom{x+r-1}{x} \theta^r (1-\theta)^x \mathbb{I}_{\{0,1,2,\dots\}}(x).$$

5. Resolva os itens da Questão 2 desta lista, utilizando as distribuições das questões 4, 5, 6, 7, 9, 10 e 11 da Lista II. Considere, separadamente, cada parâmetro.

6. Do livro Estatística Bayesiana, segunda edição: Questões 3.4, 3.5, 3.10, 3.15, 3.17.