

ME - 402 Inferência Estatística
Segundo semestre de 2010
Lista de exercícios II

1. Verifique se as seguintes distribuições pertencem a alguma das seguintes famílias: posição, escala, posição-escala.

a) $X \sim U(-\theta, \theta), \theta > 0$

b) $f_X(x; \theta) = \frac{1}{\sigma} \exp \left\{ - \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right\} \mathbb{1}_{(\mu, \infty)}(x), \mu \in \mathcal{R}, \sigma > 0.$

c) $X \sim \text{logística}(\mu, \sigma^2).$

d) $f_X(x; \theta) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x-\mu}{\sigma}} \mathbb{1}_{(\mu, \infty)}(x), \mu \in \mathcal{R}.$

2. Com base em uma amostra aleatória de dimensão n e utilizando o critério da fatoração, encontre estatísticas suficientes para os parâmetros dos seguintes modelos:

a) $X \sim \text{Bernoulli}(\theta), \theta \in (0, 1).$

b) $X \sim \text{Poisson}(\theta), \theta \in (0, \infty).$

c) $X \sim \text{Gama}(r, \lambda), r, \lambda > 0, f_X(x; \theta) = \frac{1}{\lambda^r \Gamma(r)} e^{-x/\lambda} x^{r-1} \mathbb{1}_{(0, \infty)}(x).$

d) $X \sim \text{BinomialNegativa}(r, \theta), r \geq 1$ conhecido e $\theta \in (0, 1), f_X(x; \theta) = \frac{(x-1)!}{(r-1)!(x-r)!} \theta^r (1-\theta)^{x-r} \mathbb{1}_{r, r+1, \dots}(x).$

e) $X \sim U(-\theta, \theta), \theta > 0.$

f) $X \sim \text{Trinomial}(m, p_1, p_2), m \in \mathcal{N},$ conhecido, $p_i \in (0, 1), p_1 + p_2 \in (0, 1)$

g) $X \sim N_2(\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2, \rho), \rho \in (-1, 1).$

h) $Y_i = \alpha + X_i \beta + \xi_i, \xi_i \sim N(0, \sigma^2), X_i$'s conhecidos.

i) $Y_i \sim \text{Bernoulli}(p_i), p_i = \frac{1}{1 + e^{\alpha + X_i \beta}}, X_i$'s conhecidos.

3. Prove os resultados que foram deixados em classe como exercícios.