

Planejamento e Pesquisa (ME 623A)
 Segundo semestre de 2012
 Lista de Exercícios I

OBS: Todos os exercícios estão relacionados à experimentos completamente casualizados com um único fator.

OBS: A menos que se mencione o contrário, $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ e H_1 : pelo menos uma diferença.

OBS: Resolva os exercícios de análise de dados usando o programa R.

1. Resolva os exercícios deixados em sala.
2. Para a parametrização casela de referências, prove que:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} n & n_2 & n_3 & \dots & n_k \\ n_2 & n_2 & 0 & \dots & 0 \\ n_3 & 0 & n_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ n_k & 0 & 0 & \dots & n_k \end{bmatrix}$$

Sugestão: Considere $k=2$ níveis e deduza para k geral usando, por exemplo, indução finita. Para $k = 2$, calcule sua inversa e obtenha $\hat{\beta}$. Generalize $\hat{\beta}$ para k geral.

3. Prove que, sob H_0 , QMF/σ^2 e QMR/σ^2 . Sugestão: use as formas quadráticas e note que $\mathbf{Y}'\mathbf{A}\mathbf{Y} = (\mathbf{Y} - \mu\mathbf{1} + \mu\mathbf{1})'\mathbf{A}(\mathbf{Y} - \mu\mathbf{1} + \mu\mathbf{1})$.
4. Considere a hipótese $H_0 : \mathbf{C}_{(q \times p)}\beta_{(p \times 1)} = \mathbf{0}_{(q \times 1)}$, em que \mathbf{C} é uma matriz de posto coluna completo. Prove que $\hat{\gamma} = \mathbf{C}\hat{\beta} \sim N_q(\mathbf{C}\beta, \Sigma_\gamma)$, em que $\Sigma_\gamma = \sigma^2\mathbf{C}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{C}'$. Qual a distribuição aproximada de $Q = \frac{1}{\sigma^2}(\hat{\gamma})'(\mathbf{C}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{C}')^{-1}(\hat{\gamma})$.
5. Prove que, sob a parametrização casela de referência, $\mathcal{E}(QMF) = \sigma^2 + \frac{\sum_{i=1}^k n_i \alpha_i^2}{k-1}$. Conclua, então que, sob H_0 , $\mathcal{E}(QMF) = \sigma^2$.
6. A força de tensão do cimento “portland” está sendo estudada. Quatro diferentes técnicas de misturas podem ser usadas economicamente. Quanto maior a força de tensão, melhor a técnica de mistura. Os seguintes dados de um experimento inteiramente casualizado foram coletados:

Técnica de Mistura	Força de tensão (observação)			
	1	2	3	4
1	3129	3000	2865	2890
2	3200	3300	2975	3150
3	2800	2900	2985	3050
4	2600	2700	2600	2765

Responda os itens:

- a) Defina quem são: fator de interesse (quantos e quem são seus níveis), a variável resposta e o número de unidades experimentais por nível do fator.
 - b) Escreva o modelo apropriado (com todas as suposições pertinentes) para comparar os tratamentos (níveis dos fatores) sob as parametrizações casela de referência (CR) e desvios com restrição (DCR).
 - c) Teste a homocedasticidade usando os testes de Levene e Bartlett. Qual sua conclusão ao nível de significância de $\alpha = 0,05$?
 - d) Ajuste o modelo (sob a parametrização CR) e faça uma análise residual completa. O que você pode afirmar sobre a verificação das suposições do modelo para o conjunto de dados em questão?
 - e) Construa a Tabela ANOVA e compare as médias do modo como você achar mais conveniente, sempre justificando a estratégia adotada.
 - f) Ajuste um modelo reduzido, se for o caso, ou use o modelo do item e), e forneça as estimativas pontuais e intervalares apropriadas. Qual sua conclusão a respeito do problema em questão? Não se esqueça de também verificar as suposições para o modelo reduzido.
7. Um experimento foi realizado para determinar se quatro específicas temperaturas de queima afetam a densidade de um certo tipo de tijolo. Quanto maior a densidade, melhor o tijolo. Note que o experimento é desbalanceado. O experimento levou aos seguintes dados:

Temperatura	Densidade (observação)				
	1	2	3	4	5
100	21,8	21,9	21,7	21,6	21,7
125	21,7	21,4	21,5	21,4	
150	21,7	21,7	21,6	21,6	21,5
175	21,9	21,7	21,8	21,7	

Responda os itens:

- a) Defina quem são: fator de interesse (quantos e quem são seus níveis), a variável resposta e o número de unidades experimentais por nível do fator.
- b) Escreva o modelo apropriado (com todas as suposições pertinentes) para comparar os tratamentos (níveis dos fatores) sob as parametrizações casela de referência (CR) e desvios com restrição (DCR).
- c) Teste a homocedasticidade usando os testes de Levene e Bartlett. Qual sua conclusão ao nível de significância de $\alpha = 0,05$?
- d) Ajuste o modelo (sob a parametrização CR) e faça uma análise residual completa. O que você pode afirmar sobre a verificação das suposições do modelo para o conjunto de dados em questão?
- e) Construa a Tabela ANOVA e compare as médias do modo como você achar mais conveniente, sempre justificando a estratégia adotada.
- f) Ajuste um modelo reduzido, se for o caso, ou use o modelo do item e), e forneça as estimativas pontuais e intervalares apropriadas. Qual sua conclusão a respeito do problema em questão? Não se esqueça de também verificar as suposições para o modelo reduzido.
- g) Ajuste agora um modelo de regressão, considerando o fator como uma variável explicativa quantitativa, fazendo uma análise residual completa e a devida interpretação dos parâmetros. Os resultados obtidos nesta análise, estão de acordo com aqueles obtidos na análise anterior? Justifique, adequadamente, sua resposta.

8. A quantidade de β -glucanas (g/100g), em peso seco, em cultivares de aveia brasileiras, está sendo estudada. Foram utilizadas quatro diferentes cultivares de aveia, quais sejam: IAC 7, UFRGS14, UPF16 E UPF17. Quanto maior a quantidade de β -glucanas, melhor a variedade da aveia. Os seguintes dados de um experimento inteiramente casualizado foram coletados:

Cultivares	β -glucanas (g/100g) (observação)			
	1	2	3	4
IAC7	6,50	5,9	6,85	6,40
UFRGS14	4,3	4,25	4,55	4,35
UPF16	3,51	3,05	3,84	3,61
UPF17	3,78	3,15	4,00	3,98

Responda os itens:

- Defina quem são: fator de interesse (quantos e quem são seus níveis), a variável resposta e o número de unidades experimentais por nível do fator.
 - Escreva o modelo apropriado (com todas as suposições pertinentes) para comparar os tratamentos (níveis dos fatores) sob as parametrizações casela de referência (CR) e desvios com restrição (DCR).
 - Teste a homocedasticidade usando os testes de Levene e Bartlett. Qual sua conclusão ao nível de significância de $\alpha = 0,05$?
 - Ajuste o modelo (sob a parametrização CR) e faça uma análise residual completa. O que você pode afirmar sobre a verificação das suposições do modelo para o conjunto de dados em questão?
 - Construa a Tabela ANOVA e compare as médias do modo como você achar mais conveniente, sempre justificando a estratégia adotada.
 - Ajuste um modelo reduzido, se for o caso, ou use o modelo do item e), e forneça as estimativas pontuais e intervalares apropriadas. Qual sua conclusão a respeito do problema em questão? Não se esqueça de também verificar as suposições para o modelo reduzido.
9. Um experimento foi realizado para determinar se quatro específicas concentrações de determinada substância afetam a acidez de certo alimento. Quando maior a acidez, menos apropriado é o alimento. O experimento levou aos seguintes resultados:

Concentração	Acidez (observação)			
	1	2	3	4
0,00	0,0957	0,1066	0,1095	0,1096
0,12	0,1095	0,1110	0,1125	0,11678
0,24	0,1141	0,1367	0,1282	0,1484
0,36	0,1628	0,2041	0,1755	0,1635

Responda os itens:

- Defina quem são: fator de interesse (quantos e quem são seus níveis), a variável resposta e o número de unidades experimentais por nível do fator.

- b) Escreva o modelo apropriado (com todas as suposições pertinentes) para comparar os tratamentos (níveis dos fatores) sob as parametrizações casela de referência (CR) e desvios com restrição (DCR).
- c) Teste a homocedasticidade usando os testes de Levene e Bartlett. Qual sua conclusão ao nível de significância de $\alpha = 0,05$?
- d) Ajuste o modelo (sob a parametrização CR) e faça uma análise residual completa. O que você pode afirmar sobre a verificação das suposições do modelo para o conjunto de dados em questão?
- e) Construa a Tabela ANOVA e compare as médias do modo como você achar mais conveniente, sempre justificando a estratégia adotada.
- f) Ajuste um modelo reduzido, se for o caso, ou use o modelo do item e), e forneça as estimativas pontuais e intervalares apropriadas. Qual sua conclusão a respeito do problema em questão? Não se esqueça de também verificar as suposições para o modelo reduzido.
- g) Ajuste agora um modelo de regressão, considerando o fator como uma variável explicativa quantitativa, fazendo uma análise residual completa e a devida interpretação dos parâmetros. Os resultados obtidos nesta análise, estão de acordo com aqueles obtidos na análise anterior? Justifique, adequadamente, sua resposta.