

ME 720 - Modelos lineares generalizados
Primeiro semestre de 2016
Lista de Exercícios 1

OBS: A menos que o contrário seja mencionado, considere a forma da FE vista em sala de aula.

1. Resolva todos os exercícios deixados em classe.
2. Prove todos os resultados não demonstrados em classe e/ou apresente os detalhes omitidos.
3. Considere que para a forma da FE apresentada em sala $c(y; \phi) = c_1(y)c_2(\phi)$. Encontre a respectiva fgm (função geradora de momentos) associada à Y e, partir dela, obtenha $\mathcal{E}(Y)$ e $\mathcal{V}(Y)$. Compare esse resultados com aqueles apresentados em sala.
4. Considere $Y_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} FE(\theta, \phi), i = 1, 2, \dots, n$. Apresente o sistema de equações de verossimilhança para estimar θ e ϕ , indicando como ele deve ser resolvido numericamente, caso a solução analítica não seja possível. Particularize os resultados para cada um dos cinco membros da FE vistos em sala.
5. Repita a questão anterior, considerando o estimador pelo método dos momentos.
6. Verifique qual(is) das distribuições abaixo pertencem à família exponencial, identificando cada uma das funções $\theta, b(\cdot), c(\cdot, \cdot), V(\cdot)$, obtendo também $\mathcal{E}(Y)$ e $\mathcal{V}(Y)$.
 - a) $f(y) = \rho^y / (-y \ln(1 - \rho)) \mathbb{1}_{\{1, 2, \dots\}}(y), \rho \in (0, 1)$.
 - b) $f(y) = p(1 - p)^x \mathbb{1}_{\{0, 1, 2, \dots\}}(x), p \in (0, 1)$.
 - c) $f(y) = \frac{\phi a(y, \phi)}{\pi(1 + y^2)^{1/2}} \exp\{\phi [y\theta + (1 - \theta^2)^{1/2}]\} \mathbb{1}_{(-\infty, \infty)}(y), \theta \in (0, 1), \phi > 0$ e $a(\cdot, \cdot)$ é uma função normalizadora.
 - d) $f(y) = a(y, \phi) \exp\{\phi [\theta(y + 1) - \theta \ln(\theta)]\} \mathbb{1}_{(-\infty, \infty)}(y), \theta > 0, \phi > 0$ e $a(\cdot, \cdot)$ é uma função normalizadora.
 - e) $Y \sim \text{beta}(a, b)$ com “b” conhecido (escreva a densidade em função da média).
 - f) $Y \sim \text{beta}(a, b)$ com “a” conhecido (escreva a densidade em função da média).
7. Para das distribuições da questões anterior, que pertencem à FE, encontre a função desvio.
8. Suponha que queremos testar $H_0 : \beta = \beta_0$ vs $H_1 : \beta \neq \beta_0$. Encontre a estatística do TRV bem como sua respectiva distribuição sob H_0 , em sua versão assintótica. Repita o procedimento para as seguintes hipóteses: $H_0 : \phi = \phi_0$ vs $H_1 : \phi \neq \phi_0$
9. Repita o item anterior considerando agora a o teste de Escore de Rao.