

1. Questão 1

a) Temos que:

$$(1 - 0,8B)Y_t = \epsilon_t \rightarrow Y_t = 0,8Y_{t-1} + \epsilon_t \rightarrow Y_t \sim AR(1), \phi = 0,8$$

Nesse caso, o polinômio característico é dado por $\phi(z) = 1 - 0,8z$ e, assim temos que $\phi(z) = 0 \rightarrow z = 1/0,8 = 1,25$, de sorte que $|z| > 1$, portanto, processo é estacionário e causal. Por se tratar de um processo AR, ele é, necessariamente, invertível.

b) Temos que:

$$(1 - 0,7B)Y_t = (1 + 0,5B)\epsilon_t \rightarrow Y_t = 0,7Y_{t-1} + 0,5\epsilon_{t-1} + \epsilon_t \rightarrow Y_t \sim ARMA(1,1), \phi = 0,8$$

Nesse caso, os polinômios característicos são dados por $\phi(z) = 1 - 0,7z$ e $\theta(z) = 1 + 0,5z$, assim temos que $\phi(z) = 0 \rightarrow z_1 = 1/0,7 \approx 1,43$ e $\theta(z) = 0 \rightarrow z_2 = -1/0,5 = -2$. Portanto, temos que $|z_i| > 1, i=1,2$, que implica que o processo é causal, estacionário e invertível.

c) Temos que:

$$(1 + 0,7B - 0,5B^2)Y_t = \epsilon_t \rightarrow Y_t = -0,7Y_{t-1} + 0,5Y_{t-2} + \epsilon_t \\ \rightarrow Y_t \sim AR(2), \phi_1 = -0,7; \phi_2 = 0,5$$

Nesse caso, o polinômio característico é dado por $\phi(z) = 1 + 0,7z - 0,5z^2$. Assim, temos que:

$$\Delta = (0,7)^2 + 4 * 0,5 * 1 \approx 2,49$$

e

$$z = -\frac{(-0,7 \pm \sqrt{2,49})}{2 * 0,5} \rightarrow z_1 \approx -0,88; z_2 \approx 2,28$$

Assim, como $|z_i| \neq 1, i = 1, 2$, mas $|z_1| < 1$ o processo é estacionário, mas não é causal.

2. Questão 2

- A ST é estacionária; a FAC apresenta apenas duas auto-correlações significativas e há uma decaimento exponencial na FACP. MA(2)
- A ST é não estacionária; a FAC apresenta valores grandes com decaimento lento e há apenas duas auto-correlações significativas na FACP. No gráfico da primeira diferença, a ST parece ser estacionária, com decaimento exponencial em ambos os gráficos (FAC e FACP). ARIMA(2,1,2).
- A ST é estacionária; a FAC apresenta auto-correlações maiores para defasagens de ordem 4; o mesmo ocorre para FACP mas, um número menor de auto-correlações são significativas. SARMA(2,1)_{s=4}

3. Questão 3

- a) A ST parece ser estacionária. A FAC apresenta auto-correlações maiores para defasagens de ordem 5, embora haja uma estrutura serial. A FACP também apresenta uma estrutura que combina sazonalidade com comportamento serial. Assim, parece ser razoável considerar tal classe de modelos.
- b) Escolheria o modelo $SARMA(4, 2)(1, 1)_{s=6}$ pois é o que apresenta menores critérios de informação e melhores critérios de predição.
- c) Apesar das auto-correlações serem não significativas, o teste de Ljung-Box indica que os erros não são ruído branco. Além disso, há possíveis outliers, bem como o gráfico de quantil quantil com envelope acusa não normalidade dos erros. O box-plot e o histograma dos resíduos, sugerem não normalidade. Além disso, o teste de Shapiro-Wilks é marginalmente significativo, o que, também, advoga na direção de um mal ajuste. Portanto, o modelo não está bem ajustado, do ponto de vista de análise residual.
- d) Em relação aos valores observados, a previsão está razoável, ao menos acompanhando o padrão da ST. Entretanto, há diversas sub/super previsões. O mesmo ocorre para os valores futuros. Entretanto, principalmente para valores mais extremos, as previsões não foram boas, apesar do intervalo de previsão conter os valores observados. Assim, a previsão, de uma forma geral, não parece apropriada.

Comentários

1. Questão 1: Tem de escrever na forma $Y_t = \dots$, calcular as raízes necessárias, bem como verificar (comentar) a ocorrência ou não das três características (estacionariedade, causalidade e intercambiabilidade)
2. Questão 2: Justificar de forma adequada e considerar todos os gráficos. Se o modelo sugerido (inclusive os valores de (p, d, q, P, D, Q) , a resolução, em geral, recebeu a pontuação na íntegra.
3. Questão 3:
 - a) É análise descritiva (só Figura 5). Comentar todos os aspectos presentes na Figura e justificar de forma adequada.
 - b) Justificar de forma adequada.
 - c) É análise residual. (Figuras 6 e 7 + o teste de Shapiro Wilks). Comentar todos os aspectos presentes nas Figuras e o p-valor, bem como justificar de forma adequada. Mesmo que a resposta tenha sido na direção do bom ajuste, dependendo do que foi justificado, foi dada uma nota positiva. Deve-se apresentar alguma conclusão (mal ou bom ajuste)
 - d) É análise preditiva. (Figuras 8 e 9). Comentar todos os aspectos presentes nas Figuras, bem como justificar de forma adequada. Mesmo que a resposta tenha sido na direção da boa previsão, dependendo do que foi justificado, foi dada uma nota positiva. Deve-se apresentar alguma conclusão (mal ou bom ajuste)