

Aula de Exercícios 1: comparação de estimadores

Prof. Caio Azevedo

Comparação de estimadores

- Considere o exemplo visto [aqui](#), com $a = b = 1$.
- Assim, temos que:

$$\begin{aligned}\frac{EQM(\hat{\theta}_{EAP})}{EQM(\hat{\theta}_{MV})} &= \frac{\frac{n\theta(1-\theta)+(1-2\theta)^2}{(n+2)^2}}{\frac{\theta(1-\theta)}{n}} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^2 + \frac{n}{(n+2)^2} \frac{(1-2\theta)^2}{\theta(1-\theta)} \\ &= \frac{n^2 + an}{(n+2)^2} < 1 \Leftrightarrow n^2 + an < n^2 + 4n + 4 \\ \Leftrightarrow (a-4)n - 4 < 1 &\Leftrightarrow n < \frac{5}{a-4}\end{aligned}$$

Comparação de estimadores

- Por outro lado, temos que:

$$a - 4 > 0 \Leftrightarrow 1 - 4\theta + 4\theta^2 > 4\theta - 4\theta^2 \Leftrightarrow 8\theta^2 - 8\theta + 1 > 0$$

$$\Delta = 64 - 32 = 32 \rightarrow \theta = \frac{8 \pm \sqrt{32}}{16}$$

- Então $\theta > 0,854$ ou $\theta < 0,145$.

Comparação de estimadores

- Além disso, temos que:

$$\frac{5}{a-4} > 1 \Leftrightarrow a < 9 \Leftrightarrow 1 - 4\theta + 4\theta^2 < 9\theta - 9\theta^2 \Leftrightarrow$$
$$13\theta^2 - 13\theta + 1 < 0$$
$$\Delta = 169 - 52 = 117 \rightarrow \theta = \frac{13 \pm \sqrt{117}}{26}$$

- Então $0,084 < \theta < 0,916$.

Comparação de estimadores

- De qualquer forma, analiticamente, parece ser difícil estabelecer uma relação entre os dois EQM's (teríamos que considerar a intersecção dos dois intervalos anteriores, obtidos para θ).
- Alternativa: métodos gráficos para n fixado, variando θ ou o contrário).
- Entretanto, parece que para amostras de pequeno tamanho, o EMV parece ser melhor do que o EAP.
- Repetir o exercício para $a = b = \frac{\sqrt{n}}{2}$.