

Estratégias de Integração

1) Decore uma tabela mínima de integrais:

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}, \quad n \neq -1$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x|$
- $\int e^x dx = e^x$
- $\int a^x dx = a^x / \ln(a)$
- $\int \sin(x) dx = -\cos(x)$
- $\int \cos(x) dx = \sin(x)$
- $\int \sec^2(x) dx = \tan(x)$
- $\int \csc^2(x) dx = -\cot(x)$
- $\int \sec(x) \tan(x) dx = \sec(x)$
- $\int \csc(x) \cot(x) dx = -\csc(x)$
- $\int \tan(x) dx = \ln|\sec(x)|$
- $\int \cot(x) dx = \ln|\sin(x)|$
- $\int \sec(x) dx = \ln|\sec(x) + \tan(x)|$
- $\int \csc(x) dx = \ln|\csc(x) - \cot(x)|$
- $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsen\left(\frac{x}{a}\right)$
- $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan\left(\frac{x}{a}\right)$
- $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec}\left(\frac{x}{a}\right)$

2) Decore as fórmulas de:

- Integração por partes: $\int u \, dv = uv - \int v \, du$.
- Substituição: se $u = f(x)$, então $du = f'(x)dx$.
- Integração de potências do seno, cosseno, tangente, secante, etc...
- Substituição trigonométrica:
 - $\sqrt{a^2 - x^2} \rightarrow x = a.\text{sen}(u), 1 - \text{sen}^2(u) = \cos^2(u)$
 - $\sqrt{a^2 + x^2} \rightarrow x = a.\text{tan}(u), 1 + \text{tan}^2(u) = \sec^2(u)$
 - $\sqrt{x^2 - a^2} \rightarrow x = a.\text{sec}(u), 1 - \sec^2(u) = \tan^2(u)$
- Integração por frações parciais.
- Estratégia para completar o quadrado de termos na forma $\frac{ax - b}{cx^2 + dx + h}$

- 3) Simplifique o integrando.
- 4) Tente encontrar uma substituição fácil, que simplifique o integrando.
- 5) Se o integrando é o produto de uma função trigonométrica, exponencial ou logarítmica por uma potência de x , tente usar integração por partes.
- 6) Aplique as estratégias habituais para integrar funções trigonométricas, funções racionais e funções com raízes quadradas.
- 7) Tente usar substituições menos óbvias e integração por partes.
- 8) Tente combinar métodos.
- 9) Lembre-se de que nem todas as funções contínuas têm integrais que podem ser representadas em termos de funções elementares.

Para integrais com produtos de funções trigonométricas, lembre-se das derivadas de $\text{sen}(x)$, $\text{cos}(x)$, $\text{tg}(x)$, $\text{sec}(x)$, $\text{cotg}(x)$ e $\text{cossec}(x)$ e separe, seguindo o seu bom senso, termos com essas derivadas para facilitar uma substituição.

Além disso, tenha em mente que:

- $\text{sen}^2(x) + \text{cos}^2(x) = 1$
- $\text{sen}(a + b) = \text{sen}(a)\text{cos}(b) + \text{sen}(b)\text{cos}(a)$ e $\text{sen}(a - b) = \text{sen}(a)\text{cos}(b) - \text{sen}(b)\text{cos}(a)$
- $\text{cos}(a + b) = \text{cos}(a)\text{cos}(b) - \text{sen}(a)\text{sen}(b)$ e $\text{cos}(a - b) = \text{cos}(a)\text{cos}(b) + \text{sen}(a)\text{sen}(b)$

De posse dessas fórmulas, deduza (ou decore) que:

- $\text{sec}^2(x) = 1 + \text{tan}^2(x)$
- $\text{sen}^2(x) = \frac{1}{2}[1 - \text{cos}(2x)]$ e $\text{cos}^2(x) = \frac{1}{2}[1 + \text{cos}(2x)]$
- $\text{sen}(a)\text{cos}(b) = \frac{1}{2}[\text{sen}(a + b) + \text{sen}(a - b)]$
- $\text{sen}(a)\text{sen}(b) = \frac{1}{2}[\text{cos}(a - b) - \text{cos}(a + b)]$ e $\text{cos}(a)\text{cos}(b) = \frac{1}{2}[\text{cos}(a + b) + \text{cos}(a - b)]$