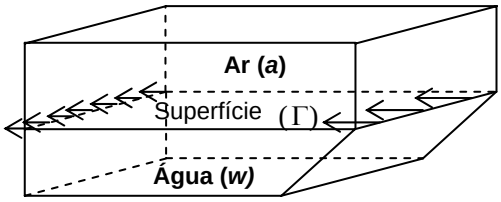
Modelagem matemática e aproximação numérica de um problema tri-dimensional de poluição em sistemas ar-água

Nelson Fernando Inforzato
UEL-Londrina, inforzat@uel.br, fone: (43)33261620
Rua Guararapes, no. 202, apto 102, CEP 86.015-090 - Londrina/Pr

João F.C.A Meyer
UNICAMP-Campinas, joni@ime.unicamp.br, (19)35215920
DMA/IMECC, UNICAMP. CEP 13.083-970, Campinas/SP

RESUMO

No estudo de impacto ambiental, vários esforços foram feitos com o intuito de modelar e simular os efeitos da poluição introduzida no meio ambiente. Os esforços vão desde modelos usando equações de diferenças finitas, até os modelos que usam as EDP's clássicas para os fenômenos de difusão e transporte. Em [4], vemos uma situação analisada em três dimensões envolvendo um único meio, é um derramamento num domínio oceânico tridimensional. Em [3], a situação é modelada com dois meios, ar e água, porém em duas dimensões. Neste trabalho, é feita a modelagem da presença de poluente num sistema ambiental composto por um corpo aquático juntamente com um setor aéreo em três dimensões. Além disso, incluímos uma interface onde se descreve uma interação com o sedimento, introduzindo assim um terceiro meio físico na modelagem.



A figura acima descreve, de forma aproximada, o sistema tridimensional a ser analisado. A presença do poluente é descrita com um sistema de Equações Diferenciais Parciais do tipo difusão-advecção mais a condição de acoplamento na interface (Γ).

$$\frac{\partial a}{\partial t} - div(\alpha_a \nabla a - a\vec{V}) + \sigma_a a = f$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \alpha_w \Delta w + \nabla w.\vec{W} + \sigma_w w = F \text{, com}$$

$$div(\vec{V}) = 0 \text{ e } div(\vec{W}) = 0$$

$$-\alpha_a \left.\frac{\partial a}{\partial \eta}\right|_{\Gamma} = \beta_a (a - w) \longrightarrow \text{Passagem do ar}$$

para a água (acoplamento).

Onde a, w são as concentrações de poluente no ar e na água respectivamente e V, W são os campos de velocidades no respectivo meio, mais condições de contorno e iniciais clássicas formuladas de forma adequada.

Devido às dificuldades analíticas, é descrito um procedimento de aproximação, usando a formulação variacional para a discretização, o Método de Elementos Finitos em três variáveis espaciais, bem como o Método de Crank-Nicolson na variável temporal.

Resultados numéricos serão apresentados e interpretados, bem como gráficos de vários cenários característicos

Referências

[1] Kardestuncer, H. and D. H. Norrie., Finite Element Handbook. McGraw-Hill, N. York, 1987.

[2] Lions, J. L., Equations Diferentelles Operationelles et Problèmes aux Limites, Springer-Verlag Berlin. Gottingen. Heidelberg, 1961.

[3] Meyer, J. F. C. A., Diniz, G. L., Pollutant dispersion in wetland systems: Mathematical modelling and numerical simulations., Ecological Modelling, vol 200, 360-370. Elsevier, 2007.

[4] Vásquez, J. C. S., Comportamento Evolutivo de Descarga de Água de Produção Decorrente de Atividade Offshore: Tratamento Numérico e Simulação Computacional. Tese de Doutorado, IMECC-UNICAMP. Campinas/SP, 2005.