

Modelagem matemática e simulação numérica da dispersão do bicudo em lavouras de algodão

Tânia M. V. S. Lacaz

UNESP - Guaratinguetá
Depto. de Matemática
tania@feg.unesp.br

João F. C. A. Meyer

UNICAMP - IMECC
Depto. de Matemática Aplicada
joni@ime.unicamp.br

Resumo

The dynamics of the cotton tree mosquito (*Anthonomus grandis Boheman*) are modeled by reaction-diffusion equations of the form

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha \Delta u + \nabla \cdot (\mathbf{W}u) + \beta u = \lambda u + f(t, x), \quad x \in \Omega, \quad t \in (0, T],$$

with suitable boundary and initial conditions. The population density is represented by u , $\alpha > 0$ is constant describing the diffusion rate, \mathbf{W} is a velocity field associated to advection or taxis, $\lambda > 0$ is the intrinsic population growth rate (in this case, Malthus's coefficient), while $\beta > 0$ is the population decrement coefficient and f represents a source in the two-dimensional plantation area Ω . Galerkin's method with appropriate Finite Elements and Crank-Nicolson techniques are developed into linear approximations of this specific problem and illustrations are presented with the results of several numerical simulations.

1 Introdução

A cultura do algodão, em virtude da planta apresentar boas condições para atrair os insetos, é bastante atacada por diversas pragas. Dentre elas o bicudo (*Anthonomus grandis Boheman*) é uma das mais ameaçadoras. Seus estragos são grandes e a sua presença fez com que os cotonicultores, que já aplicavam uma quantidade enorme de venenos nas lavouras, passassem a utilizar ainda mais intensamente esses produtos, onerando seus custos de produção e pondo em risco o equilíbrio do meio ambiente.

O bicudo se reproduz rapidamente; em condições ideais - umidade e calor - 50 adultos fêmeas/hectare no início da safra são suficientes para que se tenham no final da safra 500 mil adultos neste mesmo hectare. Cada fêmea bota de 5 a 6 ovos por dia e chega a depositar de 150 a 200 ovos durante sua vida. Produz até 10 gerações em um ano agrícola, aumentando a população cerca de 7 a dez vezes por geração.

O inseto voa rapidamente; a população é capaz de ocupar uma área de, em média 7800 km² em um ano agrícola¹, ou seja, a partir de um foco os insetos são capazes de atingir em um ano qualquer localidade distante até 50 km do foco.

Entre os inimigos naturais do bicudo, além de pássaros, encontram-se cerca de 42 espécies de artrópodes, entre parasitas e predadores. O parasita mais eficiente tem sido uma pequena vespa - *Bracon mellitor*: cerca de 80% de todos os parasitas encontrados na larva do bicudo foram desta espécie. No Brasil além dessa vespa, diversas espécies de formigas foram observadas predando larvas e adultos do bicudo. O percevejo *Podisus sp.*, muito comum no país, também tem mostrado ser bom predador, sugando em média dois adultos por dia. Além dos inimigos naturais os bicudos são sensíveis ao frio e ao calor excessivo.

As práticas culturais, como MIP (Manejo Integrado de Pragas), são recomendadas e supervisionadas pelas DIRAs (Divisões Regionais Agrícolas) como medidas auxiliares no controle do bicudo. A destruição dos restos culturais pela queima contribuirá para a eliminação da população infestante da próxima safra. A adoção de plantas iscas, em forma de faixas, para atrair os adultos migrantes e destruí-los é também boa medida de combate à praga. O uso de variedades de ciclo curto, para florescimento precoce e mais uniforme, é também recomendável. Muitos agricultores na década de 80 achavam que qualquer população de pragas que aparecesse na cultura devia ser exterminada. Para isso eles recorriam aos agrotóxicos mais fortes e pulverizavam suas lavouras de 12 a 15 vezes durante o plantio para matar até a última praga que tivesse resistido aos tratamentos anteriores. Hoje, cotonicultores mais esclarecidos sabem que é impossível erradicar as pragas da cultura. O combate químico indiscriminado pode agravar ainda mais a infestação, ao eliminar seus inimigos naturais.

A fim de testar um controle biológico desta praga, considera-se uma área de plantio de algodão dividida em duas sub-áreas, como indica a figura 1.

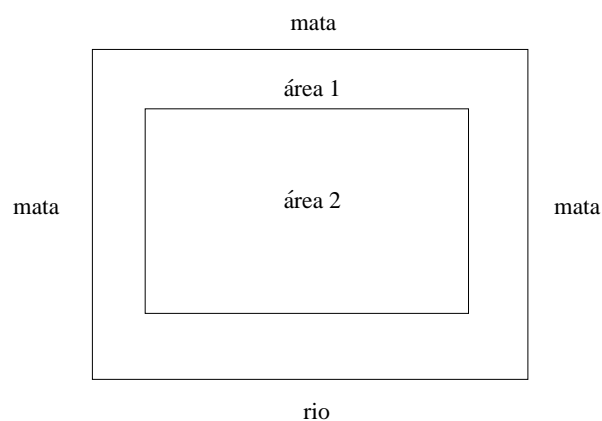


Figura 1: Campo experimental.

¹Esta informação obtida no CATI - Coordenadoria de Assistência Técnica Integral - com o Sr. Verino Cruz possibilitou o cálculo do coeficiente de difusão α necessário na descrição matemática do problema.

A área total de plantio é de 648 km^2 , o que corresponde a 64.800 hectares, tendo 36 km de extensão por 18 km de largura. A lavoura é dividida em glebas com aproximadamente 300 hectares em média cada uma. Considera-se inicialmente a população de insetos vinda das áreas de refúgio - beiradas de matas e margens de rios ou riachos. Na primeira fase instalam-se armadilhas de feromônios, a fim de atrair os insetos adultos para esta região, onde serão exterminados. As armadilhas são colocadas na bordadura em volta da área de plantio e são eficientes em atrair bicudos - tanto machos quanto fêmeas - até 75 dias em média após a emergência. Após alguns dias estas áreas são queimadas e todo o algodão enterrado para exterminar insetos, larvas e ovos. Findos os 75 dias de ação dos feromônios, inicia-se a segunda fase do projeto.

Na segunda fase do projeto, com a área 2 já cultivada, a população sobrevivente da área 1 continuará se espalhando através da plantação onde serão realizados trabalhos de controle os mais modernos e eficientes possíveis, conservando os inimigos naturais e realizando-se pulverizações periódicas com produtos agroquímicos de acordo com orientação técnica.

2 Modelagem Matemática.

2.1 Parâmetros do domínio.

Dada a simetria do problema, matematicamente trabalha-se com um quarto da área de interesse o que corresponde a 162 km^2 .

Utilizando uma escala de 1:18km o domínio espacial é dado pelo conjunto $\Omega = [0, 1] \times [0, 0.5] = \Omega_1 \cup \Omega_2$ com $\Omega_2 = [0.0625, 0.5]$ correspondente a uma área de aproximadamente 124 km^2 , e $\Omega_1 = \Omega - \Omega_2$ correspondente a uma área de aproximadamente 38 km^2 .

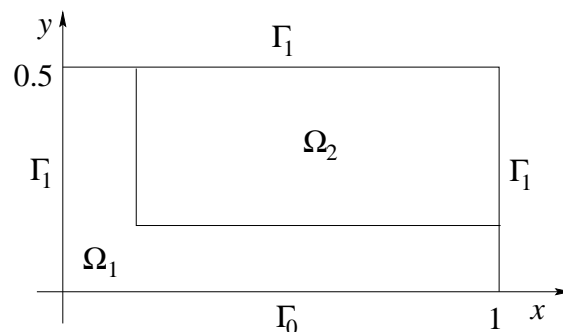


Figura 2: Domínio espacial utilizado nas simulações numéricas.

Este domínio está representado na figura 2 acima; a unidade de comprimento utilizada é indicada por u.c. O instante inicial onde $t_0 = 0$ indica o início do projeto, quando

os insetos vindos da área de refúgio estão na bordadura em volta da lavoura. O instante final é igual a $T = 10.800$ horas correspondente a 180 dias e indica o final da safra. O objetivo é estimar a quantidade de insetos sobreviventes na área de plantio e sua distribuição espacial no final da safra, ou seja, em $T = 180$ dias. O tempo é medido em horas e o espaço em u.c.

2.2 Fase 1.

2.2.1 Parâmetros do problema.

São parâmetros do problema os coeficientes e as funções que aparecem na equação diferencial parcial que descreve matematicamente o problema, além da condição inicial e as condições de contorno.

A **condição inicial** será definida por $u_0(x, y) = 30.000$ insetos em cada ponto de Ω_1 , e $u_0(x, y) = 0$ em Ω_2 (o que corresponde a uma pequena densidade populacional de aproximadamente 0.05 insetos/ m^2), conforme ilustra a figura 3.

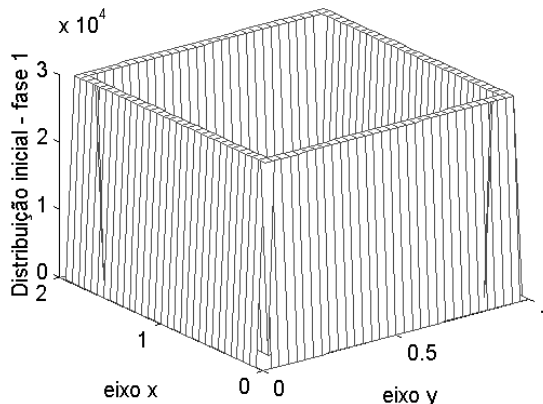


Figura 3: Distribuição inicial dos insetos.

As condições de contorno são:

$$u(t, \mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} \in \Gamma_0, t \in (0, T], \text{ e} \tag{1}$$

$$-\alpha \frac{\partial u}{\partial \eta}(t, \mathbf{x}) = 0, \mathbf{x} \in \Gamma_1, t \in (0, T], \tag{2}$$

com a parte da fronteira indicada por Γ_0 suficientemente afastada da região de interesse, e com a outra parte definida por Γ_1 , indicando as condições de simetria.

A **taxa intrínseca de reprodução** λ : A partir de informações obtidas (Lacaz [3]) estima-se que $\lambda \cong 0.00197352/h$.

A **taxa de sobrevivência** σ : Considerando o coeficiente de decaimento devida à hostilidade do meio (aplicação de bordaduras nas glebas, inseticidas, etc.) $\beta = 0.00160090$ tem-se que $\sigma = \beta - \lambda \cong -0.0037262/h$.

O **coeficiente de difusão** α : Considerando que a população é capaz de ocupar uma área de $625\pi \text{ km}^2/\text{ano}$, sendo a unidade de comprimento medida por u.c. e a unidade de tempo em horas, tem-se que:

$$\alpha = \frac{625 \pi \text{ km}^2}{\text{ano}} \cong \frac{6.0660321 \text{ u.c.}^2}{365 \text{ dias}} \cong \frac{0.01660321 \text{ u.c.}^2}{24 \text{ horas}} \cong 0.00069180 \text{ u.c.}^2/h.$$

O **vetor velocidade de migração** $\mathbf{W} = (W_1, W_2)$ será dado por: $W_1 = 0$ e $W_2 = -0.005$ em Ω se $x \succ y$,

$W_1 = -0.005$ e $W_2 = 0$ em Ω se $x \leq y$.

Nas faixas onde estão localizadas as armadilhas de feromônios considera-se o campo de velocidades definido por: $W_1 = 0$ e $W_2 = 0.005$ em Ω se $x \succ y$,

$W_1 = 0.005$ e $W_2 = 0$ em Ω se $x \leq y$,

Ou seja, como existe algodão somente na área 1 durante a fase 1, os insetos vindos das regiões de refúgio que estiverem na região Ω serão atraídos para a borda da região. A hipótese assumida neste caso é a de que os insetos deverão percorrer a menor distância para atingir a borda.

A **função $f(t, x, y)$** : Considera-se um **sumidouro** na faixa onde estão localizadas as armadilhas de feromônios, sendo neste ensaio a função $f(t, x, y)$ função do tempo, no sentido de que quanto mais forte o efeito das armadilhas maior é f - isto ocorre no instante inicial. Este efeito decresce linearmente no tempo até chegar a zero o que implica em $f = 0$ no instante final.

A **equação diferencial parcial** que descreve estes fenômenos é, então, dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha \Delta u + \nabla \cdot (\mathbf{W}u) + \sigma u = f(t, \mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad t \in (0, T_1], \quad (3)$$

com os coeficientes e as condições inicial e de contorno apresentadas acima através da figura 3, e equações 1 e 2, e o tempo final da fase 1 dado por $T_1 = 75 \text{ dias}$.

2.2.2 Modelagem Numérica.

Serão construídas soluções aproximadas (Lacaz [3]) para o problema variacional equivalente², utilizando o método de Galerkin em conjunto com o método dos elementos finitos para a discretização das variáveis espaciais e o método de Crank-Nicolson para a discretização da variável temporal³.

As figuras a seguir ilustram a distribuição parcial dos insetos no tempo $T_p = 2 \text{ dias}$, correspondendo a 96 iterações no tempo, a distribuição dos insetos no tempo $T_p =$

²O problema variacional com a condição inicial estabelecida tem solução única (Lacaz [3]).

³As soluções numéricas obtidas e os gráficos ilustrativos destas soluções foram gerados através de programas desenvolvidos no *software* MATLAB versão 4.2.

12,5 dias, correspondendo a 600 iterações no tempo, e a distribuição dos insetos no final da fase 1, ou seja em $T_1 = 75$ dias, correspondendo a 3.600 iterações no tempo. O incremento no tempo utilizado foi $\Delta t = 0.5$.

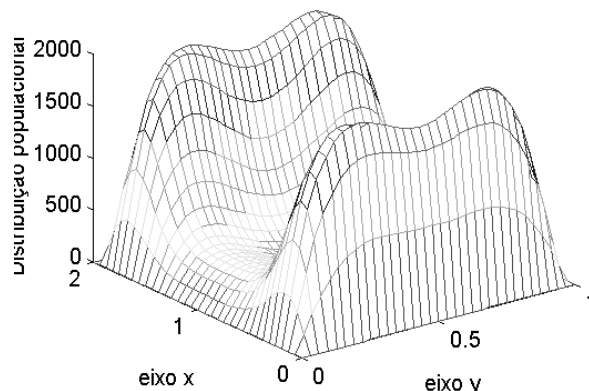


Figura 4: Distribuição populacional na área de plantio após 2 dias.

A figura 4 representa as densidades populacionais em cada ponto do domínio após 96 iterações no tempo (as densidades em cada ponto estão indicadas no eixo vertical). O decréscimo da população deve-se em parte ao fato da fronteira não estar suficientemente afastada da região de interesse, além da presença do sumidouro. O termo advectivo domina e, como, inicialmente, a população se encontra muito próxima à fronteira, embora aí u seja igual a zero a derivada de u na direção da normal não é zero e a população "escapa". Este efeito é diminuído pela ação contrária da velocidade nos nós da malha que estão fora da região de plantio, entre a região e a fronteira.

Inicialmente nota-se este "equilíbrio" no campo de velocidades, mas a medida que são realizadas mais iterações seu efeito é mais positivo no sentido de "segurar" a população dentro da região de plantio.

Nota-se claramente o efeito do campo de velocidades, ou seja, o efeito dos feromônios na população a qual é atraída para a bordadura onde estão localizadas as armadilhas. A fim de evidenciar este efeito realizou-se um ensaio considerando $\mathbf{W} = (0, 0)$ e $f = 0$. Após 96 iterações no tempo tem-se o seguinte resultado, ilustrado na figura 5.

Com 600 iterações realizadas a população se encontra mais dispersa na área de plantio e a densidade populacional aumenta sensivelmente. A capacidade de atração das armadilhas de feromônios decresce no tempo e, este fenômeno somado ao equilíbrio dos campos de velocidades e também ao sinal de σ , favorecem o crescimento populacional. A figura 6 ilustra o resultado da simulação.

A figura 7 ilustra o crescimento populacional após 75 dias ou 3.600 iterações no tempo, indicando a distribuição da população de insetos no final da fase 1.

Apesar da fronteira não estar suficientemente afastada da região de interesse, este resultado é coerente com a definição de σ . Pode-se, mesmo assim, intensificar as técnicas de controle durante a fase 2 para evitar um infestamento da praga na lavoura.

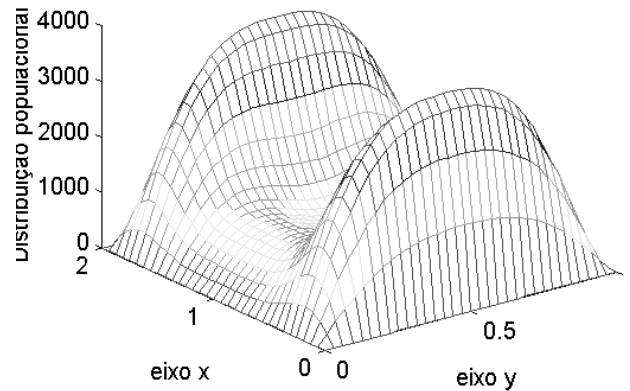


Figura 5: Distribuição populacional na área de plantio após 2 dias com $\mathbf{W} = (0,0)$ e $f = 0$.

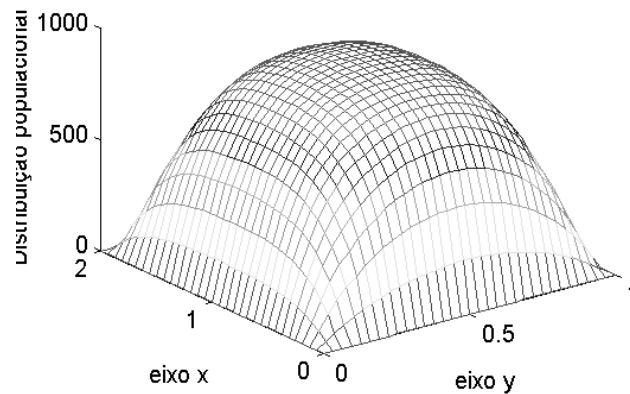


Figura 6: Distribuição populacional na área de plantio após 12,5 dias.

2.3 Fase 2.

A fase 2 consiste em um novo problema dado pela equação 3, com a condição inicial definida através da solução da fase 1, sendo que na área 1 a condição inicial é zero já que o algodão nesta área será queimado, matando insetos, larvas e ovos que estiverem nesta região. A figura 8 indica a distribuição inicial dos insetos na fase 2.

O coeficiente de difusão α é o mesmo da fase 1. Supõe-se que não existam fontes ou sumidouros nesta fase, ou seja, $f = 0$, e que as componentes da velocidade sejam pequenas no sentido de atrair a população para a área 2 de plantio, ou seja $W_1 = W_2 = 0.0001$ nas faixas onde estão localizadas as armadilhas de feromônios, e $W_1 = W_2 = 0$ nos demais nós da malha. Considera-se um aumento considerável nas técnicas de controle de pragas, causando uma diminuição na taxa de sobrevivência σ , dada na fase 2 por $\sigma = \beta - \lambda \cong -0.00037262/h$.

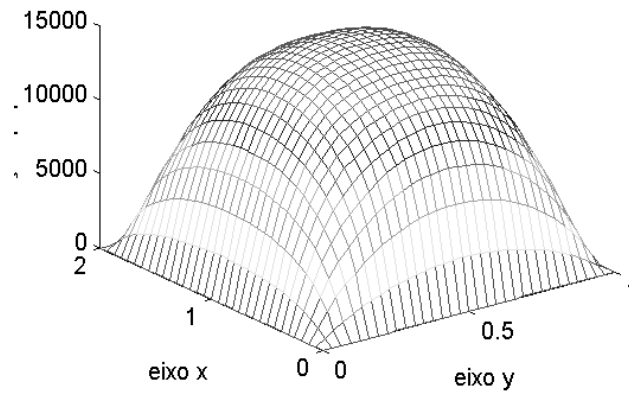


Figura 7: Distribuição populacional na área de plantio no final da fase 1, ou seja, $T_1 = 75$ dias.

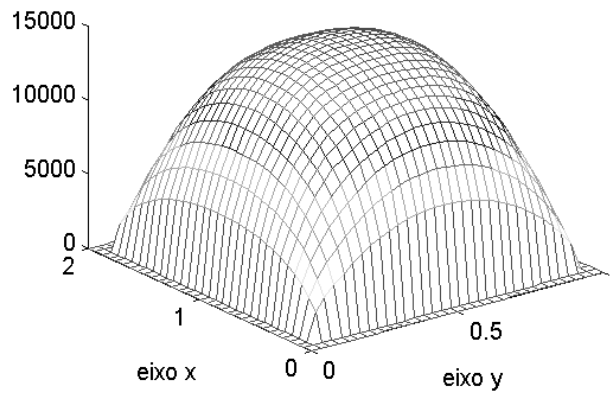


Figura 8: Condição inicial da fase 2.

A equação 3 com estas definições passa a ser a seguinte:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha \Delta u + \nabla \cdot (\mathbf{W}u) + \sigma u = 0, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad t \in (T_1, T], \quad (4)$$

com os coeficientes e as condições inicial e de contorno apresentadas acima nas equações 1 e 2. A figura 9 ilustra a distribuição final da população de bicudos que sobreviveram.

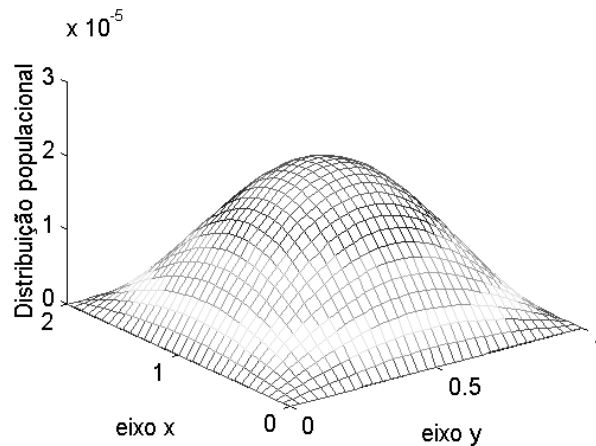


Figura 9: Distribuição da população de bicudos na área 2 no final da safra, ou seja, $T = 180$ dias.

2.4 Observações finais:

Nesta aplicação existem inúmeros aspectos, tanto matemáticos quanto biológicos, que levam a inúmeras reconsiderações, sugerindo outras abordagens e hipóteses. Embora a condição inicial seja razoável sob o ponto de vista biológico, concentrando os insetos inicialmente na área 1, e no método de Galerkin juntamente com o método dos elementos finitos possam ser consideradas funções descontínuas (até mesmo distribuições), o uso de uma função contínua como condição inicial pode eventualmente trazer melhores resultados, evitando as oscilações iniciais na utilização do método de diferenças finitas para a discretização temporal. Talvez o uso da base dos elementos finitos de segunda ordem (funções quadráticas por partes definidas no domínio discretizado) para a discretização das variáveis espaciais também ajudem a contornar este problema. Para um futuro trabalho que melhore o resultado qualitativo, sugere-se afastar a fronteira da região de plantio; isto implica em trabalhar com o campo de velocidades dependente das coordenadas espaciais e, conseqüentemente, devem-se realizar integrações numéricas a fim de montar as matrizes de rigidez. Afastar a fronteira da região de interesse parece ser uma hipótese essencial para uma tentativa de melhores resultados quantitativos sob o ponto de vista matemático.

Uma comparação entre o valor do coeficiente de difusão utilizado e aqueles obtidos por Kareiva [2] para diversos outros tipos de insetos (em geral besouros) podem, à primeira vista parecer muito discrepantes. De fato não o são; o trabalho de Kareiva [2], além de específico, estima os coeficientes sem levar em conta agentes externos de dispersão (transporte por ventos, o homem, pássaros, há uma infinidade deles) que alteram sensivelmente estes valores. Para a área de plantio considerou-se que o bicudo apresenta um coeficiente de difusão aproximadamente 240 vezes maior que o coeficiente de difusão estimado para um tipo de borboleta. As justificativas são que não se quis fugir muito do coeficiente fornecido pelo CATI e que o bicudo, provavelmente, é

muito veloz do que a borboleta.

Referências

- [1] Cruz, V. R. *Resultados do MIP - Manejo Integrado de Pragas em região infestada pelo bicudo: ano agrícola 1991/92*, Campinas, Coordenadoria de Assistência Técnica Integral - CATI, 1994, 26p (Documento Técnico, 96).
- [2] Kareiva, P. M. *Local movement in herbivorous insects: applying a passive diffusion model to mark-recapture field experiments*, *Oecologia*, Berlin, 57, pp. 332-327, 1983.
- [3] Lacaz, T. M. V. S. *Análises de problemas populacionais intraespecíficos e interespecíficos com difusão densidade dependente*, Tese de Doutorado, IMECC - Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da UNICAMP - Universidade de Campinas, 1999.