

Modelo interespecífico de predação na presença de material impactante: modelagem e simulação computacional

Manoel F. B. Prestes¹, João F. C. A. Meyer²,
DMA, IMECC – UNICAMP, 13.083-859, Campinas/SP

Resumo. Neste estudo, apresentamos um algoritmo capaz de simular a dinâmica populacional, tendo em vista as interações intraespecífica e interespecífica entre três espécies de peixes como, por exemplo, o Acará, a Tilápia do Nilo e a Piranha presentes no meio a ser analisado, sobretudo na presença de algum poluente na represa do Salto Grande, Americana/SP. Para a modelagem deste fenômeno utilizou-se o sistema de EDP não linear clássico de Difusão-Advecção, com condições de contorno ditas de Von Neumann homogêneas para o poluente e para as três espécies de peixes. São feitas simulações computacionais e resultados aproximados são obtidos em ambiente *MATLAB*^R usando o Método das Diferenças Finitas com saídas gráficas qualitativas.

Palavras-chave: *Dinâmica populacional, Interação: intraespecífica e interespecífica, Impacto ambiental, Sistema não-linear de EDP: Difusão-advecção, Método das Diferenças Finitas.*

1. Introdução

A introdução de espécies exóticas identificadas na cadeia trófica se constituem em um cenário susceptível à ocorrência de um possível impacto ambiental, sobretudo na presença de algum poluente. Neste sentido, a etiologia da Tilapia-do-Nilo* observada pelo grupo de pesquisadores do Instituto de Biociências da

¹mfbprestes@gmail.com

²joni@ime.unicamp.br

*Peixe da espécie *Oreochromis niloticus* que pode ser encontrada em rios do continente Africano

UNESP em Botucatu (R.E.Barreto, 2012) é considerada como de uma espécie invasora de alto risco, tendo em vista que além de bastante agressiva e extremamente resistente a doenças, é facilmente adaptável às diversas condições aquáticas (variação de temperatura e salinidade da água, por exemplo). Esta espécie onívora, disputa também o mesmo nicho ecológico com várias espécies nativas, que diante de tal situação, sofrem uma competição para a qual não estão preparadas. O declínio experimentado pela população de Acará[†] diante da presença da Tilápia-do-Nilo, interfere diretamente, sobretudo, no controle e limitação da disseminação da esquistossomose, tendo em vista o hábito alimentar especializado (fossar no substrato) da espécie nativa, onde estão presentes as larvas de um parasita que ao alojar-se no hospedeiro (caramujo) é causador desta doença tropical. Assim, a presença da Tilápia-do-Nilo resulta ser prejudicial, também, à saúde humana. Alia-se a este cenário preocupante, o estudo publicado na Revista Brasileira de Biologia (I.Sazima e Pombal, 1988), que descreve o comportamento da Piranha e outras espécies de peixes de hábitos alimentares predatórios, presentes na represa do Salto Grande, que provocam mutilação em outros peixes, podendo de suas presas retirar escamas, peles, filamentos de brânquias e porções de nadadeiras (pterigiofagia). Tal comportamento é observado em diversas espécies de Cichlidae na África e Characiformes na América do Sul e África. A extensão das mutilações em nadadeiras de Acará e Tilápias causadas por Piranhas[‡], vem acarretar, sobretudo ao Acará, maior dificuldade na obtenção de seu alimento, devido a perda de parte de suas nadadeiras, responsáveis pela manobra em postura oblíqua durante o seu fossar no substrato. Este efeito predatório nas nadadeiras da Tilápia é mais severo do que no Acará, mas as Tilápias demonstram superar de modo mais eficiente esta limitação, continuando a se alimentar e crescendo bem. Portanto, em termos de política pública é importante poder contar com um instrumento algorítmico para simular um possível impacto gerado neste ambiente, onde as espécies aquáticas estão submetidas, a curto, médio e longo prazos com vistas a estabelecer um manejo mais adequado nesses ambientes. A situação aqui descrita é modelada com um sistema não linear de EDPs e um algoritmo de aproximação desenvolvido com diferenças finitas e simulações são apresentadas. Estas espécies são citadas porque, mesmo na ausência de parâmetros descritivos das espécies e do efeito dos poluentes, representam um cenário que, de fato,

[†]Peixe da espécie *Geophagus brasiliensis* que pode ser encontrada em rios de toda América do Sul e que também atende pelos nomes Cará, Acará-topete ou Papa-terra.

[‡]Peixe da espécie *Serrasalmus spilopleura* de hábitos alimentares predatórios

ocorre na represa do Salto Grande, Americana/SP.

2. Objetivos

Neste trabalho, buscamos a obtenção de um algoritmo enquanto ferramental, com vistas a estabelecer adequados mecanismos de monitoramento, sobretudo, da população de peixe da espécie *Geophagus brasiliensis* (responsável pelo controle da esquistossomose), sujeita à predação na presença de alterações significativas no meio causadas, por exemplo, pela intervenção antrópica na micro-região em estudo.

3. Metodologia

Considerando-se modelos clássicos, por exemplo *cf.* (L.Edelstein-Keshet, 1988);(G.I.Marchuck, 1986);(A.Okubo e S.A.Levin, 1980), apresentamos uma modelagem matemática análoga para esta situação, com uma opção específica em termos do contorno. A equação aqui utilizada é a Equação de Difusão-Advecção, empregada em diversos e diferentes estudos ligados a situações gerais e a análises em Ecologia Matemática *cf.* (E.C.C.Poletti e J.F.C.A.Meyer, 2009). Iremos considerar como domínio da função concentração a superfície do reservatório constituindo-se de um conjunto aberto, não-vazio, limitado e de fronteira suficientemente regular. Denotamos este domínio como $\Omega \subset R^2$. Optamos por um domínio bidimensional em função das dimensões do reservatório. Seja ainda $P(t, x, y)$ a concentração do poluente, $A(t, x, y)$ a população do Cará, $B(t, x, y)$ a população da Tilápia do Nilo e $C(t, x, y)$ a população da Piranha, todas consideradas no instante $t \in I = (0, T]$ e num ponto $(x, y) \in \Omega$. Assim, teremos o seguinte sistema de EDP:

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \text{div}(\alpha \nabla P) + \text{div}(P\mathbf{V}) + \sigma P = f \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} - \text{div}(\beta \nabla A) + \text{div}(A\mathbf{V}) = \lambda_a A \left(1 - \frac{A}{K_a} - p_{ab}B - p_{ac}C\right) - (\tau_a P)A \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} - \text{div}(\gamma \nabla B) + \text{div}(B\mathbf{V}) = \lambda_b B \left(1 - \frac{B}{K_b} + p_{ba}A - p_{bc}C\right) - (\tau_b P)B \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} - \text{div}(\delta \nabla C) + \text{div}(C\mathbf{V}) = \lambda_c C \left(1 - \frac{B}{K_c} + p_{ca}A + p_{cb}B\right) - (\tau_c P)C \quad (3.4)$$

com $t \in I$ e $(x, y) \in \Omega$

Condições Iniciais

$$P(x, y, 0) = P_0(x, y)$$

$$A(x, y, 0) = A_0(x, y)$$

$$B(x, y, 0) = B_0(x, y)$$

$$C(x, y, 0) = C_0(x, y)$$

Quanto às condições de Fronteira adotadas neste trabalho, a condição de Von Neumann se apresenta como a melhor opção na modelagem, diante da situação encontrada para o local.

Na equação 3.1 que descreve a variação da concentração de Poluente: P, o fenômeno da difusibilidade presente neste trabalho, é considerado como difusão efetiva (A.Okubo e S.A.Levin, 1980). O decaimento presente, enquanto degradação do poluente, suposto como variação linearmente proporcional à presença do poluente $C(x,y,t)$, é um fenômeno molecular que descreve de modo amplo aquela fração de partículas da substância poluente que reage com o meio externo, excluindo-se do cenário durante o processo e isto pode ocorrer de diversos modos reação com a biota (biotransformação e biodegradação), decaimento por efeito da luz (fotodegradação), perda para o sedimento ou evaporação. As fontes (geradoras de poluentes) em tese, se localizam ao longo do reservatório do Salto Grande sobretudo onde existem descarte de efluentes:domésticos e industriais. Quanto às equações 3.2, 3.3 e 3.4 que descrevem respectivamente a variação populacional do Acará: A, Tilápia-do-Nilo: B e da Piranha: C, em se tratando de espécies de peixes, a difusibilidade aqui, é entendida como uma dispersão populacional das espécies, sobretudo pela contínua movimentação dos peixes no meio. Há que se considerar ainda a existência do termo advectivo entendido como sendo a correnteza experimentada pelas espécies de peixe e

o vento para o poluente. Quanto à reprodução experimentada pelas espécies envolvidas, foi adotado neste trabalho, o modelo populacional de Verhulst, que se apresenta como a melhor alternativa na modelagem, o que nos permitiu a adoção de capacidades suporte do meio específica para cada espécie; com vistas a agregar ao modelo um cenário mais verossímil possível. Na dinâmica em que as espécies envolvidas se sujeitam, destacamos a presença do efeito predatório sentido pelo Acará e pela Tilápia-do-Nilo na competição interespecífica com a Piranha, que se beneficia com a interação com as demais espécies. Considere-se também, o efeito predatório experimentado pelo Acará, sentido na competição interespecífica com a Tilapia-do-Nilo, espécie onívora. A existência de competição intraespecífica, a qual todas as espécies envolvidas se submetem, encerra a dinâmica populacional descrita nas três últimas equações. Assim, seguem abaixo os parâmetros denotados no sistema de EDP não-linear, onde:

- f : A fonte considerada macroscopicamente é pontual e levada em consideração pela possibilidade múltipla de ingresso de material impactante no meio numa quantidade que depende de situações externas. Em função das dimensões do domínio aquático em estudo, este ingresso pode ser considerado como proveniente de fenômenos como a deriva ou o escoamento, porém não é a opção deste trabalho.
- p_{ab} : coeficiente do efeito predatório da competição interespecífica sentido pelo Acará na presença da Tilapia-do-Nilo
- p_{ac} : coeficiente do efeito predatório da competição interespecífica sentido pelo Acará na presença da Piranha
- λ_a : taxa de crescimento intrínseca do Acará
- K_a : capacidade suporte do meio do Acará
- τ_a : coeficiente do efeito do poluente sobre o Acará
- p_{ba} : coeficiente do efeito benéfico da competição interespecífica sentido pela Tilapia-do-Nilo na presença do Acará
- p_{bc} : coeficiente do efeito predatório da competição interespecífica sentido pela Tilápia-do-Nilo na presença da Piranha
- λ_b : taxa de crescimento intrínseca da Tilápia-do-Nilo

- K_b : capacidade suporte do meio da Tilápia-do-Nilo
- τ_b : coeficiente do efeito do poluente sobre a Tilápia-do-Nilo
- p_{ca} : coeficiente do efeito benéfico da competição interespecífica sentido pela Piranha na presença do Acará
- p_{cb} : coeficiente do efeito benéfico da competição interespecífica sentido pela Piranha na presença da Tilápia-do-Nilo
- λ_c : taxa de crescimento intrínseca da Piranha
- K_c : capacidade suporte do meio da Piranha
- τ_c : coeficiente do efeito do poluente sobre a Piranha

4. Caracterização e descrição do domínio

A partição bidimensional do domínio foi realizada de modo a contemplar, da melhor forma possível, a irregularidade existente na fronteira do corpo aquático considerado, dadas as limitações da malha para o Método.

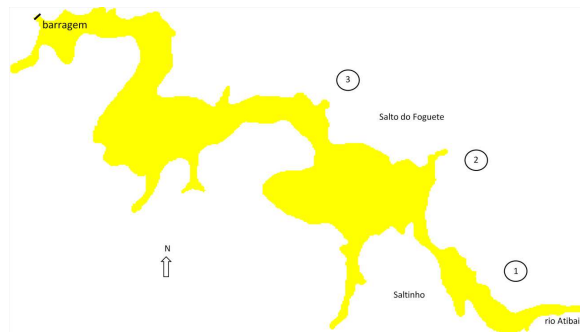


Figura 1: Ilustração do domínio e divisão dos compartimentos - reservatório do Salto Grande (M.P.Coelho, 1993)

4.1 Discretização do problema

4.1.1 Discretização Espacial

A discretização foi pelo Método das Diferenças Finitas centradas com erro da ordem de $O(\Delta t^2)$. Assim, usando a mesma notação do algoritmo e

denotando-se por P, A, B e C respectivamente, a concentração do material impactante, a população do Acará, da Tilápia-do-Nilo e da Piranha num dado instante, obtém-se as substituições

$$\frac{\partial P^2}{\partial x^2}(x_i, y_j, t_n) \simeq \frac{P_{i-1,j}^n - P_{i,j}^n + P_{i+1,j}^n}{\Delta x^2} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x}(x_i, y_j, t_n) \simeq \frac{P_{i+1,j}^n - P_{i-1,j}^n}{\Delta x} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial P^2}{\partial y^2}(x_i, y_j, t_n) \simeq \frac{P_{i,j-1}^n - P_{i,j}^n + P_{i,j+1}^n}{\Delta y^2} \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial P}{\partial y}(x_i, y_j, t_n) \simeq \frac{P_{i,j+1}^n - P_{i,j-1}^n}{\Delta y} \quad (4.8)$$

onde os subíndices $i+1$ e $i-1$ identificam respectivamente (para os pontos interiores de Ω), os nós abaixo e acima do par (x_i, y_j) , bem como os subíndices $j+1$ e $j-1$ identificam os nós à esquerda e à direita do par (x_i, y_j) no instante t_n . De modo análogo se obtém a discretização para as variáveis espaciais das populações de Acará, Tilápia-do-Nilo e a Piranha.

4.1.2 Discretização Temporal

A discretização foi pelo Método de Crank-Nicolson, para o tempo, também com erro da ordem de $O(\Delta t^2)$. Assim, neste procedimento usamos:

$$\frac{\partial P}{\partial t}(x_i, y_j, t_{n+\Delta t/2}) \simeq \frac{P_{i,j}^n - P_{i,j}^{n+1}}{\Delta t} + O(\Delta t^2)$$

Para usar esta aproximação, estima-se $P_{i,j}^{n+1} = P(x_i, y_j, t_n + \Delta t/2)$ com

$$P_{i,j}^{n+1/2} \simeq \frac{P_{i,j}^n + P_{i,j}^{n+1}}{2} = P_i^{n+1/2} + O(\Delta t^2) \quad (4.9)$$

Analogamente adotou-se o mesmo critério para obtenção da discretização para as variáveis temporais das populações de Acará, Tilápia-do-Nilo e da Piranha.

4.2 Procedimentos Numéricos

4.3 Pontos Interiores: parte linear do sistema

$$\begin{aligned}
& P_{i-j}^{n+1} \left[\frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u\Delta t}{2\Delta x} \right] + P_{i,j-1}^{n+1} \left[\frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{2\Delta y} \right] \\
& + P_{i,j}^{n+1} \left[1 + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma\Delta t}{2} \right] + P_{i,j+1}^{n+1} \left[\frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{4\Delta y} \right] \\
& + P_{i+1,j}^{n+1} \left[\frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u\Delta t}{4\Delta x} \right] = P_{i-j}^n \left[\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u\Delta t}{2\Delta x} \right] \quad (4.10) \\
& + P_{i,j-1}^n \left[\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{2\Delta y} \right] + P_{i,j}^n \left[1 - \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} - \frac{\alpha\Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma\Delta t}{2} \right] \\
& + P_{i,j+1}^n \left[\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{4\Delta y} \right] + P_{i+1,j}^n \left[\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u\Delta t}{4\Delta x} \right] + \Delta t f_{i,j}^{n+1/2}
\end{aligned}$$

Na realidade, este esquema identifica a maior parte de um sistema linear da forma: $M.P^{n+1} = N.P^n + \Delta t.f.b$, onde $M = m(i,j)_{i,j}$ e $N = n(i,j)_{i,j}$, $1 \leq i, j \leq nn$ (nn é o número de nós da malha vista na Figura 2) e com termo independente da forma $b = (b_i)$ com $i = 1, 2, 3, \dots, n$ e, finalmente $b_i = \Delta t f_i^{n+1/2}$. Ainda $P^{(0)} = P_i^{(0)}$, $i = 1, 2, 3, \dots, nn$. As matrizes M e N são matrizes esparsas e seus elementos não nulos são:

Matriz M	Matriz N
$m_{i,j} = 1 + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma\Delta t}{2}$	$n_{i,j} = 1 - \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} - \frac{\alpha\Delta t}{\Delta y^2} - \frac{\sigma\Delta t}{2}$
$m_{i,j-1} = \frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{2\Delta y}$	$n_{i,j-1} = \frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{2\Delta y}$
$m_{i,j+1} = \frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{2\Delta y}$	$n_{i,j+1} = \frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{2\Delta y}$
$m_{i-1,j} = \frac{2\Delta x^2}{\alpha\Delta t} - \frac{2\Delta x}{u\Delta t}$	$n_{i-1,j} = \frac{2\Delta x^2}{\alpha\Delta t} + \frac{2\Delta x}{u\Delta t}$
$m_{i+1,j} = \frac{2\Delta x^2}{\alpha\Delta t} - \frac{2\Delta x}{4\Delta x}$	$n_{i+1,j} = -\frac{2\Delta x^2}{2\Delta x^2} + \frac{2\Delta x}{4\Delta x}$

Além do esquema acima adotado que identifica a primeira equação do sis-

tema de EDP, que descreve o poluente na superfície da represa, as demais, que representam respectivamente a população do Acará (segunda equação do sistema de EDP), da Tilápia (terceira equação do sistema de EDP) e da Piranha (quarta equação do sistema de EDP) podem ser obtidos similarmente ao anterior, considerando-se para tal, somente a parte linear destes. Por oportuno, convém destacar ainda a existência de uma parte não-linear, que afeta estritamente os elementos das diagonais principais, a qual descrevemos abaixo.

4.4 Pontos Interiores: parte não-linear do sistema

Ademais, acerca da parte não-linear do algoritmo, podemos ilustrar através de outro esquema sem perda de generalidades, os termos que figuram nas diagonais principais, responsáveis, portanto, pela álgebra envolvida na simulação computacional.

Matrizes do Sistema:

Matriz Esquerda: população de Acará

$$m_{i,j} = \dots + \frac{\lambda_a \Delta t}{4k_a} (a_i^{n+1} + a_i^n) + \frac{\lambda_a \Delta t \cdot p_{ab}}{4} (b_i^{n+1} + b_i^n) + \frac{\lambda_a \Delta t \cdot p_{ac}}{4} (c_i^{n+1} + c_i^n) + \frac{\tau_a \Delta t}{4} (p_i^{n+1} + p_i^n)$$

Matriz Direita: população de Acará

$$n_{i,j} = \dots - \frac{\lambda_a \Delta t}{4k_a} (a_i^{n+1} + a_i^n) - \frac{\lambda_a \Delta t \cdot p_{ab}}{4} (b_i^{n+1} + b_i^n) - \frac{\lambda_a \Delta t \cdot p_{ac}}{4} (c_i^{n+1} + c_i^n) - \frac{\tau_a \Delta t}{4} (p_i^{n+1} + p_i^n)$$

Matriz Esquerda: população de Tilápia

$$m_{i,j} = \dots - \frac{\lambda_b \Delta t \cdot p_{ba}}{4} (a_i^{n+1} + a_i^n) + \frac{\lambda_b \Delta t}{4k_b} (b_i^{n+1} + b_i^n) + \frac{\lambda_b \Delta t \cdot p_{bc}}{4} (c_i^{n+1} + c_i^n) + \frac{\tau_b \Delta t}{4} (p_i^{n+1} + p_i^n)$$

Matriz Direita: população de Tilápia

$$n_{i,j} = \dots + \frac{\lambda_b \Delta t \cdot p_{ba}}{4} (a_i^{n+1} + a_i^n) - \frac{\lambda_b \Delta t}{4k_b} (b_i^{n+1} + b_i^n) - \frac{\lambda_b \Delta t \cdot p_{bc}}{4} (c_i^{n+1} + c_i^n) - \frac{\tau_b \Delta t}{4} (p_i^{n+1} + p_i^n)$$

Matriz Esquerda: população de Piranha

$$m_{i,j} = \dots - \frac{\lambda_c \Delta t \cdot p_{ca}}{4} (a_i^{n+1} + a_i^n) - \frac{\lambda_c \Delta t \cdot p_{cb}}{4} (b_i^{n+1} + b_i^n) + \frac{\lambda_c \Delta t}{4k_c} (c_i^{n+1} + c_i^n) + \frac{\tau_c \Delta t}{4} (p_i^{n+1} + p_i^n)$$

Matriz Direita: população de Piranha

$$n_{i,j} = \dots + \frac{\lambda_c \Delta t \cdot p_{ca}}{4} (a_i^{n+1} + a_i^n) + \frac{\lambda_c \Delta t \cdot p_{cb}}{4} (b_i^{n+1} + b_i^n) - \frac{\lambda_c \Delta t}{4k_c} (c_i^{n+1} + c_i^n) - \frac{\tau_c \Delta t}{4} (p_i^{n+1} + p_i^n)$$

5 Parâmetros

5.1 Ventos Predominantes

Neste estudo, adotou-se para fins de geração do cenário, a direção preferencial dos ventos que ocorre do quadrante S-SE para N-NO (figura 2) e a média da intensidade de sua velocidade que varia de 1,25m/s até 2,75m/s, conforme dados obtidos junto ao DAEE, na estação Salto Grande.

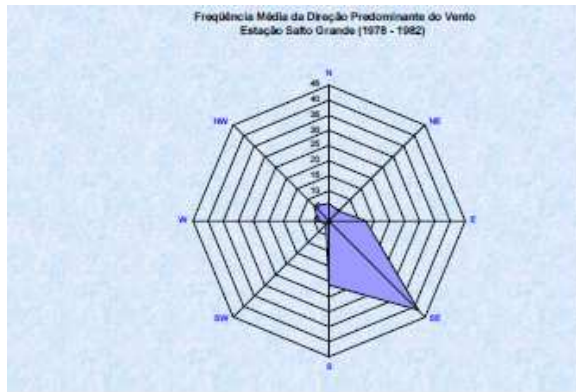


Figura 2: Rosa dos Ventos: direção preferencial dos ventos

Os dados referentes à direção predominante e velocidade do vento, foram obtidos considerando-se os boletins hidrometeorológicos do Departamento de Águas e Energia Elétrica (DAEE) (Rocha e Rossi, 2005) existentes na estação e foram coletados a 10m de altura, entre os anos de 1.978 e 1.982. Tendo em vista a altura de coleta que os dados na estação são mensurados, a velocidade do vento a ser adotada na superfície do corpo aquático, foi considerada como sendo 3% em relação à velocidade média do vento, adotando-se para isto, a aproximação linear de Ekman, *cf.* (R.F.Oliveira, 2003) dada por:

$$V_{vento} = 0,03 V_v$$

V_{vento} = velocidade da corrente induzida pela ação do vento

V_v = vetores de vento à 10 m acima da superfície, sendo que neste trabalho, as velocidades serão consideradas invariantes no domínio considerado.

5.2 Constantes: Difusibilidade do material impactante e Decaimento

Constantes consideradas de acordo com (N.F.Inforzato, 2008)

5.2.1 Difusibilidade

$$\alpha = 0,007 \frac{Km^2}{h}$$

5.2.2 Decaimento

$$\sigma = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{h}$$

O intervalo de tempo de estudo será $(0,T)$, considerando-se aqui, para o refinamento da parte temporal npt número de passos no tempo. Procedendo-se de modo análogo, mesmo que não haja um domínio retangular, em função da discretização apresentada na Figura 2 para o domínio Ω , teremos $\Delta x = 0,0262410Km$ e $\Delta y = 0,02193Km$

6. Resultados

Neste estudo de caso, considerando-se um possível impacto ambiental gerado pela intervenção antrópica na microregião, submetemos a uma avaliação o modelo matemático envolvendo uma dinâmica populacional entre três espécies de peixes, sobretudo na presença de material impactante, particularmente nas possíveis fontes pontuais do reservatório do Salto Grande que apresentam respectivamente o maior e o menor aporte de ingresso do poluente. Os resultados foram obtidos através de saídas gráficas qualitativas, onde podem ser observadas as iterações ou número de passos no tempo (npt) conforme a necessidade de acurácia desejada. O algoritmo constitui-se de uma ferramenta capaz de possibilitar ao usuário a adoção de uma variedade de parâmetros conforme a espécie e o corpo aquático considerado. Nesse sentido, simular por exemplo, um

tempo final (Tf) conveniente, com vistas a inferir o comportamento daquelas espécies sujeitas ao poluente, a curto, médio e longo prazos.

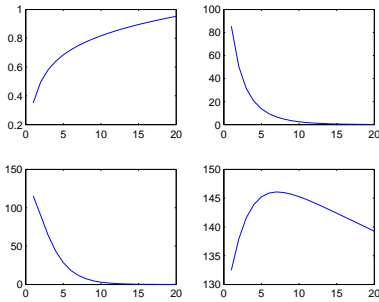


Figura 3: No sentido horário: concentração do poluente, populações do Acará, Piranha e Tilápia-do-Nilo. Nó 209 da malha de nós com $n_{pt}=20$

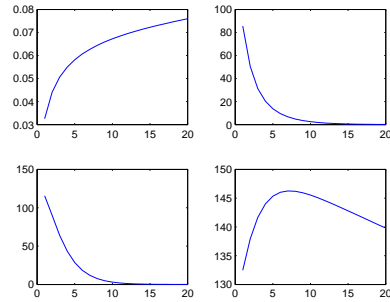


Figura 4: No sentido horário: concentração do poluente, populações do Acará, Piranha e Tilápia-do-Nilo. Nó 47 da malha de nós, com $n_{pt}=20$

Em relação a primeira e segunda simulações, os resultados observados retratam claramente um sistema de predação, sobretudo, ao se considerar por exemplo a população do Acará enquanto presa, quando de sua interação com a Tilápia-do-Nilo na disputa do mesmo nicho ecológico, demonstrando como sugere a literatura, a perda de seu território, interferindo diretamente no seu habito alimentar especializado quando comparado ao da espécie exótica, facilmente adaptada às condições aquáticas. Além disto, o Acará enfrenta na interação com a Piranha, a mutilação de suas nadadeiras, dificultando ainda mais a busca por alimentos, tendo em vista que seu uso se faz necessário para a manobra oblíqua ao fossar no substrato. Por outro lado, ao se considerar a Piranha, enquanto predador, na sua interação com o Acará e a Tilápia-do-Nilo, esta se mostra benéfica, tendo em vista o aumento na população daquela espécie. Estas espécies são citadas porque, mesmo na ausência de parâmetros descritivos das espécies e do efeito dos poluentes, representam um cenário que, de fato, ocorre na represa do Salto Grande.

7. Conclusões

Esperamos, deste modo, ter podido oferecer um modelo matemático confiável em situações de impacto ambiental, que independentemente das espécies envolvidas e da característica do corpo aquático considerado, permita ao poder público antever situações que requeiram contingenciamento e mitigação dos efeitos causados.

Agradecimentos

Os autores agradecem à senhora PRESTES, L.M.B., pela revisão dos 22.458 pontos da malha de nós, necessários às simulações numérico-computacionais.

Referências

- A.Okubo e S.A.Levin (1980). *Diffusion and Ecological Problems: Mathematical Models*. Springer, Berlin.
- E.C.C.Poletti e J.F.C.A.Meyer (2009). Dispersão de poluentes em um sistema reservatório: Modelagem matemática via lógica fuzzy e aproximação numérica. In de Biomatemática, G., editor, *Revista de Biomatemática*, pag. 57–68. Grupo de Biomatemática doIMECC/UNICAMP, 19 edição.
- G.I.Marchuck (1986). *Mathematical Models in Environmental Problems, Studies in Mathematics and its Applications*. Elsevier Science Publishers B.V, North Holland.
- I.Sazima e Pombal, J. (1988). Mutilação de nadadeiras em acarás, geophagus brasileiros, por piranhas, *serrasalmus spilopleura*. In *Revista Brasileira de Zoologia*, pag. 477–483. Revista Brasileira de Zoologia.
- L.Edelstein-Keshet (1988). *Mathematical Models in Biology*. McGraw-Hill, Inc., México.
- N.F.Inforzato (2008). *Dispersão de Poluentes num sistema ar-água: Modelagem matemática, aproximação numérica e simulação computacional*. Tese de Doutorado, IMECC–UNICAMP, Campinas/SP, Brazil (*in Portuguese*).
- R.E.Barreto (2012). Vale-tudo no aquário. In da UNESP, E., editor, *Revista Unesp-Ciência*, pag. 1–3. Editora da UNESP, 31 edição.

R.F.Oliveira (2003). *O Comportamento Evolutivo de uma Mancha de Óleo na Baía de Ilha Grande, RJ: Modelagem, Análise Numérica e Simulações*. Tese de Doutorado, IMECC–UNICAMP, Campinas/SP, Brazil (*in Portuguese*).

Rocha, A. e Rossi, L. A. (2005). Caracterização do potencial eólico do estado de são paulo. *Coletânea de Artigos: Energias Solar e Eólica*, 2:1–249.