

# Um modelo para controle biológico de pragas associado ao uso de pesticidas

Adriane Frank<sup>1</sup>, Diomar C. Mistro<sup>2</sup>  
PPGMAT, DM – UFSM, 97.105-900, Santa Maria/RS.

**Resumo.** Neste trabalho propomos um modelo do tipo Redes de Mapas Acoplados para estudar um sistema presa-predador no qual a presa é uma praga e o predador é um agente de controle biológico. Consideramos que a estratégia de controle biológico da praga é combinada com o uso planejado de pesticidas. Isto é, o inseticida é utilizado apenas quando a densidade de presas atinge o limiar de controle. Na ausência do químico, presas e predadores se movimentam por difusão. No entanto, quando a substância é aplicada, os indivíduos têm um comportamento de fuga de sítios com altas concentrações do químico. A substância química, por sua vez, se espalha por difusão e pelo vento. Os resultados de simulações mostram que o limiar de presas que controla a aplicação do químico pode ter grande efeito na dinâmica do sistema e, portanto, na eficácia do controle da praga.

**Palavras-chave:** presa-predador; substância química; rede de mapas acoplados; dinâmica espaço-temporal; controle biológico.

## 1. Introdução

Há registros de que o uso de produtos químicos no controle de pragas com o intuito de melhorar o rendimento da produção de alimentos ocorre há mais de 4000 anos (Tracker, 2002). No entanto, o uso de substâncias químicas pode acarretar vários problemas: o desenvolvimento de resistência por parte de algumas espécies a certos produtos químicos o que pode levar ao uso de substâncias cada vez mais tóxicas, problemas à saúde humana devido

---

<sup>1</sup>adrianefrank@gmail.com

<sup>2</sup>dcmistro@gmail.com

ao acúmulo de resíduos nos alimentos, extinção de espécies benéficas para a biodiversidade, poluição de solo e da água, entre outros (Nerio et al., 2010).

Por esses motivos, tem-se buscado formas alternativas para controle de pragas como, por exemplo, o uso de agentes biológicos, repelentes naturais como os óleos vegetais (Nerio et al., 2010) e o uso estratégico de pesticidas.

O objetivo não é extinguir a população de pragas (Rodrigues et al., 2013) mas sim manter a sua densidade em níveis que não causem prejuízo econômico ao produtor. Desta forma, vamos estudar a estratégia combinada de controle biológico da praga com o uso planejado de pesticidas. Isto é, vamos analisar a dinâmica de um sistema presa-predador-pesticida supondo que o químico é aplicado apenas nas regiões e nos momentos em que a densidade de presa (praga) está acima do limiar de controle, isto é, um valor da densidade de presas no qual medidas de controle devem ser efetivadas para que os prejuízos econômicos não ocorram.

Propomos um modelo do tipo Rede de Mapas Acoplados (RMA) a fim de analisar a dinâmica espaço-temporal do sistema. Nosso objetivo é analisar a distribuição espacial e a persistência de presas e predadores quando a estratégia combinada descrita acima é aplicada.

O trabalho será apresentado da seguinte maneira: na Seção 2, apresentamos a formulação do modelo, as equações que descrevem a fase de dispersão e reação; os resultados das simulações são apresentados na Seção 3 e finalmente, reservamos a seção 4 para discussões.

## 2. Formulação do Modelo

Na formulação de um modelo RMA o espaço é considerado como um domínio bidimensional finito dividido em  $n \times n$  sítios discretos, identificados com a posição  $x = (i, j)$ , onde as populações estão distribuídas. Assim, o espaço e o tempo são considerados discretos enquanto as variáveis de estado são descritas por densidades contínuas (Solé e Bascompte, 2006). A dinâmica é descrita por um conjunto de equações a diferenças acopladas através da movimentação entre os sítios.

Vamos supor que o acoplamento acontece entre os vizinhos mais próximos, de modo que a vizinhança do sítio  $x$  é  $V_x = \{(i-1, j), (i+1, j), (i, j-1), (i, j+1)\}$ , chamada de vizinhança de Neumann.

Para cada geração, a dinâmica é composta de duas fases distintas: a

fase de movimentação e a fase de reação. Durante a fase de movimentação, uma fração de indivíduos se locomove para os sítios vizinhos enquanto a fração restante permanece no sítio original. Na fase de reação acontecem todas as interações intra e inter específicas (Hassel et al., 1991).

Para construir o modelo, consideramos as seguintes hipóteses:

- Presas e predadores se movimentam por difusão na ausência do pesticida;
- Ambas espécies fogem para os sítios vizinhos em resposta à concentração da substância química ;
- A substância química se dispersa por difusão e por convecção;
- Presas apresentam crescimento dependente da densidade na ausência dos predadores;
- Predadores dependem exclusivamente da espécie de presas;
- Quando a densidade de presas atinge o limiar de controle em um sítio, o pesticida é aplicado neste sítio;
- Ambas espécies decaem em contato com a substância química;
- O princípio ativo da substância se degrada com o tempo.

## 2.1. Estágio de Dispersão

### 2.1.1. Movimentação da substância química

Para a componente de difusão do movimento da substância, consideramos que uma fração constante da concentração do químico,  $0 < \lambda < 1$ , é uniformemente distribuída entre os quatro vizinhos mais próximos. Vamos também considerar que o vento sopra da esquerda para a direita do domínio de modo que, a cada etapa de tempo, uma fração  $0 < \epsilon < 1$  da substância química é levada pelo vento do sítio  $(i, j)$  para o sítio  $(i + 1, j)$ . Notemos que  $\lambda$  e  $\epsilon$  devem satisfazer  $0 \leq \lambda + \epsilon \leq 1$ . Assim,  $c'_{i,j}$ , a concentração da substância química no sítio  $(i, j)$  após o estágio de movimentação na geração  $t$ , é dada por

$$c'_{i,j} = (1 - \lambda - \epsilon)c_{i,j}^t + \sum_{(r,s) \in V(i,j)} \frac{\lambda}{4} c_{r,s}^t + \epsilon c_{i-1,j}^t, \quad (2.1)$$

onde  $c_{i,j}^t$  representa a densidade da substância química no início do tempo  $t$ .

### 2.1.2. Movimentação de presas e predadores na ausência da substância química

Supomos que presas e predadores locomovem-se por difusão na ausência da substância química, isto é, frações constantes de presas e predadores,  $\mu_h$  e  $\mu_p$ , respectivamente, se distribuem uniformemente entre os quatro sítios mais próximos, em cada etapa de tempo. Do ponto de vista macroscópico, o resultado é um fluxo de indivíduos de sítios com altas densidades para sítios com menores densidades. Dessa forma, as equações para as densidades de presas e predadores no sítio  $(i, j)$  após a movimentação são

$$\begin{cases} h'_{i,j} = (1 - \mu_h)h_{i,j}^t + \frac{\mu_h}{4} \sum_{(r,s) \in V(i,j)} h_{r,s}^t \\ p'_{i,j} = (1 - \mu_p)p_{i,j}^t + \frac{\mu_p}{4} \sum_{(r,s) \in V(i,j)} p_{r,s}^t \end{cases} \quad (2.2)$$

onde,  $h_{i,j}^t$  e  $p_{i,j}^t$  são, respectivamente, as densidades de presas e predadores no sítio  $(i, j)$  no início da geração  $t$ .

O primeiro termo em cada equação corresponde à densidade de indivíduos que permaneceu no sítio  $(i, j)$  após a movimentação e o segundo termo representa a densidade de indivíduos que migrou para o sítio  $(i, j)$  vinda dos quatro vizinhos mais próximos.

### 2.1.3. Movimentação de presas e predadores na presença da substância química

Quando o pesticida é aplicado em um sítio, os indivíduos fogem da substância e abandonam o sítio. Neste caso, supomos que uma fração de presas e de predadores, proporcional à concentração do químico, é distribuída uniformemente nos quatro sítios vizinhos. Assim,  $c_{i,j}^t h_{i,j}^t$  presas e  $c_{i,j}^t p_{i,j}^t$  predadores deixam o sítio  $(i, j)$  em que foi aplicado pesticida. Do ponto de vista macroscópico, o fluxo líquido de indivíduos se dá na direção de sítios com menor concentração de substância química.

Essas considerações nos levam às seguintes equações para as densidades de presas e predadores no sítio  $(i, j)$  após a movimentação por fuga do pesticida:

$$\begin{cases} h'_{i,j} = (1 - c_{i,j}^t)h_{i,j}^t + \sum_{(r,s) \in V(i,j)} \frac{c_{r,s}^t}{4} h_{r,s}^t, \\ p'_{i,j} = (1 - c_{i,j}^t)p_{i,j}^t + \sum_{(r,s) \in V(i,j)} \frac{c_{r,s}^t}{4} p_{r,s}^t. \end{cases} \quad (2.3)$$

## 2.2. Fase de reação

Durante a fase de reação ocorrem, em cada sítio, o crescimento natural das populações e a mortalidade induzida pela aplicação do pesticida. As presas crescem segundo a lei de Ricker, isto é, na ausência dos predadores, atingem sua capacidade suporte  $K$ . Os encontros entre as duas espécies beneficiam a população de predadores e diminuem a população de presas.

Se, no tempo  $t$ , a densidade de presas estiver acima do limiar de controle  $k$  no sítio  $(i, j)$ , é feita uma aplicação de pesticida  $f_{i,j}^t$ . A substância química, nociva às duas espécies, diminui a densidade de presas e predadores e, por outro lado, perde sua eficácia exponencialmente.

Assim, a fase de reação é descrita por

$$\begin{cases} H_{i,j}^{t+1} = H'_{i,j} \exp\left(r\left(1 - \left(\frac{H'_{i,j}}{K}\right)\right)\right) - aP'_{i,j} - \alpha_1 C'_{i,j}, \\ P_{i,j}^{t+1} = dH'_{i,j}P'_{i,j} \exp(-\alpha_2 C'_{i,j}), \\ C_{i,j}^{t+1} = \beta C'_{i,j} + f_{i,j}^t, \end{cases} \quad (2.4)$$

onde,  $H'_{i,j}$ ,  $P'_{i,j}$  e  $C'_{i,j}$  são as densidades de presas, predadores e substância química, respectivamente, no tempo  $t$  e na posição  $x$ .  $r$ ,  $a$ ,  $d$  e  $K$  são parâmetros positivos.  $r$  representa a taxa de crescimento intrínseca das presas,  $a$  o coeficiente de captura (predação) e  $d$  é o coeficiente de eficiência de conversão do predador.  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são os coeficientes de mortalidade de presas e predadores devido à presença de químico, sendo que  $\frac{1}{\alpha_i}$  é a concentração da substância química necessária para reduzir significativamente a densidade de presas em cada iteração.  $\beta$  ( $0 < \beta < 1$ ) é a fração do químico que permanece biologicamente ativo, isto é, com poder de matar os insetos. Quanto maior o valor de  $\beta$ , mais lenta é a degradação natural da substância química.

Vamos adimensionalizar o sistema (2.4) através da mudança de variáveis:

$H'_{i,j} = Kh'_{i,j}$ ,  $P'_{i,j} = \frac{p'_{i,j}}{a}$  e  $C'_{i,j} = \frac{c'_{i,j}}{\alpha_1}$ . Obtemos assim, o sistema

$$\begin{cases} h_{i,j}^{t+1} = h'_{i,j} \exp(r(1 - h'_{i,j}) - p'_{i,j} - c'_{i,j}), \\ p_{i,j}^{t+1} = bh_{i,j}p'_{i,j} \exp(-\alpha c_{i,j}), \\ c_{i,j}^{t+1} = \beta c'_{i,j} + g_{i,j}^t, \end{cases} \quad (2.5)$$

onde  $b = dK$ ,  $\alpha = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$  e  $g_{i,j}^t = \frac{f_{i,j}^t}{\alpha_1}$ .

Supondo que se faça uma aplicação de pesticida constante  $g$  em todos os sítios do domínio, obtemos os seguintes pontos de equilíbrio para o sistema (2.5):

- $(h_0^*, p_0^*, c_0^*) = \left(0, 0, \frac{g}{1-\beta}\right)$  que corresponde à extinção de ambas as espécies. Neste caso, não há necessidade de continuar a aplicação do pesticida;
- $(h_1^*, p_1^*, c_1^*) = \left(1 - \frac{g}{r(1-\beta)}, 0, \frac{g}{1-\beta}\right)$  que corresponde à extinção dos predadores e é biologicamente relevante para  $g < r(1-\beta)$ ;
- $(h_2^*, p_2^*, c_2^*) = \left(\frac{1}{b} \exp\left(\alpha \frac{g}{1-\beta}\right), r\left(1 - \frac{1}{b} \exp\left(\alpha \frac{g}{1-\beta}\right)\right) - \frac{g}{1-\beta}, \frac{g}{1-\beta}\right)$  que corresponde à coexistência de presas e predadores com aplicação constante de pesticida. Este equilíbrio existe para  $\left(1 - \frac{1}{b} \exp\left(\frac{\alpha g}{1-\beta}\right)\right) > \frac{g}{r(1-\beta)}$ .

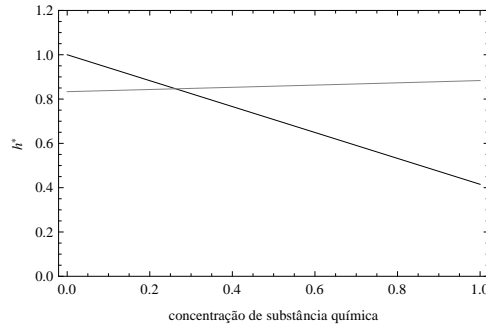


Figura 1: Densidade de equilíbrio de presas em função da concentração do pesticida para os parâmetros  $r = 1,9$ ,  $b = 1,2$ ,  $\beta = 0,1$ ,  $\lambda = \epsilon = 0$  e  $\alpha = 0,1$  na presença de predadores (curva cinza) e na ausência de predadores (curva preta).

Na Figura 1, ilustramos as densidades de equilíbrio de presas  $h_1^*$  e  $h_2^*$  em função de  $g$ , a concentração de pesticida. Podemos observar que na ausência de predadores, a densidade de equilíbrio das presas decai linearmente com  $g$ .

Por outro lado,  $h_2^*$  cresce com  $g$  quando os predadores estão presentes porque o pesticida também mata os predadores.

A matriz Jacobiana do sistema calculada no ponto  $(h_1^*, p_1^*, c_1^*)$  é

$$J(h_1^*, p_1^*, c_1^*) = \begin{bmatrix} 1 - r + \frac{g}{1 - \beta} & -h_1^* & -h_1^* \\ 0 & bh_1^* \exp(-\alpha c_1^*) & 0 \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix},$$

cujos autovalores são  $\lambda_1 = 1 - r + \frac{g}{1 - \beta}$ ,  $\lambda_2 = bh_1^* \exp(-\alpha c_1^*)$  e  $\lambda_3 = \beta$ . As condições  $|\lambda_1| < 1$  e  $|\lambda_3| < 1$  são automaticamente satisfeitas. A condição  $|\lambda_2| < 1$ , equivalente a

$$1 - \frac{1}{\beta} \exp\left(\frac{\alpha g}{1 - \beta}\right) < \frac{g}{r(1 - \beta)},$$

é a condição de estabilidade de  $(h_1^*, p_1^*, c_1^*)$ . Se a concentração de pesticida for suficientemente alta, os predadores vão à extinção.

As condições de estabilidade para  $(h_2^*, p_2^*, c_2^*)$  não podem ser obtidas analiticamente.

### 3. Simulações

Consideramos um domínio  $30 \times 30$  sítios com condições de fronteiras absorventes, isto é, indivíduos que deixam o domínio são desconsiderados. No tempo inicial não há substância química.

Na ausência de pesticida, presas e predadores locomovem-se segundo a movimentação descrita no sistema (2.2). No entanto, se o químico estiver presente em um sítio, os indivíduos fogem de acordo com (2.3). A substância química, quando presente, se dispersa como descrito em (2.1). Ocorre então a fase de reação, e as equações (2.5) são aplicadas a todos os sítios do domínio. Se  $h_{i,j}^t > k$ , isto é, se a densidade de presas for maior que o limiar de controle, então  $g_{i,j}^t = 1$ , caso contrário,  $g_{i,j}^t = 0$ .

Apresentaremos gráficos da distribuição espacial das espécies bem como da substância química. Além disso, também apresentamos gráficos das populações totais em função do tempo. Nos gráficos da distribuição espacial usamos cores escuras (claras) para representar densidades altas (baixas).

Em todos os gráficos utilizamos curva contínua para representar a densidade de presas, curva tracejada curta para densidades de predadores e curva tracejada longa para as concentrações de substância química.

Em todas as simulações fixamos os parâmetros da reação na região de estabilidade do ponto de equilíbrio de coexistência,  $r = 1,9$  e  $b = 1,2$  e consideramos a distribuição inicial de presas em torno de sua densidade máxima na ausência dos predadores e livre da substância química, isto é, em torno de  $h_1^* = 1$ . Fixamos ainda, os coeficientes de difusão de presas  $\mu_h = 0.1$  e de predadores,  $\mu_p = 0.9$  uma vez que as presas, em muitos casos, movem-se menos que os predadores. Como o tempo em que o químico permanece biologicamente ativo é, em muitos casos, pequeno quando comparado ao ciclo de vida dos insetos, vamos considerar  $\beta = 0,1$ .

### 3.1. Supondo $\alpha_1 = \alpha_2$

Nesta seção vamos considerar que os coeficientes de mortalidade das duas espécies devido ao pesticida são iguais, isto é,  $\alpha_1 = \alpha_2$  e portanto,  $\alpha = 1$ . Além disso, vamos supor que o vento é lento de modo que a fração do químico que é levada de um sítio para o outro é  $\epsilon = 0,1$ . Da mesma forma, assumimos que a difusão da substância é pequena e tomamos  $\lambda = 0,1$ .

Vamos desenvolver simulações para analisar os efeitos da densidade inicial de predadores, do limiar de controle e da intensidade do vento sobre a dinâmica espaço-temporal do sistema.

#### 3.1.1. Efeitos da distribuição inicial dos predadores

Nesta sequência de simulações, vamos analisar os efeitos da densidade total de predadores inicialmente liberados no habitat sobre a dinâmica do sistema. Desenvolvemos simulações considerando que os predadores são liberados, na densidade  $p_2^*$ , em 5% dos sítios, 50% dos sítios e 90% dos sítios, escolhidos ao acaso por meio de uma distribuição uniforme.

Os gráficos da Figura 2 apresentam as densidades totais de presas (Fig. 2(a)), de predadores (Fig. 2(b)) e de substância química (2(c)) em função do tempo. Além disso, representamos pelas curvas pretas o caso em que liberamos predadores em 5% dos sítios, pelas curvas cinza escuras o caso em que introduzimos predadores em 50% dos sítios e pelas curvas cinza claras o caso em que liberamos predadores em 90% dos sítios.



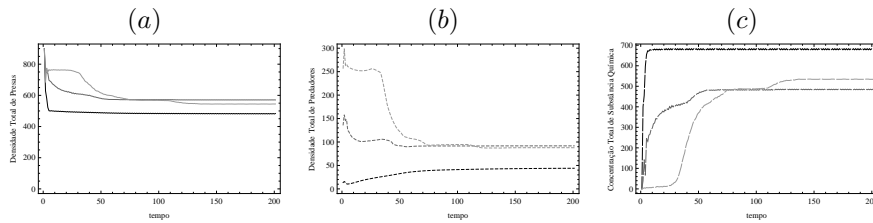


Figura 2: (a) Densidade total de presas; (b) Densidade total de predadores; (c) Densidade total de substância química. Escolhendo os parâmetros  $r = 1,9$ ,  $b = 1,2$ ,  $\mu_h = 0,1$ ,  $\mu_p = 0,9$ ,  $\lambda = 0,1$ ,  $\epsilon = 0,1$ ,  $\beta = 0,1$  e  $k = 1$  e diferentes densidades iniciais de predadores: predadores liberados em 5% dos sítios (curvas pretas), predadores inicialmente em 50% dos sítios (curvas cinzas escuras) e para predadores inicialmente em 90% dos sítios (curvas cinzas claras).

Observamos na Figura 2(a) que a população de presas tem um decréscimo devido à presença de predadores e da substância química. A densidade total de presas final é menor no caso em que liberamos predadores em 5% dos sítios.

Observando a Figura 2(b) vemos que quando liberamos predadores em um número menor de sítios, sua população atinge níveis baixos. No caso em que a distribuição inicial de predadores se concentra em 90% dos sítios, apesar da densidade total de predadores ser maior nos tempos iniciais, à medida que aumenta a concentração de substância química sua densidade cai ficando próxima da densidade obtida para o caso de liberação em 50% dos sítios.

A Figura 2(c) mostra que o caso em que a densidade total de predadores é menor, a concentração total de substância química é maior e conseqüentemente, a densidade total de presas é menor, neste caso.

### 3.1.2. Efeitos do limiar de controle

Vamos analisar agora, os efeitos do valor do limiar de controle sobre a dinâmica do sistema.

Consideramos a distribuição inicial de predadores igual à densidade de equilíbrio de coexistência das espécies,  $p_2^*$ , em 50% dos sítios do domínio escolhidos ao acaso. Fixamos os parâmetros  $\lambda = 0,1$ ,  $\epsilon = 0,1$  e variamos o limiar de controle de pragas.

A Figura 3 ilustra as densidades totais de presas (curva contínua), de predadores (curva tracejada curta) e de substância química (curva tracejada longa) para diferentes limiares de controle considerados. Como esperado, quanto menor o limiar de controle, maior é a concentração de pesticida aplicada.

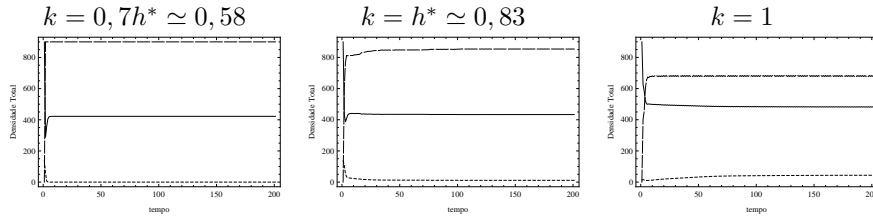


Figura 3: Densidade total de presas (curva contínua), predadores (curva tracejada curta) e substância química (curva tracejada longa). Utilizamos os parâmetros  $r = 1,9$ ,  $b = 1,2$ ,  $\mu_h = 0,1$ ,  $\mu_p = 0,9$ ,  $\lambda = 0,1$ ,  $\epsilon = 0,1$ ,  $\beta = 0,1$  e variamos o limiar de controle  $k$ . Além disso, consideramos uma distribuição inicial de predadores em 50% dos sítios do domínio.

### 3.1.3. Efeitos da variação da intensidade do vento

Vamos desenvolver simulações com o intuito de analisar os efeitos do vento sobre a dinâmica espaço-temporal do sistema.

Na Figura 4 ilustramos as densidades populacionais para presas e predadores e a concentração total de substância química quando  $\epsilon = 0.1$  e quando  $\epsilon = 0.6$ . Quando a intensidade do vento é maior, os predadores vão à extinção. Devido ao espalhamento maior de pesticida e extinção de predadores quando  $\epsilon = 0,6$ , são necessárias reaplicações do químico o que faz com que a população de presas sofra um decréscimo maior.

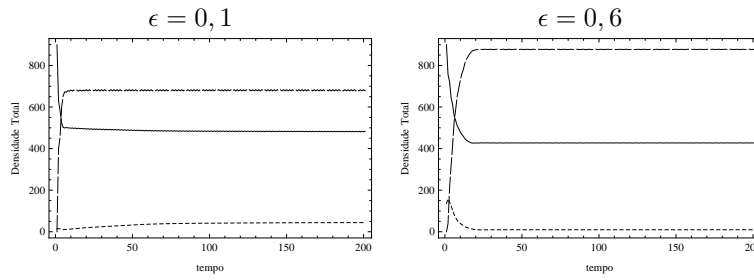


Figura 4: Densidade total de presas (curva contínua), predadores (curva tracejada curta) e substância química (curva tracejada longa) para os parâmetros  $r = 1,9$ ,  $b = 1,2$ ,  $\mu_h = 0,1$ ,  $\mu_p = 0,9$ ,  $\lambda = 0,1$ ,  $\beta = 0,1$ ,  $k = 1$  e intensidade do vento  $\epsilon = 0,1$  e  $\epsilon = 0,6$ .

A Figura 5 ilustra as distribuições espaciais de presas antes da aplicação do químico ((a)-(c)), substância química ((d)-(f)), de presas após a aplicação do químico ((g)-(i)) e de predadores ((j)-(l)) após a aplicação do químico, para  $\epsilon = 0,6$ . Observamos distribuições espaciais heterogêneas para todas as espécies. Se a intensidade do vento é grande, o espalhamento da substância química é rápida.

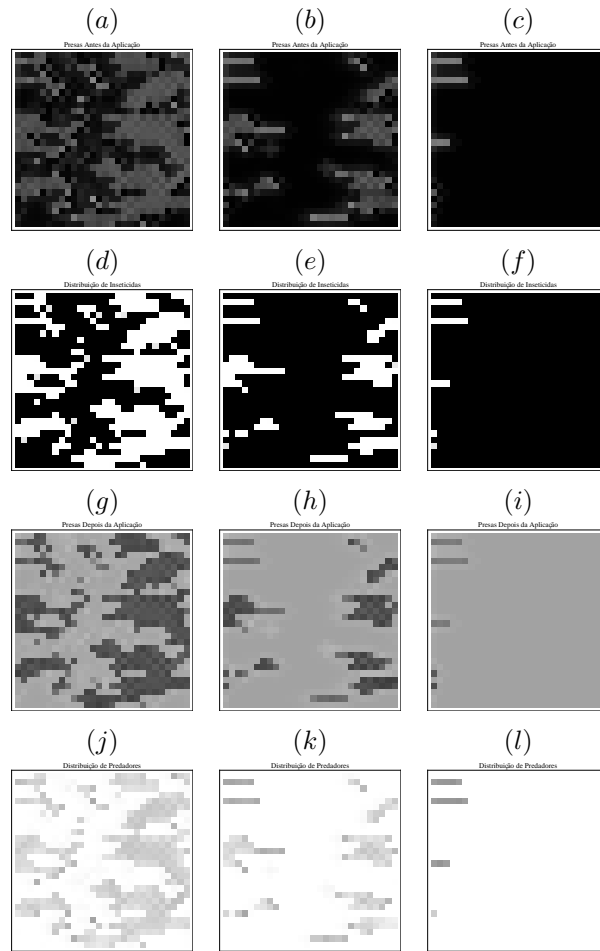


Figura 5: (a) – (c) Distribuição espacial de presas antes da aplicação do pesticida; (d) – (f) Distribuição espacial de substância química; (g) – (i) Distribuição espacial de presas depois da aplicação do pesticida para os parâmetros  $r = 1,9$ ,  $b = 1,2$ ,  $\mu_h = 0,1$ ,  $\mu_p = 0,9$ ,  $\lambda = 0,1$ ,  $\epsilon = 0,6$ ,  $\beta = 0,1$  e  $k = 1$ . Na primeira coluna representamos a iteração 5, na segunda coluna, a iteração 10 e na terceira coluna, a iteração 50

### 3.2. Efeitos na mortalidade seletiva do químico

Há produtos químicos utilizados para o controle de pragas que apresentam um coeficiente de mortalidade maior para as pragas do que para seus inimigos naturais ou ainda, produtos que sejam mortais somente para as presas. Assim, vamos realizar simulações para analisar o efeito da mortalidade seletiva do químico na dinâmica do sistema presa-predador.

A distribuição inicial de predadores é igual à densidade de equilíbrio de coexistência das espécies,  $p_2^*$ , em 50% dos sítios do domínio escolhidos ao acaso. Tomamos os parâmetros dentro da região de ciclos de período 2 para presas,  $r = 2,5$  e  $b = 1,1$ . Utilizamos  $\mu_h = 0,1$ ,  $\mu_p = 0,9$ ,  $\lambda = 0,1$ ,  $\epsilon = 0,1$ ,  $\beta = 0,1$ ,  $k = h^*$  e  $\alpha = 0$ .

Na Figura 6 comparamos os resultados para  $\alpha = 1$  e  $\alpha = 0$ . A densidade total de predadores é maior para  $\alpha = 0$  enquanto que a concentração total de químico é menor. A densidade total de presas, porém, continua aproximadamente a mesma. Logo, se consideramos um pesticida seletivo, será necessária uma concentração levemente menor de substância química para o controle da praga.

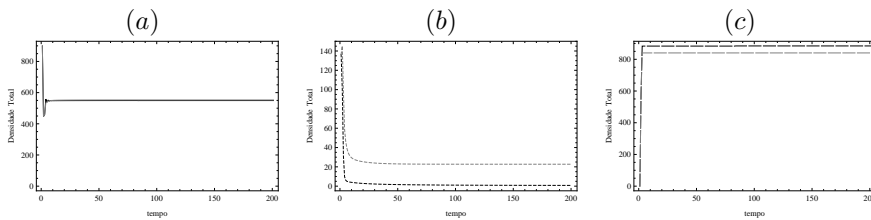


Figura 6: (a) Densidade total de presas; (b) Densidade total de predadores e (c) Concentração total de substância química para os parâmetros  $r = 2,5$ ,  $b = 1,1$ ,  $\mu_h = 0,1$ ,  $\mu_p = 0,9$ ,  $\lambda = 0,1$ ,  $\beta = 0,1$ ,  $k = h^*$ . Consideramos  $\alpha = 1$  (curva preta) e  $\alpha = 0$  (curva cinza).

## 4 Conclusões

Neste trabalho propomos um modelo do tipo Redes de Mapas Acoplados para estudar um sistema presa-predador no qual a presa é uma praga e o predador é um agente de controle biológico. Consideramos que a estratégia de

controle biológico da praga é combinada com o uso planejado de pesticidas. Isto é, a substância química é utilizada apenas quando a densidade de presas atinge o limiar de controle. Além disso, a aplicação do químico é feita apenas nos sítios de alta infestação da praga. Propomos regras para o esquema de movimentação e de reação e por fim, apresentamos simulações.

Os principais resultados são:

- A densidade de predadores inicialmente liberados tem um efeito importante na dinâmica do sistema. Os predadores, liberados em 50% dos sítios, contribuem para o controle da praga, diminuem as concentrações de substância química necessária para o controle (Figura 2). Densidades iniciais de predadores maiores não produzem efeito significativo na redução de pesticida.
- Quanto menor o limiar de controle considerado, maior é a concentração de substância química necessária para o controle da praga e mais rapidamente os predadores vão à extinção. Além disso, esse aumento na concentração de pesticida pode diminuir as densidades de equilíbrio de presas (Figura 3).
- De acordo com as simulações desenvolvidas, quanto maior a intensidade do vento, maior é o espalhamento da substância química e maior é o número de sítios atingidos pelo químico (Figura 5). Os predadores vão à extinção e a densidade de equilíbrio das presas diminui (Figura 4).
- Considerando diferentes coeficientes de mortalidade de presas e predadores pela ação do químico, a coexistência das espécies é facilitada e assim, a concentração de substância química necessária para o controle é menor (Figura 6).

Apesar de ser um modelo bastante simples, ele pode ser facilmente modificado para analisar diferentes estratégias como uso integrado de repelentes e movimentação não local das espécies na fuga da substância química. As ideias desenvolvidas neste trabalho podem ser aperfeiçoadas para auxiliar o desenvolvimento de programas de aplicação de pesticidas nas lavouras e programas de controle biológico mais eficazes.

Dados os riscos de trabalho com pesticidas em modelos reais (isto é, testes de campo), o desenvolvimento de simulações antes dos ensaios de campo podem economizar tempo, recursos e causar menor impacto ambiental.

## Agradecimentos

Diomar C. Mistro agradece o auxílio da FAPERGS, processo 12/2199-1.

## Referências

- Hassel, M. P., Comins, H. N., e May, R. M. (1991). Spatial structure and chaos in insect population dynamics. *Nature*, 353:255–258.
- Nerio, L. S., Olivero-Verbel, J., e Stashenko, E. (2010). Repellent activity of essential oils: a review. *Bioresource Technology*, 101:372–378.
- Rodrigues, L. A. D., Varriale, M. C., Godoy, W. A. C., e Mistro, D. C. (2013). Spatiotemporal dynamics of an insect population in response to chemical substances. *Ecological Complexity*, 16:51–58.
- Solé, R. e Bascompte, J. (2006). *Self-Organization in complex Ecosystems*. Princeton University Press, Princeton.
- Tracker, J. R. M. (2002). *An Introduction to Arthropod Pest Control*. Cambridge University Press, Cambridge.