

Dispersão de material impactante em meio
aquático: modelo matemático, aproximação
numérica e simulação computacional -
Reservatório do Salto Grande, Americana-SP

Manoel F. B. Prestes¹, João Frederico C. A. Meyer²
DMA, IMECC – UNICAMP, 13.083-859, Campinas/SP.

Elaine C. C. Poletti³
Faculdade de Tecnologia – UNICAMP, 13.484-332, Limeira/SP.

Resumo. Este artigo visa descrever a evolução de material impactante no Reservatório de Salto Grande, Americana-SP. Para a modelagem deste fenômeno utilizou-se a equação diferencial parcial clássica de Difusão-Advecção, tradicionalmente empregada na modelagem de fenômenos deste gênero, com condições de contorno ditas de Von Neumann. Resultados aproximados são obtidos usando o Método das Diferenças Finitas com saídas gráficas qualitativas.

Palavras-chave: *Impacto ambiental, equação de difusão-advecção, método das diferenças finitas e simulação computacional.*

1. Introdução

O reservatório de Salto Grande está situado em uma das regiões mais importantes do Estado de São Paulo, na bacia do rio Piracicaba, que abrange uma área de 12.746 km^2 , com cerca de 44 municípios. A área de contribuição do reservatório na bacia é de 2.724 km^2 , apresentando ainda, uma profundidade média de 8 m e máxima de $19,80 \text{ m}$, também um comprimento de 17 km e um

¹ra919008@ime.unicamp.br

²joni@ime.unicamp.br

³elainec@ft.unicamp.br

perímetro de 64 *km* (Meletti, 1997), gerando assim, um volume aproximado de $106 \times 10^6 \text{ m}^3$ de água e um tempo de retenção da água de 30 dias (Leite, 1998).

De acordo com os critérios propostos para a classificação física de reservatórios, o mesmo é classificado como sendo de pequeno porte e de fluxo intermediário (Falco, 2001). Sua localização geográfica é definida pelas coordenadas 22°44' latitude Sul e 47°19' de longitude Oeste, a uma altitude média de 530 m, sendo o rio Atibaia o seu principal formador (Espindola et al., 2004b), juntamente com outros ribeirões de menor vazão, tais como o ribeirão Saltinho e os córregos Foquete e Olho d'água que também contribuem para a sua formação (Teixeira, 2000).

Está subdividido em três partes distintas, sendo que esta subdivisão se deve a topografia de fundo condicionada à existência de dois saltos submersos, diferenciando-os em compartimentos distintos em termos de profundidade e distribuição de sedimentos.

O primeiro compartimento denominado mini-pantanal estende-se ao longo da porção superior do reservatório, onde são observados claramente os problemas de assoreamento (Pegoraro, 2003).

O segundo deles localiza-se na porção intermediária entre o ribeirão Saltinho e o Salto do Foguete (ver figura 2) com profundidade máxima de 14 m, sendo caracterizado pela grande variação da camada de assoreamento.

Finalmente, o terceiro compartimento na porção inferior entre o Salto do Foguete e a barragem Usina Hidroelétrica de Americana, possui uma profundidade aproximada de 20 m, onde se apresentam as menores espessuras de assoreamento devido à distância da principal fonte de sedimento que é o rio Atibaia.

A represa possui um volume morto de aproximadamente 65% do seu volume total e perda anual média de 0,22% desse volume, equivalendo a pouco mais de 235.000 m^3 . Pressupondo-se que as taxas de erosão da bacia de captação permaneçam em níveis próximos aos atuais, seriam necessários 240 anos para o preenchimento por sedimentos de um volume equivalente ao seu volume morto, e aproximadamente 400 anos para o assoreamento total (Coelho, 1993).

2. Descrição do problema

O acúmulo de efluentes domésticos e industriais no reservatório tem ocasionado sérios problemas de floração permanente de cianobactérias* e apresenta elevada biomassa de macrófitas† aquáticas, aumento de toxicidade, além de alterações nas comunidades aquáticas (Espindola et al., 2004a).

A sub-bacia do rio Atibaia, um dos mais importantes mananciais de abastecimento público da região, deságua no reservatório de Salto Grande, apresentando em seu curso altas densidades urbana e industrial, o que determina um processo crescente de deterioração da qualidade de suas águas, causado principalmente pela entrada de efluentes domésticos e industriais no meio aquático, provenientes, sobretudo, das cidades de Paulínia e Campinas (Zanata, 2000).



Figura 1: Foto aérea do Reservatório de Salto Grande. Fonte: <http://www.panoramio.com/photo/11152191> – Acesso em: julho 2012

3. Modelo matemático

Considerando-se modelos clássicos, por exemplo cf. Edelstein-Keshet (1998); Marchuck (1986); Okubo e Levin (1980), apresentamos uma modelagem

*Cianobactérias ou algas-azuis são um grupo especializado de bactérias que, em grandes concentrações, pode produzir toxinas ativas contra peixes e mamíferos

†Macrófitas aquáticas: plantas aquáticas que habitam desde brejos até ambientes totalmente submersos

matemática análoga para esta situação, com uma opção específica em termos do contorno. A equação aqui utilizada é a equação de difusão-advecção, empregada em diversos e diferentes estudos ligados a situações gerais e a análises em Ecologia Matemática, cf. Poletti e Meyer (2009).

Iremos considerar como domínio da função concentração, a superfície do lago do reservatório, constituindo-se de um conjunto aberto, não-vazio, limitado e de fronteira suficientemente regular. Denotamos este domínio como $\Omega \subset R^2$. Optamos por um domínio bidimensional em função das dimensões do lago.

Iremos denotar por $C(t, x, y)$ a concentração de um poluente no instante $t \in I = (0, t]$ e num ponto $(x, y) \in \Omega$.

Esquemáticamente, então, este problema pode ser modelado na forma Variação Temporal de $C(x, y, t) = \text{difusão} + \text{transporte} - \text{decaimento} + \text{fonte}$, que em termos de formulação matemática é dado pela equação (3.1), a seguir.

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}(\alpha \nabla C) - \text{div}(\mathbf{V} \cdot C) - \sigma C + f, t \in I e (x, y) \in \Omega \quad (3.1)$$

- Difusibilidade do Poluente (α): considerada constante em Ω . Também iremos considerar o campo vetorial \mathbf{V} com divergente nulo, o que leva a equação (3.2).

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha \Delta C - \mathbf{V} \Delta C - \sigma C + f, t \in I e (x, y) \in \Omega \quad (3.2)$$

com $C(x, y, 0) = C_0(x, y)$, dado.

A Difusão a que se refere este estudo é àquela dita, na literatura, “difusão efetiva” cf. Okubo e Levin (1980) e Marchuck (1986). Independentemente das dimensões envolvidas temos a difusibilidade como [área/tempo].

- Advecção: para o vetor descritivo do transporte, iremos utilizar as direções predominantes de ventos locais.
- A imposição do $\text{div}[\mathbf{V}] = 0$, é satisfeita, sendo o campo de velocidade caracterizado como $\mathbf{V} = (v_x, v_y)$, onde v_x e v_y representam as componentes do campo de velocidade nas direções dos eixos x e y , respectivamente.
- Decaimento do poluente (σ): a degradação do poluente é expressa pelo termo σC , enquanto fenômeno molecular, descreve de modo amplo aquela fração de partículas da substância poluente que reage com o meio externo,

sendo eliminada do meio durante o processo e isto pode ocorrer de diversos modos: reação com a biota (biotransformação, biodegradação), decaimento por efeito de luz (fotodegradação), perda para o sedimento ou evaporação, etc, cf. Poletti (2009).

Iremos supor que a taxa de decaimento (degradação do poluente) varia linearmente com a presença do poluente $C(x, y, t)$ e, assim, teremos este fenômeno descrito do lado direito na equação (3.1) como $-\sigma C$.

- Fonte (f): em termos de fonte, iremos considerar os locais (pontuais) por onde ocorrem ingressos de poluentes no reservatório. Assim, $f = f(x, y), (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

O ingresso de poluentes por escoamento (*runoff*) pelas margens da represa poderia ser modelado com o uso de condições de contorno adequadas, esta, porém, não é a opção neste trabalho.

4. Caracterização e descrição do domínio

A partição bidimensional do domínio foi realizada de modo a contemplar, da melhor forma possível, a irregularidade existente na fronteira do corpo d'água considerado, dadas às limitações da malha para o método de diferenças finitas.



Figura 2: Ilustração do domínio e divisão dos compartimentos do reservatório de Salto Grande (Coelho, 1993).

Neste estudo, adotamos no contorno as condições de Von Neumann, obtida da expressão geral:

$$\alpha \frac{\partial C}{\partial \eta} + bC = h, \text{ para } (x, y) \in \partial\Omega \text{ e } t \in I \text{ com } \alpha = 1, b = h = 0.$$

Aqui, η representa a normal unitária exterior à fronteira.

5. Discretização do modelo

A seguir, apresentamos a discretização do modelo, através do método de diferenças finitas para a discretização espacial.

5.1. Discretização espacial - método das diferenças finitas

A discretização foi pelo método das diferenças finitas, com a opção para diferenças centradas de 2ª ordem para as variáveis espaciais e Crank-Nicolson, para o tempo, também da ordem $O(\Delta t^2)$.

Assim, e usando a mesma notação do algoritmo, teremos as substituições

$$\frac{\partial C^2}{\partial x^2}(x_i, y_j, t_n) \simeq \frac{C_{i-1,j}^n - C_{i,j}^n + C_{i+1,j}^n}{\Delta x^2} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x}(x_i, y_j, t_n) \simeq \frac{C_{i+1,j}^n - C_{i-1,j}^n}{\Delta x} \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial C^2}{\partial y^2}(x_i, y_j, t_n) \simeq \frac{C_{i,j-1}^n - C_{i,j}^n + C_{i,j+1}^n}{\Delta y^2} \quad (5.5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial y}(x_i, y_j, t_n) \simeq \frac{C_{i,j+1}^n - C_{i,j-1}^n}{\Delta y} \quad (5.6)$$

em que os subíndices $i + 1$ e $i - 1$ identificam, respectivamente, (para os pontos interiores de Ω), os nós abaixo e acima do par (x_i, y_j) , bem como os subíndices.

5.2. Discretização temporal: método de Crank-Nicolson

No procedimento denominado Crank-Nicolson usamos

$$\frac{\partial C}{\partial t}(x_i, y_j, t_{n+\Delta t/2}) \simeq \frac{C_{i,j}^n - C_{i,j}^{n+1}}{\Delta t} + O(\Delta t^2)$$

Para usar esta aproximação, estima-se $C_{i,j}^{n+1} = C(x_i, y_j, t_n + \Delta t/2)$, que se chega a equação (5.7)

$$C_{i,j}^{n+1/2} \simeq \frac{C_{i,j}^n + C_{i,j}^{n+1}}{2} = C_i^{n+1/2} + O(\Delta t^2) \quad (5.7)$$

6. Procedimentos numéricos

Nesta seção, apresentamos o esquema adotado para as aproximações numéricas, determinadas pelos métodos escolhidos para a discretização do problema.

6.1. Pontos interiores

Usando as aproximações dadas pelas equações (5.3–5.4) e (5.7), levadas na equação (3.2), se chega a

$$\begin{aligned}
 & C_{i-j,i}^{n+1} \left[\frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u\Delta t}{2\Delta x} \right] + C_{i,j-1}^{n+1} \left[\frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{2\Delta y} \right] \\
 + & C_{i,j}^{n+1} \left[1 + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma\Delta t}{2} \right] + C_{i,j+1}^{n+1} \left[\frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{4\Delta y} \right] \\
 + & C_{i+1,j}^{n+1} \left[\frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u\Delta t}{4\Delta x} \right] \\
 = & C_{i-j,i}^n \left[\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u\Delta t}{2\Delta x} \right] + C_{i,j-1}^n \left[\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{2\Delta y} \right] \\
 + & C_{i,j}^n \left[1 - \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} - \frac{\alpha\Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma\Delta t}{2} \right] + C_{i,j+1}^n \left[\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{4\Delta y} \right] \\
 + & C_{i+1,j}^n \left[\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u\Delta t}{4\Delta x} \right] + \Delta t f_{i,j}^{n+1/2}
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

Na realidade, este esquema identifica a maior parte de um sistema linear da forma: $P.C^{n+1} = Q.C^n + \Delta t.f.b$, onde $P = p(i,j)_{i,j}$ e $Q = q(i,j)_{i,j}$, $1 \leq i, j \leq nn$ (nn é o número de nós da malha vista na figura 2) e com termo independente da forma $b = (b_i)$ com $i = 1, 2, 3, \dots, n$ e, finalmente, $b_i = \Delta t f_i^{n+1/2}$. Ainda, $C^{(0)} = C_i^{(0)}$, $i = 1, 2, 3, \dots, nn$. As matrizes P e Q são matrizes esparsas e seus elementos não nulos são

$$\begin{array}{l}
 \text{Matriz } P \\
 p_{i,j} = 1 + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\alpha\Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma\Delta t}{2} \\
 p_{i,j-1} = \frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{2\Delta y} \\
 p_{i,j+1} = \frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{2\Delta y} \\
 p_{i-1,j} = \frac{-\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u\Delta t}{2\Delta x} \\
 p_{i+1,j} = \frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u\Delta t}{4\Delta x}
 \end{array} \left| \begin{array}{l}
 \text{Matriz } Q \\
 q_{i,j} = 1 - \frac{\alpha\Delta t}{\Delta x^2} - \frac{\alpha\Delta t}{\Delta y^2} - \frac{\sigma\Delta t}{2} \\
 q_{i,j-1} = \frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v\Delta t}{2\Delta y} \\
 q_{i,j+1} = \frac{\alpha\Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v\Delta t}{2\Delta y} \\
 q_{i-1,j} = \frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u\Delta t}{2\Delta x} \\
 q_{i+1,j} = -\frac{\alpha\Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u\Delta t}{4\Delta x}
 \end{array}
 \right.$$

6.2. Pontos de fronteira

As condições de fronteira neste problema estudado são dadas por:

$$\frac{\partial C}{\partial \eta} = 0 \in \partial \Omega$$

Dada a geometria da malha adotada (vide figura 2) todas as fronteiras são ou na horizontal, onde $\frac{\partial C}{\partial \eta} = \mp \frac{\partial C}{\partial y}$ ou na vertical, onde $\frac{\partial C}{\partial \eta} = \mp \frac{\partial C}{\partial x}$.

Na fronteira horizontal, supondo o domínio abaixo desse segmento, teremos (figura 3):

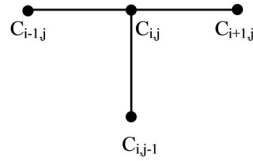


Figura 3: Descrição dos nós adjacentes na fronteira horizontal superior.

No entanto, como a equação (5.7) exige o ponto acima, que a rigor, não é do domínio, iremos considerar um ponto virtual, denominado $C_{\bar{j}}$. Ora, a condição $-\alpha \frac{\partial C}{\partial \eta} |_{xi,yi,tn} = 0$ na discretização adotada é aproximada por

$$\frac{C_{\bar{j}}^n - C_{i,j-1}^n}{2\Delta y} = 0$$

isto fornece para $C_{\bar{j}}^n$ o valor de $C_{\bar{j}}^n = C_{i-1}^n$ e que na aproximação de $\frac{\partial C^2}{\partial y^2} |_{xi,yi,tn}$ leva à $\frac{2C_{i,j-1}^n - 2C_{i,j}^n}{\Delta y^2}$.

O procedimento é totalmente análogo caso o domínio esteja todo acima desse segmento, ou à sua esquerda ou ainda à sua direita, com diferenças evidentes nos subíndices envolvidos.

6.3. Demais pontos de fronteira

Há, ainda a questão de nós em fronteiras para as quais o domínio é apenas um dos quadrantes de Ω . Aqui, o procedimento é análogo ao citado,

com a diferença, porém, de se fazer uso virtual de dois pontos externos e não apenas um deles como nos casos de contornos apenas verticais ou horizontais.

Indicamos aqui ilustrativamente apenas um caso, aquele em que o ponto de fronteira considerado é num “canto” do domínio aquático, domínio este que fica acima e à direita do ponto (x_i, y_j) (ver figura 4).

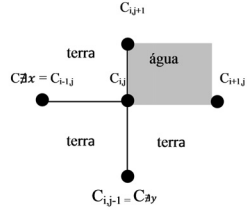


Figura 4: Ilustração dos nós adjacentes no canto inferior esquerdo

sendo que a fórmula usada, neste caso, será:

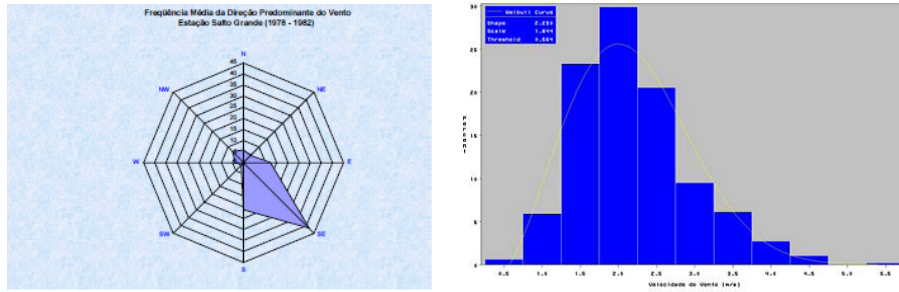
$$\begin{aligned}
 & C_{i,j}^{n+1} \left[1 + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma \Delta t}{2} \right] + C_{i,j+1}^{n+1} \left[\frac{-\alpha \Delta t}{\Delta y^2} \right] + C_{i+1,j}^{n+1} \left[\frac{-\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \right] \\
 = & C_{i,j}^n \left[1 - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma \Delta t}{2} \right] + C_{i+1,j}^n \left[\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \right] + C_{i,j+1}^n \left[\frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} \right] \Delta t f_{i,j}^{n+1/2}
 \end{aligned}$$

7. Parâmetros

Para a simulação dos cenários foram consideradas as situações descritas a seguir.

7.1. Ventos predominantes

Com relação a direção predominante dos ventos, foi observada para a estação Salto Grande uma direção preferencial do quadrante S-SE para N-NO e uma frequência muito menor, ventos soprando do quadrante N-NO para S-SE, como podemos observar na figura 5(a).



(a) Rosa dos Ventos – direção predominante dos ventos

(b) Intensidade dos Ventos

Figura 5: Direção e intensidade dos ventos predominantes

Ainda, nessa estação, verificou-se uma tendência na intensidade dos ventos, variando de 1,25 m/s até 2,75 m/s, como se observa na figura 5(b).

Os dados referentes à direção predominante e velocidade do vento, foram obtidos considerando-se os dados climatológicos existentes da estação, entre os anos de 1978 e 1982; tais medições foram feitas a 10 m de altura e cadastradas através do Departamento de Águas e Energia Elétrica (DAEE), em seus boletins hidrometeorológicos (Rocha e Rossi, 2005).

Em decorrência da altura que os dados na estação são mensurados, a velocidade do vento a ser adotada na superfície do corpo aquático, foi considerada como sendo 3% em relação à velocidade média do vento, adotando-se para isto, a aproximação linear de Ekman, dada por:

$$V_{vento} = 0,03 V_v$$

V_{vento} = velocidade da corrente induzida pela ação do vento

V_v = vetores de vento à 10 m acima da superfície (Oliveira, 2003).

Vale ressaltar, ainda, que as velocidades serão invariantes no domínio considerado. Assim, na simulação computacional, adotou-se a velocidade média do vento, como sendo 2,0 m/s.

7.2. Constantes: difusibilidade e decaimento

Conforme (Inforzato, 2008), consideraremos:

$$\text{Difusibilidade } \alpha = 0,007 \frac{\text{km}^2}{\text{h}} \quad \text{Decaimento: } \sigma = \frac{0,2 \cdot 10^{-3}}{\text{h}}$$

O intervalo de tempo de estudo será $(0, T)$, considerando-se aqui, nt passos no tempo. Procedendo-se de modo análogo, mesmo que não haja um

domínio retangular, em função da discretização apresentada na figura 2 para o domínio Ω , teremos $\Delta x = 0,01189$ km e $\Delta y = 0,0046$ km.

8. Cenário e simulação computacional

Com os parâmetros aqui adotados, apresentamos qualitativamente os cenários obtidos para o vento predominante (figuras 6 e 7).

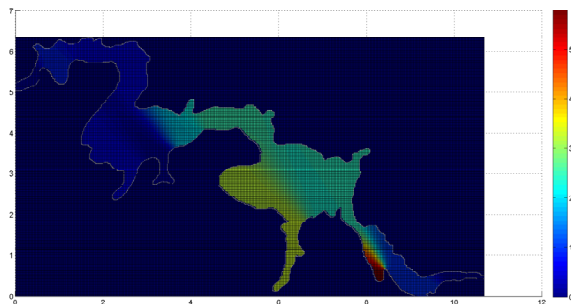


Figura 6: Movimento evolutivo da mancha de poluente, $t=400$; cenário: vento de sudeste para noroeste

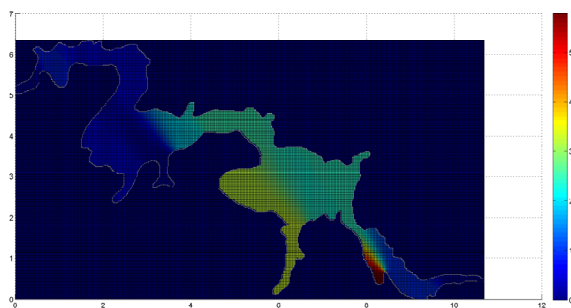


Figura 7: Movimento evolutivo da mancha de poluente, $t=600$; cenário: vento de sudeste para noroeste

9. Considerações finais

Observa-se, de um modo geral, na literatura pesquisada, a busca de soluções aproximadas através da utilização de técnicas de Elementos Finitos; contudo, o diferencial apresentado neste trabalho é o emprego de técnicas de Diferenças Finitas. Deste modo, por serem metodologias distintas e empregadas com a mesma finalidade, podem ser avaliadas conjuntamente, com a intenção de mensurar um fenômeno comum.

Ademais se observa, ainda, que em grande parte os trabalhos relativos ao Reservatório de Salto Grande buscam informações limnológicas que envolvem, entre outras questões, preponderantemente o assoreamento e seu impacto causado ao sistema. Neste estudo, com o intuito de descrever de forma mais verossímil possível a situação-cenário observada, fizemos uso de um domínio de geometria bem irregular, introduzindo uma malha de diferenças finitas adequada, corroborando sobremaneira com a real descrição da topografia encontrada na superfície do reservatório.

Também, em relação ao fenômeno advectivo aqui descrito, foram adotadas a direção preferencial e a intensidade dos ventos, com base nos registros do Departamento de Águas e Energia Elétrica de São Paulo – DAEE, para a estação de Salto Grande. Apesar de serem modelos bidimensionais, eles se apóiam em um largo espectro de informações locais obtidas, caracterizando-se, desta forma, como ferramental para possíveis usuários, oferecendo uma confiabilidade necessária em situações como aquela aqui descrita.

Enfatizamos, ainda, que uma intervenção do poder público no sentido de adoção de medidas mitigadoras e de contingência no reservatório, reduziria de forma significativa a carga de poluentes produzidas pela bacia do rio Atibaia, no tocante ao Reservatório de Salto Grande, que deixaria de degradar a qualidade da água do rio Piracicaba, à jusante do mesmo.

Agradecimentos

Os autores agradecem à senhora L. M. B. Prestes, pela revisão dos 22.458 pontos da malha de nós, necessários às simulações numérico-computacionais.

Referências

- Coelho, M. P. (1993). Análise do processo de assoreamento do reservatório de Americana – variação espacial e temporal da taxa de sedimentação no reservatório de Salto Grande (Americana/SP) e sua influência sobre as características liminológicas do sistema. Dissertação de Mestrado, UNESP, Rio Claro/SP.
- Edelstein-Keshet, L. (1998). *Mathematical Models in Biology*. Ed. McGraw-Hill, Inc., N.York.
- Espindola, E. L. G., Faria, O. B., e Leite, M. A. (2004a). *Reservatório de Salto Grande: Uma caracterização geral do sistema*. RIMA, São Carlos.
- Espindola, E. L. G., Leite, M. A., e Buso, C. (2004b). *Reservatório de Salto Grande (Americana/SP): caracterização, impactos e propostas de manejo*. RIMA, São Carlos/SP.
- Falco, P. S. (2001). Distribuição espacial e temporal da comunidade fitoplantônica e das variáveis ecológicas no reservatório de Salto Grande (Americana/SP). Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos/SP.
- Inforzato, N. F. (2008). *Dispersão de Poluentes num sistema ar-água: Modelagem matemática, aproximação numérica e simulação computacional*. Tese de Doutorado, IMECC–Unicamp, Campinas/SP.
- Leite, M. A. (1998). Variação espacial e temporal da taxa de sedimentação no reservatório de Salto Grande (Americana/SP) e sua influência sobre as características liminológicas do sistema. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos/SP.
- Marchuck, G. I. (1986). *Mathematical Models in Environmental Problem, Studies, in Mathematics and its Applications*. Elsevier Science, North Holland.
- Meletti, P. C. (1997). Avaliação da qualidade da água na bacia do rio piracicaba através de testes de toxicidade aguda com peixes. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos/SP.
- Okubo, A. e Levin, S. A. (1980). *Diffusion and Ecological Problems: Mathematical Models*. Springer, Berlim.

- Oliveira, R. F. (2003). *O Comportamento Evolutivo de uma Mancha de Óleo na Baía de Ilha Grande*. Tese de Doutorado, IMECC-Unicamp, Campinas/SP.
- Pegoraro, J. L. (2003). *Atividades educativas ao ar livre: um quadro a partir de escolas públicas da região de Campinas e dos usos de área úmida urbana com avifauna conspícua – Minipantanal de Paulínia*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos/SP.
- Poletti, E. C. C. (2009). *Dispersão de Poluente em Sistema de Reservatório: Modelagem Matemática, Simulação Computacional, utilizando-se Aproximação Numérica e Conjuntos Fuzzy*. Tese de Doutorado, IMECC-Unicamp, Campinas/SP.
- Poletti, E. C. C. e Meyer, J. F. C. A. (2009). Dispersão de poluentes em um sistema reservatório: Modelagem matemática via lógica fuzzy e aproximação numérica. *Biomatemática*, 19:57–68.
- Rocha, A. e Rossi, L. A. (2005). Caracterização do potencial eólico do Estado de São Paulo. *Coletânea de Artigos: Energias Solar e Eólica*, 2:1–249.
- Teixeira, D. (2000). *Avaliação da qualidade da água e levantamento de custos de tratamento de efluentes visando à recuperação de um sistema eutrofizado (Represa de Salto Grande, Americana)*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, Campinas/SP.
- Zanata, L. H. (2000). Heterogeneidade ambiental do reservatório de Salto Grande (Americana/SP). Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos-USP, São Carlos/SP.