

Sistemas p-fuzzy modificados para o modelo do controle de pragas

Thiago F. Ferreira¹,

Rosana S. M. Jafelice²

FAMAT, UFU, 38.408-100, Uberlândia/MG.

Resumo. A proposta deste trabalho é apresentar sistemas parcialmente fuzzy (p-fuzzy) modificados, cujas funções de pertinência são alteradas por uma potência. Foram considerados sistemas do tipo modificado autônomo e não autônomo, sendo que nesse último, as funções de pertinência são alteradas a cada iteração no tempo. Para alguns modelos de dinâmica populacional, um estudo de erros foi feito e verificamos que os sistemas do tipo não autônomo tiveram melhores respostas que os autônomos. Por este motivo, usamos essa abordagem no estudo do controle de pragas, cujas simulações numéricas foram obtidas por meio de programas no Matlab. Analisando os resultados alcançados, pode-se concluir que o controle da praga dado pelo sistema não autônomo é superior aos sistemas análogos autônomos, utilizando modificadores do tipo expansivos ($0 < \text{potência} < 1$) e sem modificações (potência = 1).

Palavras-chave: Teoria dos conjuntos fuzzy, equações de diferenças, sistemas p-fuzzy modificados, sistemas p-fuzzy modificados não autônomos.

1. Introdução

Em muitos problemas de física e matemática não temos dificuldade em classificar elementos como pertencentes ou não a um dado conjunto clássico, ou seja, dado um conjunto A e um elemento x do conjunto universo U conseguimos

¹thiagovocal@hotmail.com

²rmotta@ufu.br

dizer: se $x \in A$ ou se $x \notin A$. Esta ideia foi publicada em 1965, representando o marco do nascimento da teoria dos conjuntos fuzzy (Zadeh, 1965).

Em diversas áreas de ciências aplicadas podemos encontrar modelagens com a teoria dos conjuntos fuzzy. Em particular, Cecconelo (2006); Peixoto (2005) e Silva (2005) utilizaram um sistema baseado em regras fuzzy (SBRF) para modelar a densidade populacional de uma espécie, utilizando regras de inferência do tipo “Se ... então ...”, sendo que Peixoto (2005) foi o primeiro trabalho que apresentou os sistemas p-fuzzy. Nos trabalhos citados anteriormente, as equações diferenciais ordinárias são substituídas por um sistema baseado em regras fuzzy (SBRF) no qual a relação que descreve as variações com as suas respectivas variáveis de estado é descrita por uma base de regras fuzzy no lugar de equações.

O objetivo deste trabalho é estudar os sistemas p-fuzzy para o modelo do controle de pragas, com aplicação da teoria dos modificadores linguísticos. Como o próprio nome sugere, os modificadores linguísticos são frequentemente utilizados para alterar atributos, ou seja, modelar advérbios. As funções que determinam o grau de pertinência dos elementos aos subconjuntos fuzzy serão alteradas por modificadores do tipo potência que elevam a função de pertinência a potências diferentes de um. Se o valor da potência está entre zero e um, o modificador é chamado expansivo e se o valor for maior do que um, é chamado restritivo.

Dessa forma, trabalhamos com sistemas p-fuzzy modificados e verificamos se existe vantagem na utilização destes, em relação aos sistemas p-fuzzy sem modificações. O procedimento para encontrar o valor da potência adequada pode ser visto em Ferreira (2012).

Finalmente, verificamos a possibilidade de aplicação da teoria dos modificadores, a cada iteração de alguns modelos de fenômenos biológicos. Esse sistema construído é chamado sistema p-fuzzy não autônomo, tema não encontrado na literatura conhecida. A seguir apresentamos alguns conceitos importantes utilizados no trabalho.

2. Conceitos preliminares

Apresentamos inicialmente a definição de modificadores linguísticos, e em seguida os métodos de defuzzificação abordados no trabalho.

2.1 Modificadores linguísticos

Como o próprio nome sugere, modificadores linguísticos são frequentemente utilizados para alterar atributos, ou seja, modelar advérbios. A teoria dos conjuntos fuzzy dá-nos a representação de subconjuntos fuzzy que representam atributos de variáveis linguísticas. Neste caso, os modificadores linguísticos são denominados modificadores fuzzy.

Um *modificador fuzzy* m sobre U é uma aplicação definida em $F(U)$ com valores em $F(U)$:

$$m : F(U) \rightarrow F(U) \quad (1)$$

onde $F(U)$ é a classe dos subconjuntos fuzzy de U Barros e Bassanezi (2010).

Os principais modificadores fuzzy são:

1. *Expansivo* se, para todo $A \in F(U)$, $A \subseteq m(A)$, ou seja, $\varphi_A(x) \leq \varphi_{m(A)}(x)$;
2. *Restritivo* se, para todo $A \in F(U)$, $A \supseteq m(A)$, ou seja, $\varphi_A(x) \geq \varphi_{m(A)}(x)$.

Os modificadores fuzzy mais usados são do tipo potência.

Um modificador é do tipo potência se para cada $A \in F(U)$ tem-se $u_{m(A)}(x) := (u_A(x))^s$, para algum $s \in [0, \infty)$ (Barros e Bassanezi, 2010).

Podemos observar que $0 < s < 1$ então m_S é *expansivo* e se $s > 1$, então m_S é *restritivo*, já que $\varphi_A(x) \in [0, 1]$.

Para que a função de pertinência triangular seja programada, são considerados três parâmetros $[a \ b \ c]$, como entrada da função de pertinência triangular. Esses pontos determinam os vértices para o gráfico da função de pertinência triangular, que pode ser vista na figura 1.

Para modificarmos essa função, foi inserido mais um parâmetro para a função de pertinência triangular na base do toolbox fuzzy, ou seja, agora a função deve ter quatro parâmetros de entrada $[a \ b \ c \ d]$, onde esse novo parâmetro d representa a potência que será elevada a função de pertinência. Considerando $d = 0.5$, temos a função de pertinência modificada na figura 2.

Ressaltamos que, tanto o método de escolha da potência que proporciona o maior controle da praga, como o critério de escolha e o modo de se modificar as funções de pertinência triangulares e trapezoidais, podem ser encontrados em Ferreira (2012).

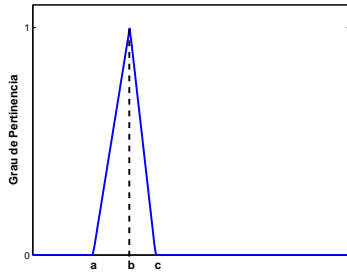


Figura 1: Função de pertinência triangular com parâmetros $[a \ b \ c]$.

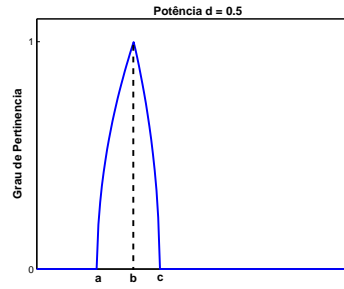


Figura 2: Função de pert. trian. modificada pela potência $d = 0.5$.

2.2 Métodos de defuzzificação

No sistema baseado em regras fuzzy, a cada entrada fuzzy o método de inferência produz uma saída fuzzy que indica o controle que deve ser adotado. Deve existir um método para defuzzificar a saída e assim obter um número real que indicará o controle a ser adotado.

O mais comum dentre esses métodos é o método do centro de gravidade (Zadeh, 1965).

2.2.1 Centro de gravidade

Este método assemelha-se à média ponderada para a distribuição de dados, com diferença que os pesos são os valores que indicam o grau de compatibilidade da saída z_i com o conceito modelado pelo conjunto fuzzy A em z . A equação (2) apresenta o centro de gravidade $G(A)$ para o domínio discreto.

$$G(A) = \frac{\sum_{i=0}^n z_i \varphi_A(z_i)}{\sum_{i=0}^n \varphi_A(z_i)}. \quad (2)$$

Neste trabalho utilizamos também o método do bissector, média dos máximos ('Mean of Maxima' - MOM), menor dos máximos ('Smallest of Maxima' - SOM) e maior dos máximos ('Largest of Maxima' - LOM), que serão definidos a seguir.

2.2.2 Bissector de área

Este método consiste em encontrar a abscissa x que particiona a área sobre a função de pertinência em duas áreas de igual tamanho (Rosseto, 2008).

Para conjuntos discretos, o bissector denotado u_b é a abscissa x_j que minimiza

$$\left| \sum_{i=1}^j \varphi_A(x_i) - \sum_{i=j+1}^{i_{max}} \varphi_A(x_i) \right|, \quad 1 < j < i_{max} \quad (3)$$

onde o conceito é modelado pelo conjunto fuzzy A .

2.2.3 Média dos máximos (MOM)

O método da média dos máximos consiste em escolher o ponto do universo de discurso com o mais alto grau de pertinência (Rosseto, 2008). Vários pontos de máximo podem existir, portanto é comum utilizar a média de vários máximos. O cálculo é feito através de

$$u_{MOM} = \frac{\sum_{i \in X} x_i}{X}, \quad X = \{i \text{ tal que } \varphi_A(x_i) = \varphi_{max}\}, \quad (4)$$

em que A é o conjunto fuzzy que modela o conceito.

2.2.4 Menor dos máximos (SOM)

O método do menor dos máximos consiste em escolher o menor dos pontos do universo de discurso com mais alto grau de pertinência. Calculamos através de

$$u_{SOM} = \min(x_i), \text{ tal que } \varphi_A(x_i) = \varphi_{max}, \quad (5)$$

onde o conceito é modelado pelo conjunto fuzzy A .

2.2.5 Maior dos máximos (LOM)

O método do maior dos máximos consiste em escolher o maior dos pontos do universo de discurso com mais alto grau de pertinência. Calculamos através de

$$u_{LOM} = \max(x_i), \text{ tal que } \varphi_A(x_i) = \varphi_{max}, \quad (6)$$

em que φ_A é a função de pertinência do conjunto A que modela o conceito tratado.

3. Sistema p-fuzzy para o modelo do controle de pragas

Quando surge uma praga em alguma lavoura, os agricultores têm se utilizado de inseticidas eficientes ao maior número de espécies e isso tem sido a tônica dos últimos 30 anos no Brasil. Atualmente, o controle de pragas é feito com uso de inseticidas, cujos efeitos colaterais, tais como a contaminação de alimentos, de mananciais, do homem, do ar e do solo, são conhecidos. A ressurgência de pragas num curto período após a aplicação do defensivo é um problema comum e ocorre devido ao vácuo biótico ocasionado pelo uso do inseticida. A praga retorna livre de seus inimigos naturais, podendo desenvolver grandes populações (Braga e Sousa-Silva, 1999).

Inseticidas são “substâncias químicas utilizadas para matar, atrair e repelir insetos, sendo sua descoberta, isolamento, síntese, avaliação toxicológica e de impacto ambiental um vasto tópico de pesquisas no mundo inteiro e que tem se desenvolvido bastante nas últimas décadas” (Braga e Sousa-Silva, 1999).

Em Santos (2008), foi proposto um modelo de controle que será construído com base nos modelos de densidade populacional p-fuzzy, sem levar em consideração o tipo de praga, descrito na equação:

$$\begin{cases} x_{k+1} &= (x_k + \Delta_x(x_k)) \times (1 - C(x_k, \Delta_x(x_k))) \\ x_0 &\in \mathbb{R}, \end{cases} \quad (7)$$

em que x_k é a população no instante k , $\Delta_x(x_k)$ é a variação populacional e $C(x_k, \Delta_x(x_k))$ é a porcentagem da população de pragas que morre após aplicação do biocida.

O valor $(1 - C(x_k, \Delta_x(x_k))) \in [0, 1]$ representa a porcentagem da população que sobreviverá à aplicação (Santos, 2008).

Foram construídos dois SBRF, o primeiro é um sistema cuja variável de entrada é x_k e a de saída é $\Delta_x(x_k)$. O segundo SBRF, para o controle de pragas, utiliza como entrada o par $(x_k, \Delta_x(x_k))$, em que $\Delta_x(x_k)$ é dado pelo sistema anterior e a saída $C(x_k, \Delta_x(x_k))$. Após 15 iterações, com $x_0 = 20$, o SBRF aciona o controle e mantém a densidade populacional das pragas a um nível adequado. A arquitetura dos sistemas pode ser vista na figura 3.

O primeiro SBRF tem como variável de entrada a população no instante k , x_k e variável de saída a variação da população $\Delta_x(x_k)$. As funções de pertinência para as variáveis de entrada e saída desse SBRF estão representadas, respectivamente, nas figuras 4 e 5.

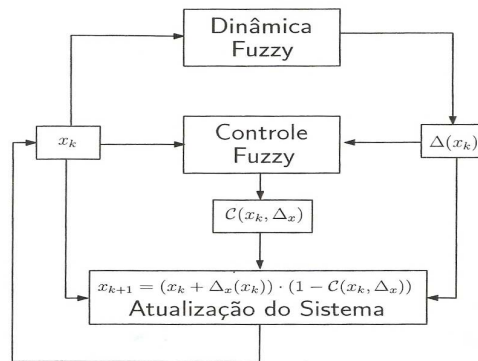


Figura 3: Arquitetura do sistema p-fuzzy para o modelo do controle de pragas (Santos, 2008).

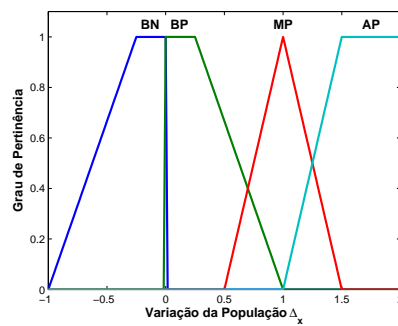
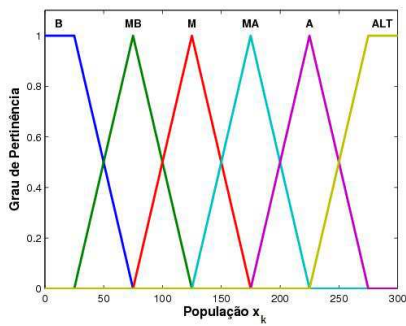


Figura 4: Funções de pertinência de entrada para x_k .

Figura 5: Funções de pertinência de saída para Δ_{x_k} .

Para este SBRF, temos a seguinte base de regras:

- r_1 : Se a população x_k é *baixa* (B), então a variação $\Delta_x(x_k)$ é *baixa positiva* (BP);
- r_2 : Se a população x_k é *média baixa* (MB), então a variação $\Delta_x(x_k)$ é *média positiva* (MP);
- r_3 : Se a população x_k é *média* (M), então a variação $\Delta_x(x_k)$ é *alta positiva* (AP);
- r_4 : Se a população x_k é *média alta* (MA), então a variação $\Delta_x(x_k)$ é *média*

positiva (MP);

r_5 : Se a população x_k é *alta (A)*, então a variação $\Delta_x(x_k)$ é *baixa positiva (BP)*;

r_6 : Se a população x_k é *altíssima (ALT)*, então a variação $\Delta_x(x_k)$ é *baixa negativa (BN)*.

O segundo SBRF tem como variáveis de entrada a população no instante k , x_k e a variação da população Δ_x e a variável de saída é o controle $C(x_k, \Delta_x(x_k))$.

A figura 6 representa a função de pertinência de saída para o segundo SBRF, onde os termos linguísticos são: *Controle Nulo (C0)*, *Controle Baixo (CB)*, *Controle Médio (CM)* e *Controle Alto (CA)*.

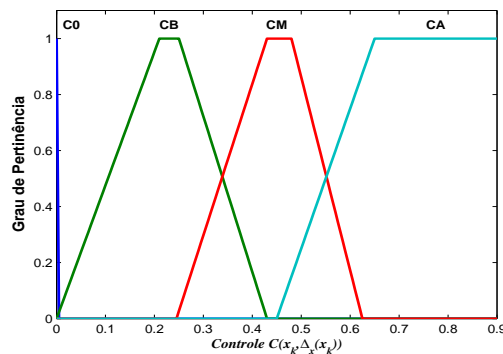


Figura 6: Funções de pertinência de saída para o SBRF que produz o controle das pragas.

A figura 7 representa a evolução da praga com e sem controle. Pode-se verificar que aplicando o biocida, a população de pragas não ultrapassa o valor de 40, considerando a população no intervalo $[0, 300]$. Dessa forma, pode-se dizer que o modelo de controle atinge o resultado esperado, visto que há um controle visível das pragas com controle fuzzy.

Estudamos, a seguir, os sistemas p-fuzzy modificados segundo a teoria dos modificadores linguísticos, ou seja, as funções de pertinência de cada um dos sistemas serão modificados de modo a obter um controle ainda maior da praga.

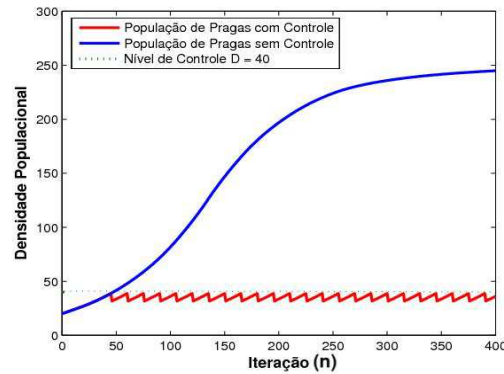


Figura 7: Dinâmica populacional do SBRF que produz o controle de pragas, com condição inicial $x_0 = 20$ e número de iterações $n = 400$.

4. Sistemas p-fuzzy modificados autônomos e não autônomos

Descreveremos, a seguir, uma síntese de como a potência e função de alteração de potência, respectivamente para o sistema p-fuzzy modificado e sistema p-fuzzy modificado no tempo foram obtidas.

4.1 Metodologia para escolha da potência e critérios de comparação

A princípio devemos ressaltar que os sistemas p-fuzzy modificados são assim chamados por suas funções de pertinência serem modificadas por uma potência diferente de 1. Se tal potência s for igual a 1, não ocorrerão modificações, e então teremos os sistemas p-fuzzy. Além disso, os critérios apresentados foram utilizados para todos os métodos de defuzzificação descritos anteriormente.

Consideramos o intervalo $I_1 = [0.1, 1.9]$ que está em torno do número 1, que significa não alteração das funções de pertinência. Dividimos I_1 com espaçamento 0.1. Dessa forma, utilizamos a rotina no Matlab para o modelo populacional considerado, obtendo então um sistema p-fuzzy modificado para cada uma das potências $s \in F = \{0.1, 0.2, 0.3, \dots, 1.9\}$.

Seja x o vetor com os pontos da solução determinística e x^{s_i} o vetor

com os pontos gerado pelo sistema p-fuzzy modificado através das funções de pertinência dos modelos estudados elevadas a potência s_i , onde $s_i \in F$. Determinamos os erros $E_1(s_i)$ e $E_2(s_i)$, que são considerados os erros para cada potência s_i , calculados entre o modelo determinístico e o modelo p-fuzzy modificado. Aplicando a cada uma das potências testadas, temos que esses erros são:

$$E_1(s_i) = \max|x - x^{s_i}|, \quad (8)$$

$$E_2(s_i) = \frac{\max|x - x^{s_i}|}{\max|x^{s_i}|}. \quad (9)$$

Em seguida, calculamos o $\overline{E_1} = \max\{E_1(s_i)\}$ e $\overline{E_2} = \max\{E_2(s_i)\}$, pois para este modelo queremos saber qual a função que produz um erro maior, ou seja, qual função altera as potências de modo a se obter um maior controle da praga, e determinamos $\overline{s_1}$ e $\overline{s_2}$ que são as potências que geram $\overline{E_1}$ e $\overline{E_2}$, respectivamente.

Repetimos o procedimento para a potência $\overline{s_i}$ no intervalo $[\overline{s_1} - 0.5, \overline{s_1} + 0.5]$ e $\overline{s_i}$ no intervalo $[\overline{s_2} - 0.5, \overline{s_2} + 0.5]$, com espaçamento 0.01, isto é, elevamos as funções de pertinência dos modelos estudados as potências $\overline{s_i}$ e $\overline{s_i}$. Em seguida, determinamos a melhor potência dentre as testadas no programa.

Comparando as potências encontradas para os critérios E_1 e E_2 , obtidos pelas equações (8) e (9), podemos observar em todas as simulações que utilizamos quaisquer um dos dois critérios adotados, a potência resultante como a melhor entre as calculadas, ou seja, aquela que produzia menor erro entre o modelo determinístico e o sistema p-fuzzy modificado, e em ambos os critérios a potência resultante é a mesma.

A descrição acima foi feita para o sistema p-fuzzy modificado autônomo. Para sistemas não autônomos descrição é similar.

4.2 Sistema p-fuzzy modificado autônomo para o controle de pragas

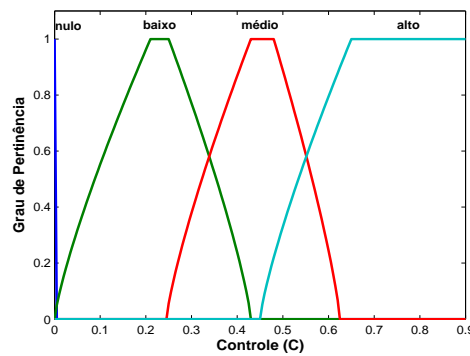
O sistema p-fuzzy para o modelo do controle de pragas mantém o nível de população das pragas abaixo de 40, devido ao controle.

A seguir, ilustraremos na tabela 1 algumas das simulações efetuadas, utilizando a teoria dos modificadores fuzzy, e utilizando a metodologia descrita anteriormente.

Tabela 1: Resultado das simulações para busca da potência s para o Modelo Presa-Predador Modificado.

Potência	E_1	E_2
$s=1$	0.00	0.00
$s=0.96$	0.005041	0.02616
$s=0.92$	0.008571	0.04447
$s=0.9$	0.009850	0.05111

Podemos concluir que a melhor potência encontrada é $s = 0.9$, ou seja, o modificador será expansivo, e elevando as funções de pertinência de saída a esta potência, obtemos as funções de pertinência modificadas da figura 8.

Figura 8: Funções de pertinência de entrada modificadas pela potência $s = 0.9$.

Com as funções de pertinência modificadas pela potência $s = 0.9$, temos que o sistema p-fuzzy modificado produz, em relação ao sistema p-fuzzy, os erros $E_1 = 0.009850$ e $E_2 = 0.05111$, ou seja, temos um controle maior da praga com a utilização do sistema modificado em relação ao sistema sem modificações.

Dessa forma, podemos afirmar que o modelo é melhor aproximado pelo sistema modificado do que pelo sistema sem modificações. A figura 9 mostra o controle do sistema modificado em relação ao sistema sem controle.

Todos os métodos defuzzificação descritos na seção 2 foram utilizados nas simulações, e para todos os métodos os resultados encontrados foram os mesmos, conforme tabela 1.

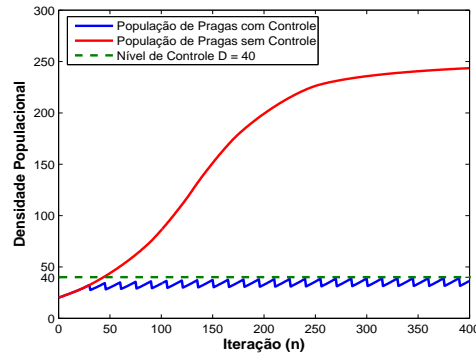


Figura 9: Solução do sistema p-fuzzy modificado e solução determinística com número de iterações $n = 400$.

4.3 Sistema p-fuzzy modificado não autônomo para o controle de pragas

O desafio deste trabalho é aplicar a teoria dos modificadores fuzzy no tempo, isto é, as funções de pertinência devem ser modificadas por uma potência diferente a cada iteração. Esses sistemas p-fuzzy modificados no tempo são denominados sistemas p-fuzzy não autônomos.

Para o modelo p-fuzzy não autônomo é necessário encontrar uma função que alterasse as funções de pertinência a cada iteração. O ponto de partida para encontrar essa função foram as funções $f(i)$, onde $i = 1, 2, 3, \dots$ é o número de iterações do sistema. Se a dificuldade dos modelos modificados autônomos é a busca da potência adequada, para os modelos modificados não autônomos, a grande dificuldade é encontrar essa função responsável por alterar as potências das funções de pertinência. A metodologia utilizada para encontrar tal função é similar a descrita na seção 2 e pode ser vista em Ferreira (2012).

O sistema p-fuzzy para o modelo do controle de pragas mantém o nível de população das pragas abaixo de 40, devido ao controle. Aplicando a teoria dos modificadores fuzzy encontramos a potência $s = 0.9$, e elevando as funções de pertinência de saída a esta potência, obtemos as funções de pertinência modificadas da figura 8.

Na tabela 2 estão descritos os erros, segundo os critérios apresentados nas expressões (8) e (9), para as simulações que foram feitas, aplicando a teoria dos modificadores fuzzy juntamente com a metodologia descrita em (Ferreira,

2012).

Tabela 2: Resultado das simulações para busca da função $f(i)$ para o modelo do controle de pragas não autônomo.

Função	E_1	E_2
$f(i) = 1/i$	0.001318	0.3445
$f(i) = 0.5 + 1/i$	0.01693	0.7898
$f(i) = 0.9 + 1/i$	0.02108	0.9963

Portanto, a melhor função encontrada para este modelo é $f(i) = 0.9 + \frac{1}{i}$, que determina a sequência de potências que alteram as funções de pertinência, de entrada e saída, com $i = 1, \dots, n$, sendo $n = 400$ o número de iterações. Até a iteração número 3, os modificadores utilizados são restritivos, ou seja, maiores do que um. A partir da iteração número 4, temos que os modificadores são expansivos. A figura 10 representa a evolução da praga com e sem controle, em que pode-se verificar que aplicando o biocida, a população de pragas não ultrapassa o valor de 40, considerando a população no intervalo $[0, 300]$. As vantagens do sistema não autônomo em relação ao sistema sem modificações e em relação ao sistema modificado autônomo, em relação ao erro E_1 são, respectivamente, $V_1 = 0.215841$ e $V_{1'} = 0.02108$, e em relação ao erro E_2 são, respectivamente, $V_2 = 1.02246$ e $V_{2'} = 0.9963$ (figura 11).

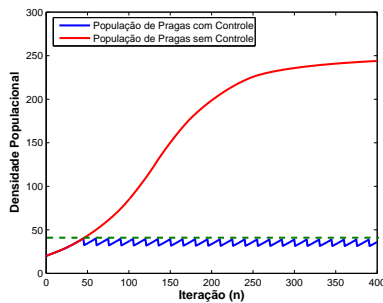


Figura 10: Dens. pop. do sistema p-fuzzy não autônomo.

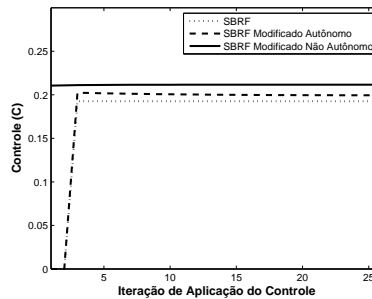


Figura 11: Comparação de eficiência entre os sistemas.

Observamos que para os dois critérios utilizados, a função de alteração de potências $f(i)$ que resulta em um controle maior da praga é a mesma, independente do método de defuzzificação adotado.

5. Resultados

Concluimos que, se encontrada a função de alteração de potências adequada, o sistema p-fuzzy com controle não autônomo tem maior eficácia para o modelo do controle de pragas (Ferreira e Jafelice, 2012). Para o intervalo de aplicação de biocida de 15 iterações (que pode representar o intervalo da aplicação em dias), a quantidade de biocida de cada aplicação pode ser alterada, podendo obter um controle maior da praga e proporcionar melhor qualidade e maior produção da lavoura.

6. Conclusões

Concluimos que, a utilização da teoria dos modificadores linguísticos aplicadas em sistemas p-fuzzy proporciona uma vantagem em relação a sistemas p-fuzzy sem modificações, considerando os critérios adotados. Quando elevamos as funções de pertinência a potências entre 0 e 1, obtemos vantagens calculadas numericamente. Depois, utilizando as modificações aplicadas a cada iteração, podemos perceber que sistemas não autônomos proporcionam maior controle da praga do que os sistemas autônomos, deixando claro que modificar no tempo é mais vantajoso.

Observamos que para os métodos de defuzzificação centro de gravidade, bissector, média dos máximos, menor dos máximos ou maior dos máximos, os resultados encontrados são os mesmos, ou seja, com os sistemas p-fuzzy modificados autônomos ou não autônomos temos um maior controle da praga em relação ao sistema sem modificações.

Agradecimentos

Agradecemos ao Prof. Dr. Laécio Carvalho de Barros pelas sugestões substanciais no desenvolvimento deste trabalho. O primeiro autor agradece à CAPES e a segunda autora ao CNPq (Processo 477918/2010-7).

Referências

Barros, L. C. e Bassanezi, R. C. (2010). *Tópicos de Lógica Fuzzy e Bio-matemática*. 2ª edição, Campinas.

- Braga, A. e Sousa-Silva, C. R. (1999). Afídeos de citros (*Citrus sinensis*) e seus predadores na região de São Carlos - SP.
- Cecconelo, M. S. (2006). Modelagem alternativa para dinâmica populacional: Sistemas dinâmicos fuzzy. Dissertação de Mestrado, IMECC-UNICAMP, Campinas/SP, Brasil.
- Ferreira, T. F. (2012). Sistemas p-fuzzy modificados para dinâmicas populacionais: modelagens e simulações. Dissertação de Mestrado, FAMAT-UFU, Uberlândia-MG, Brasil.
- Ferreira, T. F. e Jafelice, R. S. M. (2012). Modelo do controle de pragas: Sistema p-fuzzy modificado e modificado no tempo (aceito). *Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional - CNMAC 2012*.
- Peixoto, M. S. (2005). *Sistemas Dinâmicos e Controladores Fuzzy: um estudo da dispersão da morte súbita dos citros em São Paulo*. Tese de Doutorado, IMECC-Unicamp, Campinas/SP, Brasil.
- Rosseto, F. R. (2008). Controlador fuzzy para um sistema de aplicação de herbicidas a taxa variável. Dissertação de Mestrado, USP, São Paulo-SP, Brasil.
- Santos, L. R. (2008). Estratégias para o controle de pragas: Sistemas p-fuzzy com controle híbrido. Dissertação de Mestrado, IMECC-UNICAMP, Campinas/SP, Brasil.
- Silva, J. S. (2005). *Análise de Estabilidade de Sistemas Dinâmicos p-Fuzzy com aplicações em Biomatemática*. Tese de Doutorado, IMECC-UNICAMP, Campinas/SP, Brasil.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8:338-353.

