

Um estudo demográfico dos municípios do estado do Acre: determinístico x fuzzy

Isaac D. B. Silva,¹ Antonio C. F. Pontes Junior²
CCET, UFAC – 69.990-000, Rio Branco/AC.

Ana C. P. C. Silva³
UNINORTE – 69.990-000, Rio Branco/AC.

Ismael D. Assis,⁴ Michael K. V. Gondim⁵
UFAC – 69.990-000, Rio Branco/AC.

Laécio C. de Barros⁶
IMECC, UNICAMP – 13.083-872, Campinas/SP.

Resumo. Neste trabalho foi realizado um estudo comparativo da dinâmica populacional dos 22 municípios do estado do Acre, utilizando o modelo logístico de Verhulst e também um modelo baseado em um sistema de regras fuzzy. A partir de dados existentes, se projetou a capacidade suporte de cada município com o propósito de construir regras fuzzy capazes de reproduzir um modelo matemático que também considera inibição no crescimento populacional. Considerações sobre recentes divisões de alguns municípios do estado (1992) foram feitas de modo adequar os dados existentes à metodologia. Em seguida, foi feito um estudo de erros para os dois modelos, sempre em relação aos dados do IBGE. Finalmente, se verificou que ambos os modelos têm forte concordância na previsão da população dos diversos municípios estudados, com ênfase na cidade de Rio Branco.

Palavras-chave: *modelo de Verhulst, capacidade suporte, sistemas baseados em regras fuzzy.*

¹isaacdbs@yahoo.com.br

²acfpjr@gmail.com

³ana_cpcosta@hotmail.com

⁴douradoismael@hotmail.com

⁵mkl.kennedy@yahoo.com.br

⁶laecioch@ime.unicamp.br

1. Introdução

Diversos trabalhos científicos da atualidade têm modelado matematicamente a dinâmica populacional de municípios do Brasil. Estes vão desde a interpolação dos dados relativos a quantidade de residentes dessas localidades até a utilização de ferramentas mais recentes como a lógica fuzzy, todos eles na tentativa de “prever” o comportamento da população evoluindo no tempo (Roveda et al., 2009; Rocha e Botta, 2009).

Há uma dificuldade inerente aos modelos matemáticos para retratar a complexidade dos fenômenos envolvendo a dinâmica populacional, cujos parâmetros são obtidos a partir de experimentos e observações que estão sujeitos a imprecisões e são elas que motivam a utilização da lógica fuzzy, que foi introduzida em 1965 por Zadeh. Ele propôs tal teoria quando trabalhava com problemas de classificações de conjuntos que não possuíam fronteiras bem definidas, ou seja, a transição entre a pertinência dos elementos de conjuntos é suave e não abrupta.

As primeiras aplicações da lógica fuzzy datam de 1974, sendo atualmente aplicada nas ciências ambientais, medicina, engenharia e em outras ciências (Barros e Bassanezi, 2010; Zadeh, 1965; Silva e Junior, 2011). Segundo Dias (2006), uma ferramenta útil para modelagem de fenômenos cujo comportamento é parcialmente conhecido é o sistema dinâmico p-fuzzy.

Nesse contexto, este trabalho tem a finalidade de apresentar e comparar modelos determinístico e fuzzy para a dinâmica populacional dos municípios do estado do Acre. Efetuou-se a comparação do comportamento evolutivo das populações utilizando o modelo determinístico Verhulst e um modelo obtido por um sistema dinâmico p-fuzzy.

Com 22 municípios em todo o estado, o Acre possui ainda municípios que possuem densidades demográficas mais baixas e o acesso a esses municípios é feito somente de avião ou navegando pelos rios, como é o caso de Santa Rosa do Purus, Jordão, Marechal Thaumaturgo e Porto Walter. O município mais populoso na região do Alto Juruá é Cruzeiro do Sul, com a segunda maior população do estado. (Martins, 2009)

A situação muda bastante no leste acreano, na região da capital. A ocupação humana é mais densa e há uma rede de ramais e rodovias que dão suporte às atividades econômicas entre os municípios da região. A capital Rio Branco é o município mais populoso, com seus 336.038 habitantes, aproximadamente 45,8% da população do Acre. Nela se concentra a maior parte da

infraestrutura administrativa do estado, dos serviços de saúde e de outros setores que polarizam a vida na região e em todo Estado. Esse quadro torna esse município como alvo principal de ocupação e o centro atrativo da região. Essa condição e os impactos gerados pelo atual contexto regional estão desencadeando um processo de crescimento com alterações em sua estrutura urbana. Ao longo da rodovia BR 317 que segue para o oeste, há muitas fazendas, além de municípios mais novos como Senador Guimard e Capixaba. (Secretaria, 2011; Martins, 2009)

Na região do alto Acre estão localizadas Xapuri, Epitaciolândia e Brasília, que ali define a fronteira internacional com a Bolívia. Seguindo para o Oeste, na mesma região, se encontra Assis Brasil, município localizado na tríplice fronteira com Bolívia e Peru (Martins, 2009).

2. Metodologia

2.1. Considerações sobre os dados de população do estado do Acre

Dez municípios acrianos foram criados pelo decreto assinado pelo governador Edmundo Pinto em 28 de abril de 1992. Dessa forma, não se obteve dados populacionais deles nos anos de 1980 e 1991. Além disso, a criação desses novos municípios no estado do Acre provocou uma forte mudança no comportamento das populações de todos envolvidos na reorganização territorial, fazendo com que elas estagnassem ou diminuíssem entre os censos do IBGE de 1991 e 1996. Para verificar o impacto dessas divisões nas populações dos municípios desmembrados para a formação de outros, observou-se que Cruzeiro do Sul possuía 66.603 habitantes em 1991 e no censo de 1996 passou a ter apenas 56.705 habitantes.

2.2. Modelos matemáticos

2.2.1 Modelo logístico clássico

O estudo da evolução das populações será feito por meio do clássico modelo de Verhulst dado pela equação:

$$\frac{dP(t)}{dt} = \lambda P \left(1 - \frac{P}{K} \right) \quad (1)$$

sendo que, λ é a taxa de crescimento intrínseca e K é a capacidade suporte da população $p(t)$.

Como é bem conhecido (Barros e Bassanezi, 2010; Bassanezi, 2002) para o modelo de Verhulst a capacidade suporte K é caracterizada através da taxa máxima de crescimento: a taxa máxima de crescimento se dá no momento em que a população atingir o valor da metade da capacidade suporte $K/2$.

Os valores de cada K para os diversos municípios foram obtidos pelo método de Ford-Walford (Bassanezi, 2002), que consiste em ajustar uma reta que descreve como as populações consecutivas estão relacionadas, a partir dos dados de população obtidos

$$P_{t+1} = f(P_t) = m.P_t + b.$$

Para encontrar o valor de equilíbrio, basta determinar a intersecção desta reta com a bissetriz $y = x$, uma vez que estamos supondo que, no valor-limite, a população permanece constante, isto é $P_{t+1} = P_t$. Para que a estimativa de K , dada por esse método, seja satisfatória, é necessário que sejam conhecidos níveis populacionais do período no qual a taxa de crescimento já começou a diminuir, próximo do final do processo.

A taxa λ foi obtida através de modificações na fórmula do crescimento logístico

$$\lambda = -\frac{1}{t} \ln \left(P_0 \cdot \frac{\left(\frac{K}{P_0} - 1 \right)}{K - P_0} \right) \quad (2)$$

para cada ano e o valor utilizado para o município é a média aritmética dos valores calculados para o mesmo período utilizado na estimativa da capacidade suporte. Os parâmetros λ 's de cada município estão nas legendas dos respectivos gráfico de evolução da população na seção 3.

2.2.2 Modelo logístico fuzzy

A lógica fuzzy trabalha com base em conceitos e situações incertos (Barros e Bassanezi, 2010). Com isso, os conjuntos fuzzy não possuem fronteiras bem definidas e são utilizados como um contraponto à limitação que os conjuntos clássicos apresentam ao serem aplicados em problemas cujas transições entre classes acontecem de maneira suave. Para Cecconello (2006), nas operações entre conjuntos fuzzy é comum utilizar-se as variáveis linguísticas, que podem ser qualitativas ou quantitativas, cujos valores assumidos são subconjuntos fuzzy.

Por exemplo, neste trabalho é usada a variável população de todos os municípios que assume os estados: **baixa negativa, muito baixa positiva, baixa positiva, média baixa positiva, média positiva, média alta positiva, alta positiva e muito alta positiva.**

Um sistema baseado em regras fuzzy, essencialmente, possui quatro componentes principais: um processador de entrada (ou fuzzificador), uma base de regras fuzzy, um método de inferência fuzzy e um processador de saída (ou defuzzificador), gerando um número real como sua saída (Ribaconka, 1999; Peixoto, 2008). O método de inferência utilizado neste trabalho é o de Mamdani (Barros e Bassanezi, 2010). A forma de algumas das regras que compõem a base de regras do controlador fuzzy utilizado neste trabalho foi definida da seguinte maneira:

1. SE (população é muito baixa) ENTÃO (variação da população) é muito alta positiva.
2. SE (população é média) ENTÃO (variação da população) é média positiva.

Para a modelagem fuzzy, feita aqui no sentido de estudo comparativo com o de Verhulst e explicado acima, optou-se por um modelo do tipo p-fuzzy, dado por Mamdani. Os sistemas p-fuzzy discretos têm a forma

$$\begin{cases} P_{k+1} = f(P_k) \\ t_0 \in \mathbb{R}^n \text{ dado} \end{cases} \quad (3)$$

sendo $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ a função $f(P) = P + \Delta P$ e $\Delta P \in \mathbb{R}^n$ obtido por um sistema baseado em regras fuzzy (Cecconello, 2006; Barros e Bassanezi, 2010; Dias, 2006). Tanto o sistema p-fuzzy quanto o sistema iterativo utilizam controladores fuzzy que são construídos a partir de um sistema baseado em regras fuzzy que têm como variáveis de entrada população P e de saída variação da população (ΔP) (Cecconello, 2006).

Neste trabalho, utilizou-se a variação relativa anual $\frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dt}$ da população e a respectiva capacidade suporte, obtida pelo método de Ford-Walford, para construir as bases de regras. A variável linguística variação da população é a saída do sistema baseado em regras fuzzy utilizado no sistema dinâmico p-fuzzy e após a defuzzificação pelo centro de massa (Cecconello, 2006; Barros e Bassanezi, 2010), obtém-se o valor de ΔP citado acima. Os conjuntos fuzzy adotados foram todos do tipo trapezoidais e todos os modelos fuzzy foram simulados no ambiente Matlab[®].

A título de exemplo, serão feitos tanto o modelo determinístico como o fuzzy, com detalhes, para o município de Rio Branco.

2.3. Município de Rio Branco

Para calcular a capacidade suporte do município de Rio Branco pelo método de Ford-Walford, utilizou-se a tabela 1 que mostra as duas sequências de dados de população de Rio Branco. A partir disso, calculou-se os parâmetros da reta de regressão desses dados, obtendo a reta $y = 0,9222x + 57176$ e, logo após, se obteve a interseção dessa reta com a reta $y = x$, encontrando o valor de população de 734.910 habitantes que é o valor da capacidade suporte do município de Rio Branco.

Tabela 1: Dados de população de Rio Branco-AC: população correta e população deslocada no tempo.

População original	População deslocada
83977	117101
117101	197376
197376	227438
227438	253059
253059	290639
290639	336038

Para o modelo logístico clássico calculou-se os parâmetros λ 's, através da fórmula 2, para os anos que possuíam valor de população de 1980 a 2010 e foram encontrados os valores apresentados na tabela 2. O valor do crescimento intrínseco utilizado foi a média aritmética dos valores da referida tabela, 0,047058. O segundo parâmetro surge da solução do problema de valor inicial (PVI), combinando a equação diferencial 1 com a condição inicial $P_0 = 83.977$ chega-se ao valor de $c = 7,75133$, resultando na função logística:

$$P(t) = \frac{734.910}{1 + 7,75133 \cdot e^{-0,047058 \cdot t}} \quad (4)$$

Para o modelo logístico fuzzy, foram calculadas as variações relativas anuais dos dados disponíveis para serem utilizadas na variável linguística **variação da população**, os respectivos intervalos de quantidade de população e a capacidade suporte auxiliou na elaboração da variável **população**. A base de

regras foi a mesma para todos os municípios e está baseada nas hipóteses do modelo de Verhulst, como por exemplo: Se a **população é muito baixa**, então a **variação da população é muito alta positiva**.

Tabela 2: Valores do parâmetro λ para o município de Rio Branco.

Ano	λ
1980	0,038472123
1991	0,04980868
1996	0,04789615
2000	0,046795049
2007	0,043878675
2010	0,046911186

3. Resultados

Os valores de população obtidos pelos dois modelos matemáticos estudados nesse trabalho e os dados reais dos municípios (IBGE) foram organizados em tabelas e separados por regional, assim como o gráfico da evolução temporal que proporciona uma análise global de ambos os modelos.

3.1. Regional do Baixo Acre

A regional do Baixo Acre é a que possui maior quantidade de municípios, sete no total, a capital Rio Branco pertence a ela e foi um município bastante dividido no decreto de 1992, mas, apesar disso, manteve crescimento populacional e foi o único município para o qual conseguiu-se realizar a análise com todos os dados desde 1980 a 2010.

Tabela 3: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município de Rio Branco e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1970	83.977	83.977	0	83.977	0
1980	117.101	125.802	0,0743	124.911	0,0666
1991	197.376	189.149	-0,04168	188.722	0,0438
1996	227.438	224.030	-0,01498	221.448	0,0263
2000	253.059	254.369	0,000518	251.668	0,0055
2007	290.639	311.540	0,07191	302.634	0,0413
2010	336.038	337.109	0,00319	325.911	0,0301

Os municípios dessa regional, criados em 1992, no período de 1996 a 2010, tiveram um forte crescimento populacional, Porto Acre cresceu 78%, Bujari 106,6%, Capixaba 203,5% e Acrelândia 98,7%. A proximidade da capital é um fator que colabora para esse rápido crescimento.

Tabela 4: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município de Porto Acre e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	8326	8326	0	8326	0
2000	11418	11418	-0,07252	10437	-0,0859
2007	13716	13792	0,00554	13603	-0,00824
2010	14806	14735	-0,00480	14682	-0,00838

Tabela 5: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município de Plácido de Castro e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	12101	12101	0	12101	0
2000	15172	14898	-0,01806	15110	-0,0041
2007	17258	17064	-0,01124	17527	0,01559
2010	17203	17392	0,010986	17983	0,04534

Tabela 6: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município de Acrelândia e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	6308	6308	0	6308	0
2000	7935	8122	0,02357	7988	0,00668
2007	11520	11400	-0,0104	11241	-0,02422
2010	12538	12677	0,01109	12594	0,00447

Tabela 7: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município de Bujari e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	4101	4101	0	4101	0
2000	5826	5088	-0,12667	5041	-0,13474
2007	6543	7309	0,11707	7139	0,09109
2010	8474	8474	0	8287	-0,02207

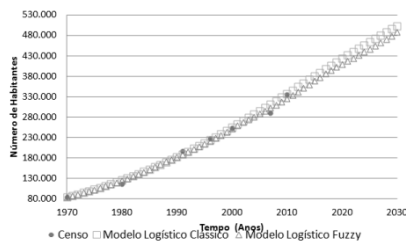
Tabela 8: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município de Capixaba e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	2903	2903	0	2903	0
2000	5206	4811	-0,07587	4655	-0,10584
2007	8446	8152	-0,03481	8246	-0,02368
2010	8810	9100	0,03292	9348	0,06107

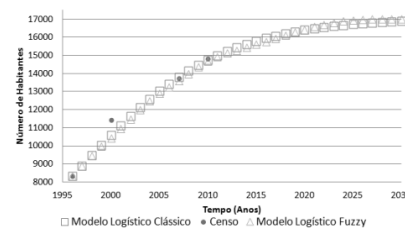
Tabela 9: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município de Senador Guiomard e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos Erros E_d (Erro determinístico) e (E_f Erro Fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	14280	14280	0	14280	0
2000	19761	18351	-0,07135	18875	-0,04484
2010	20153	22112	0,09721	22241	0,10361

Pelas tabelas 3–9 se pode perceber que os erros relativos dos valores de população obtidos pelos dois modelos para todos os municípios ficam bem próximos. Os erros do modelo determinístico dos anos de 1996 (1970 para Rio Branco) e 2010 são iguais a zero porque foram utilizados para obtenção de parâmetros da fórmula diferentemente do modelo fuzzy que utilizou apenas o valor da população inicial, valores de variação relativa e a capacidade suporte, resultando no erro de 2010 ser diferente de zero. O fato de haver uma quantidade maior de informações relativas a população de Rio Branco proporcionou uma melhor estimativa da capacidade suporte e, conseqüentemente, o ajuste dos modelos aos dados do censo.



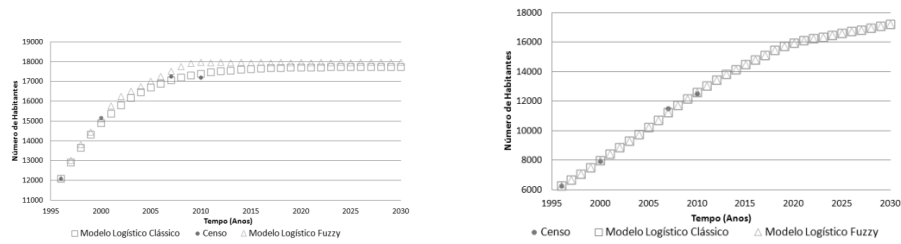
(a) Rio Branco. $K=734.910$, $T=2126$ e $\lambda = 0,047058$.



(b) Porto Acre. $K=17.072$, $T=2098$ e $\lambda = 0,135027$.

Figura 1: Evolução temporal da população dos municípios Rio Branco e Porto Acre, conforme os modelos logísticos clássico e fuzzy.

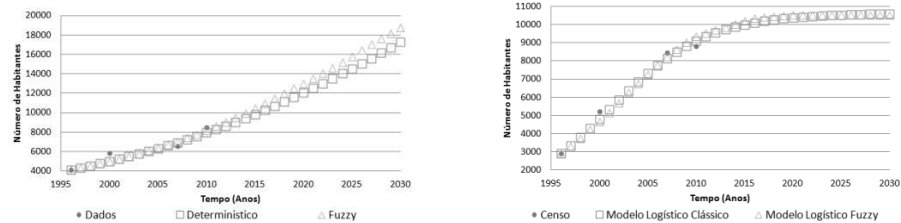
A evolução temporal das populações dos municípios pertencentes a essa regional, através dos modelos logísticos clássico e fuzzy, e os respectivos erros relativos podem ser visualizados nos gráficos das figuras 1(a), 1(b), 2(a), 2(b), 3(a), 3(b) e 3(c).



(a) Plácido de Castro. $K=17.751$, $T=2060$ e $\lambda = 0,222833$.

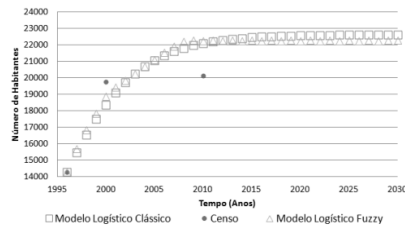
(b) Acrelândia. $K=18.227$, $T=2110$ e $\lambda = 0,10446$.

Figura 2: Evolução temporal da população dos municípios Plácido de Castro e Acrelândia, conforme os modelos logísticos clássico e fuzzy.



(a) Bujari. $K=43.210$, $T=2175$ e $\lambda = 0,054321$.

(b) Capixaba. $K=10.634$, $T=2060$ e $\lambda = 0,197148$.



(c) Senador Guiomard. $K=22.630$, $T=2045$ e $\lambda = 0,229847$.

Figura 3: Evolução temporal da população dos municípios Bujari, Capixaba e Senador Guiomard, segundo os modelos logísticos clássico e fuzzy. K é a capacidade suporte do município e T é o ano em que a população alcança esse valor. λ é a taxa de crescimento intrínseca utilizada no modelo clássico.

3.2. Regional do Juruá

A regional do Juruá possui o segundo maior município em termos populacionais: Cruzeiro do Sul. Esse município junto com Mâncio Lima originaram Rodrigues Alves, Porto Walter e Marechal Thaumaturgo no ano de 1992. Do censo de 1991 ao de 1996 a população de Cruzeiro foi reduzida em 9.898 habitantes. Em contrapartida a esse declínio, no Censo do IBGE de 2000 voltou a recuperar essa quantidade, atingindo 67.441 habitantes. Do Censo de 1996 a 2010, os municípios de Porto Walter e Rodrigues Alves cresceram aproximadamente 69% e Marechal Thaumaturgo cresceu aproximadamente 74%.

Tabela 10: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Cruzeiro do Sul e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	56.705	56.705	0	56.705	0
2000	67.441	64.705	-0,04057	65.208	-0,03311
2007	73.948	74.792	0,01141	75.971	0,02736
2010	78.444	77.678	-0,00976	78.177	-0,00340

Tabela 11: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Cruzeiro do Sul e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	8381	8381	0	8381	0
2000	8295	10290	0,24051	10129	0,2211
2007	13061	13160	0,00758	12965	-0,00735
2010	14200	14099	-0,00711	13849	-0,02472

Tabela 12: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Mâncio Lima e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	8.699	8699	0	8699	0
2000	11.095	10557	-0,04849	10511	-0,05262
2007	13.785	13850	0,00472	13846	0,00445
2010	15.246	15168	0,00512	15388	0,00934

Tabela 13: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Porto Walter e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	5270	5270	0	5270	0
2000	5485	6278	0,14458	6155	0,12215
2007	8170	8227	0,00698	8062	-0,01322
2010	9172	9099	-0,00796	8893	-0,03042

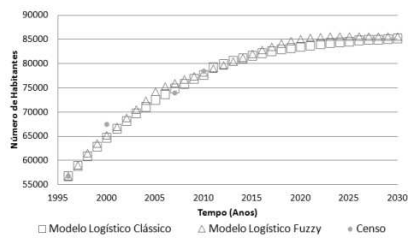
Tabela 14: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Rodrigues Alves e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	8501	8501	0	8501	0
2000	8093	19943	0,22859	10065	0,24367
2007	12428	12714	0,03734	12892	0,03734
2010	14334	13962	-0,02595	14252	-0,00572

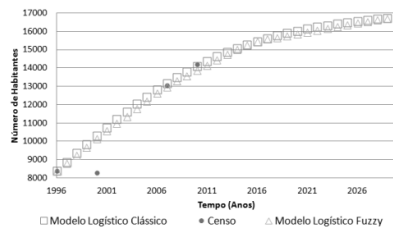
Se pode observar pelas tabelas 10–14 que os erros relativos aos dados do censo, tanto do modelo clássico quanto do fuzzy, ficaram bem próximos, porém em determinados momentos ocorre um aumento súbito desses erros para os Municípios de Rodrigues Alves, Marechal Thaumaturgo e Porto Walter no ano de 2000. Isso ocorre pelo fato da taxa de variação média anual do crescimento da população desses municípios sofrer mudança abrupta durante o período

analisado, resultando que os modelos matemáticos utilizados não conseguem acompanhar tal variação.

Verificou-se também que ao retirar o ano 2000 da análise, o erro máximo cometido pelos modelos clássico e fuzzy foi de aproximadamente 4,6%. A evolução temporal dos modelos logísticos clássico e fuzzy para a regional do Juruá são mostrados nas figuras 4(a), 4(b), 5(a), 5(b) e 6.

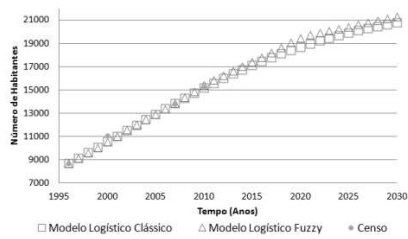


(a) Cruzreiro do Sul. $K=85.880$, $T=2126$ e $\lambda = 0,11312$.

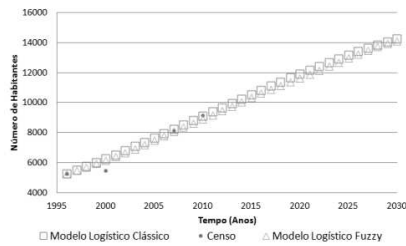


(b) Marechal Thaumaturgo. $K=17140$, $T=2098$ e $\lambda = 0,112722$.

Figura 4: Evolução temporal da população dos municípios Cruzreiro do Sul e Marechal Thaumaturgo, segundo os modelos logísticos clássico e fuzzy.



(a) Mâncio Lima. $K=17.751$, $T=2175$ e $\lambda = 0,083934$.



(b) Porto Walter. $K=18.227$, $T=2110$ e $\lambda = 0,06398$.

Figura 5: Evolução temporal da população dos municípios Cruzreiro do Sul e Marechal Thaumaturgo, segundo os modelos logísticos clássico e fuzzy.

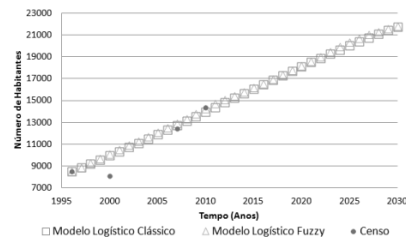


Figura 6: Evolução temporal da população do município Rodrigues Alves, segundo os modelos logísticos clássico e fuzzy. $K=29.479$, $T=2286$ e $\lambda = 0,056978$, onde K é a capacidade suporte do município e T é o ano em que a população alcança esse valor. λ é a taxa de crescimento intrínseca utilizada no modelo clássico.

3.3. Regional do Purus

A regional do Purus é formada por três municípios, Santa Rosa do Purus, Manuel Urbano e Sena Madureira. Sena Madureira é o município mais populoso dentre os três com quase 38 mil habitantes e o terceiro mais populoso do Estado. Um fator que influencia na manutenção de uma densidade demográfica baixa de Santa Rosa e Manuel Urbano são as condições de acesso a esses municípios.

Tabela 15: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Manuel Urbano e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	5520	5520	0	5520	0
2000	6374	6104	-0,04236	6140	-0,03671
2007	7148	7267	0,01665	7399	0,03512
2010	7989	7825	0,02053	8014	0,00313

Tabela 16: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Sena Madureira e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

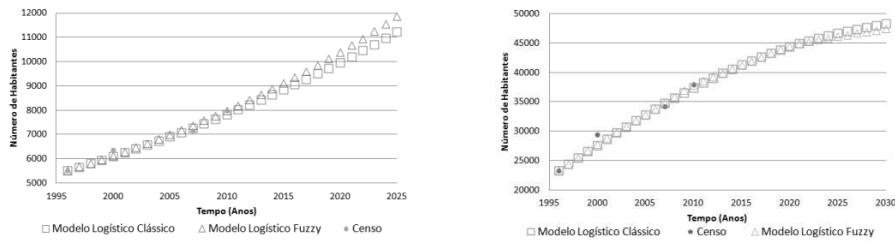
Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	23330	23330	0	23330	0
2000	29420	25459	-0,13464	25494	-0,13345
2007	34230	34772	0,01437	34835	0,01767
2010	37993	37436	-0,01466	37784	-0,0055

Tabela 17: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Santa Rosa e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	1633	1633	0	1633	0
2000	2246	2295	0,02182	2236	-0,00445
2007	3948	3882	-0,01672	3734	-0,05421
2010	4612	4702	0,01951	4521	-0,01973

Da mesma forma que acontece com os municípios do vale do Juruá, existe uma mudança rápida na taxa de variação média da população de Sena Madureira, fazendo com que os erros relativos assumam valores próximos de 13% no ano 2000, como pode ser visto na tabela 16.

Nos outros anos e nos demais municípios, o erro máximo cometido pelos modelos matemáticos é, aproximadamente, 5,4%. A evolução temporal dos modelos logísticos clássico e fuzzy, para a regional do Purus são mostrados nas figuras 7(a), 7(b), 8.



(a) Manuel Urbano. $K=93.375$, $T=2470$ e $\lambda = 0,026819$.

(b) Sena Madureira. $K=51.913$, $T=2125$ e $\lambda = 0,082366$.

Figura 7: Evolução temporal da população dos municípios Manuel Urbano e Sena Madureira, segundo os modelos logísticos clássico e fuzzy. K é a capacidade suporte do município e T é o ano em que a população alcança esse valor. λ é a taxa de crescimento intrínseca utilizada no modelo clássico.

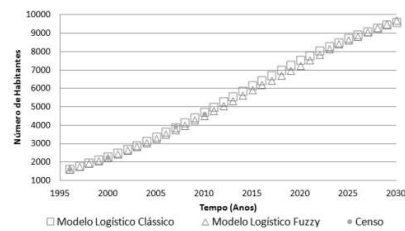


Figura 8: Evolução temporal da população do município Santa Rosa do Purus, segundo os modelos logísticos clássico e fuzzy. $K=11.346$, $T=2108$ e $\lambda = 0,102664$, onde K é a capacidade suporte do município e T é o ano em que a população alcança esse valor. λ é a taxa de crescimento intrínseca utilizada no modelo clássico.

3.4. Regional do Alto Acre

Brasiléia é o município mais populoso da região do Alto Acre com aproximadamente 21,5 mil habitantes e Assis Brasil é o menos populoso com aproximadamente 6 mil habitantes. Xapuri e Epitaciolândia completam a região com valores de população próximos a 16 mil e 15 mil habitantes, respectivamente.

Tabela 18: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Eptaciolândia e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	9255	9.255	0	9.255	0
2000	11028	10668	-0,03264	10710	-0,02884
2007	13433	13555	0,00908	13787	0,02635
2010	15126	14958	-0,01111	15183	0,00377

Tabela 19: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Assis Brasil e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	2918	2918	0	2918	0
2000	3490	3693	0,05817	3682	0,05501
2007	5351	5326	-0,00467	5307	-0,00822
2010	6072	6105	0,00543	6043	-0,00478

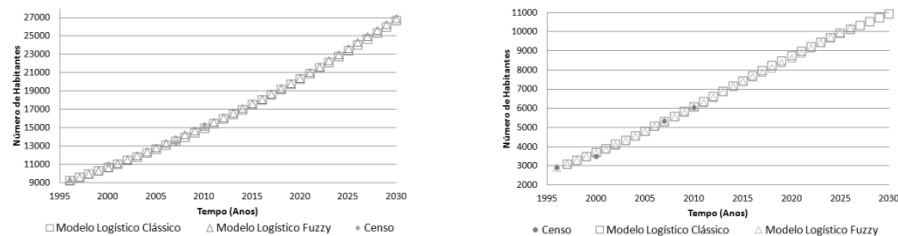
Tabela 20: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Basiléia e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	13955	13955	0	13955	0
2000	17013	15959	-0,06195	16132	-0,05178
2007	19065	19481	0,02182	19752	0,03603
2010	21438	20934	-0,02351	21383	-0,00257

Tabela 21: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Xapuri e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
2000	11956	11956	0	11956	0
2007	14314	14641	0,02284	14686	0,02599
2010	16016	15621	-0,02466	15463	-0,0345

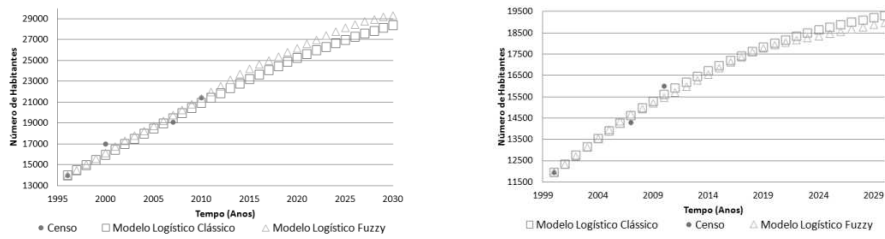
Ao observar as tabelas 18–21, da mesma forma que outras regionais, os valores dos erros relativos no Censo de 2000 foram maiores que em outros anos e de uma forma geral, as capacidades suportes estimadas para os municípios dessa Regional apresentam valores bem superiores ao quantitativo populacional atual. Dessa forma, eles ainda apresentam um crescimento relativamente acelerado. A evolução temporal dos modelos logísticos clássico e Determinísticos para a regional do Alto Acre são mostrados nas figuras 9(a), 9(b), 10(a) e 10(b).



(a) Epitaciolândia. $K=66.993$, $T=2.317$ e $\lambda = 0,041723$.

(b) Assis Brasil. $K=13.911$, $T=2164$ e $\lambda = 0,077181$.

Figura 9: Evolução temporal da população dos municípios Epitaciolândia e Assis Brasil, segundo os modelos logísticos clássico e fuzzy. K é a capacidade suporte do município e T é o ano em que a população alcança esse valor. λ é a taxa de crescimento intrínseca utilizada no modelo clássico.



(a) Brasília. $K=33.400$, $T=2175$ e $\lambda = 0,060726$.

(b) Xapuri. $K=20.432$, $T=2045$ e $\lambda = 0,083361$.

Figura 10: Evolução temporal da população dos municípios Brasília e Xapuri, segundo o modelo Logístico Clássico e o modelo Logístico Fuzzy. K é a capacidade suporte do município e T é o ano em que a população alcança esse valor. λ é a taxa de crescimento intrínseca utilizada no modelo clássico.

3.5. Regional do Tarauacá/Envira

A regional do Tarauacá/Envira possui três municípios, como na regional do Purus. Tarauacá e Feijó são os maiores municípios dessa regional, em termos populacionais, com mais de trinta mil habitantes cada um e para completar a regional, o município de Jordão que possui somente, aproximadamente 6,5 mil habitantes.

As tabelas 22–24 apresentam as estimativas de população e os erros relativos para os municípios dessa regional.

Tabela 22: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Jordão e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	3.977	3.997	0	3.997	0
2000	4.454	4.727	0,06129	4.593	0,03121
2007	6.059	6.021	-0,00627	5.903	-0,02575
2010	6.531	6.532	0,00015	6.444	-0,01332

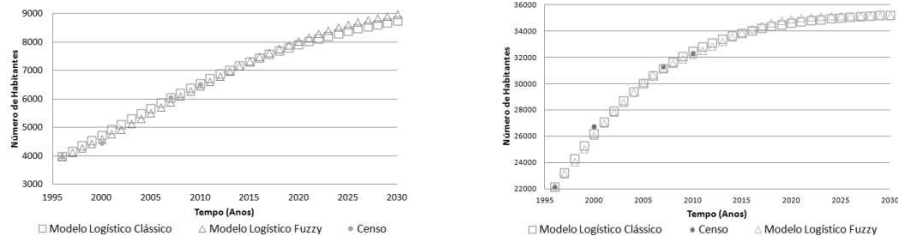
Tabela 23: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Feijó e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	22.142	22.142	0	22.142	0
2000	26.722	26.220	-0,01879	26.036	-0,02567
2007	31.288	31.147	-0,00451	31.173	-0,00368
2010	32.311	32.446	0,00418	32.200	-0,00344

Tabela 24: Comparação entre os dados do Censo (IBGE) do município Tarauacá e os valores da população obtidos pelos dois modelos com os respectivos erros E_d (erro Determinístico) e E_f (erro fuzzy)

Ano	Censo	Determinístico	E_d	Fuzzy	E_f
1996	23715	23715	0	23715	0
2000	26037	28199	0,08304	27717	0,06452
2007	32171	33925	0,05452	33498	0,04125
2010	35526	35526	0	35152	-0,01053

Em relação às estimativas populacionais dos municípios de Jordão e Feijó percebe-se que o erro relativo máximo, em módulo, foi de aproximadamente 6% e em alguns anos ele ficou abaixo de 1% mostrando que o ajuste dos modelos ficou satisfatório para esses dois municípios. Ressalta-se que as estimativas das capacidades suporte para Feijó e Jordão foram 35.437 e 9.538 habitantes, respectivamente, mostrando que, através desse método, a população desses dois municípios estão com uma tendência de redução da taxa de crescimento. A evolução temporal dos modelos logísticos clássico e fuzzy para a regional do Alto Acre são mostrados nas figuras 11(a), 11(b) e 12.



(a) Jordão. $K=9.538$, $T=2.116$ e $\lambda = 0,080132$. (b) Feijó. $K=35.437$, $T=2073$ e $\lambda = 0,13384$.

Figura 11: Evolução temporal da população dos municípios Jordão e Feijó, segundo os modelos logísticos clássico e fuzzy. K é a capacidade suporte do município e T é o ano em que a população alcança esse valor. λ é a taxa de crescimento intrínseca utilizada no modelo clássico.

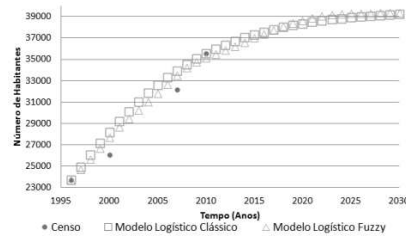


Figura 12: Evolução temporal da população do município Tarauacá, segundo o modelos logísticos clássico e fuzzy. $K=39.576$, $T=2170$ e $\lambda = 0,11167$, onde K é a capacidade suporte do município e T é o ano em que a população alcança esse valor. λ é a taxa de crescimento intrínseca utilizada no modelo clássico.

4. Conclusões

A recente criação de dez municípios acrianos resultou em uma grande reordenação populacional no Estado do Acre e ao acompanhar a evolução temporal das populações municipais, verifica-se uma redução ou estagnação no número de habitantes nos municípios divididos, entre os censos de 1991 e 1996, com a exceção de Rio Branco, Manuel Urbano e Xapuri. Entretanto, percebeu-se que nestes dois últimos houve redução sa população de 1980 a 1991. Esse fato provocou uma estimativa errônea na capacidade suporte.

O efeito dessa divisão dos municípios impossibilitou o uso do método

de estimativa da capacidade suporte e, conseqüentemente, da aplicação dos modelos matemáticos a alguns municípios, ao serem utilizadas todas as informações disponíveis desde 1980, pois ao ser aplicado o método, obteve-se uma estimativa de capacidade suporte menor que a população atual, como por exemplo, o município de Manuel Urbano possuía, em 2010, 7.989 habitantes e a estimativa para capacidade suporte foi de, aproximadamente, 4.668 habitantes. Observou-se que isso ocorreu em todos os municípios que tiveram uma diminuição da população ao longo do tempo observado. A solução encontrada foi utilizar apenas os dados populacionais a partir de 1996 para todos os municípios exceto Rio Branco, que apesar de ter sido bastante dividido em 1992, não apresentou estagnação ou déficit da população. Apesar disso, os modelos matemáticos conseguiram estimar, de forma satisfatória, o número de habitantes de todos os municípios para os anos posteriores a 1996, como pode ser visto na seção 3.

Mesmo após essa modificação, a estimativa da capacidade suporte para os municípios de Tarauacá e Xapuri continuaram apresentando problemas, então percebeu-se a existência de uma nova redução da população de Xapuri entre os anos de 1996 a 2000 e que Tarauacá apresentou um crescimento muito acelerado nesse mesmo período, apresentando um crescimento médio de aproximadamente 9,8% de 2000 a 2007 para, aproximadamente, 23,6% no período seguinte, o que gerou um valor negativo de capacidade suporte. A solução para esse problema foi a utilização de apenas os dados de população a partir do ano 2000. Essa atitude é coerente com o método de Ford-Walford, porque o mesmo requer que sejam utilizados apenas os dados finais de população, pois é o período no qual a mesma está reduzindo o seu crescimento.

Para o município de Senador Guiomard, que também apresentava o mesmo problema de estimativa da capacidade suporte, utilizou-se outra alternativa: excluiu-se os valores de contagem da população referentes aos anos de 1996 e 2007, pois percebeu-se que, justamente nessas contagens, a população diminuiu em relação ao valor do censo anterior, provocando uma distorção nas estimativas. Ressalta-se que o ajuste desses municípios ficou razoável e essas exclusões de dados foram realizadas somente para a estimativa da capacidade suporte. As razões dessas reduções populacionais dos municípios de Xapuri e Senador Guiomard, fora do período de 1991 e 1996, podem ser investigadas em trabalhos futuros.

A partir da utilização do método de Ford-Walford, o valor da capacidade

suporte K calculado para alguns municípios ficou muito próximo do valor inicial de população. Dessa forma, como P_0 é aproximadamente $K/2$, para todo $P > P_0$ a concavidade da curva gerada pelas simulações fica para baixo, mostrando uma desaceleração do crescimento populacional. Uma justificativa para esse fato é a reduzida quantidade de dados disponível para a utilização do método de estimativa da capacidade suporte.

A partir da visualização dos gráficos da evolução das populações no tempo e das tabelas da seção 3, pode-se verificar a proximidade dos modelos matemáticos clássico e fuzzy com os dados reais de população no período estudado e confirmar que ambos são eficientes para modelar a dinâmica populacional dos municípios do estado do Acre.

Referências

- Barros, L. C. e Bassanezi, R. C. (2010). *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*, volume 5 de *Coleção IMECC. Textos Didáticos*. IMECC – UNICAMP, Campinas/SP.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. Contexto, São Paulo.
- Cecconello, M. S. (2006). *Modelagem alternativa para dinâmica populacional: Sistemas dinâmicos fuzzy*. Dissertação de Mestrado. IMECC–UNICAMP, Campinas/SP.
- Dias, M. R. B. (2006). *Equações diferenciais ordinárias com campo de direções parcialmente conhecido*. Dissertação de Mestrado. IMECC–UNICAMP, Campinas/SP.
- Martins, E. (2009). Os municípios. URL:<http://www.resexac.cnpm.embrapa.br/muni.html> . Acesso em: 20/05/2012.
- Peixoto, M. S. (2008). *Sistemas dinâmicos e controladores fuzzy: Um estudo da dispersão da Morte Súbita dos Citros em São Paulo*. Tese de Doutorado. IMECC–UNICAMP, Campinas/SP.
- Ribaconka, F. (1999). *Sistemas computacionais baseados em lógica fuzzy*. Dissertação de Mestrado. Universidade Mackenzie, São Paulo.

Rocha, N. C. e Botta, V. (2009). Dinâmica populacional aplicada à população de adamantina. *Omnia Exatas*, 2:56–65.

Roveda, J. A. F., Roveda, S. R. M. M., e Martins, A. C. G. (2009). Dinâmica populacional com sistemas p-fuzzy: um estudo de caso para a cidade de sorocaba. *Biomatemática*, 19:69–80.

Secretaria, M. G. D. U. (2011). Plano municipal de habitação de interesse social de Rio Branco - phmis-rb. Disponível em: www.riobranco.ac.gov.br . Acesso em: 19.03.2012.

Silva, I. D. B. e Junior, A. C. F. P. (2011). Elaboração de um fator de risco de incêndios florestais utilizando lógica fuzzy. *Biomatemática*, 21:113–128.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8:338–353.