

# Modelagem e simulação computacional da dispersão de poluentes no lago de Manso-MT, com uso da equação de difusão-advecção

André Krindges<sup>1</sup>

DMAT, ICET, UFMT – 78.060-900, Cuiabá/MT.

João Frederico da Costa Azevedo Meyer<sup>2</sup>

DMA, IMECC, UNICAMP – 13.083-859, Campinas/SP.

**Resumo.** O trabalho realizado traz a modelagem e simulação computacional de um problema de dispersão de poluentes no lago da represa do rio Manso em Cuiabá, Mato Grosso, Brasil. O lago possui uma grande extensão (área superficial de  $427\text{Km}^2$ ) e recebe contaminação por poluentes oriundos da atividade agrícola que existe no entorno e também a montante do lago através dos rios Manso, Casca, Quilombo e Palmeira. A modelagem do fenômeno de dispersão é feita usando a equação de difusão-advecção. Nesta primeira abordagem modelamos o problema bidimensional e definimos um campo de velocidades baseado na influência dos rios e saída no vertedouro.

**Palavras-chave:** *Ecologia Matemática; Método de Galerkin; Biomatemática; Navier-Stokes; Simulação computacional.*

## 1. Introdução

Neste trabalho faremos a modelagem de um problema de dispersão de poluentes, na intenção de produzir material e método para avaliação qualitativa, com atenção não somente nesse problema, mas sim na categoria em que ele está. Durante a confecção sempre levamos em consideração o caráter de generalização do estudo, mesmo estando num problema específico. O problema

---

<sup>1</sup>krindges@cpd.ufmt.br

<sup>2</sup>joni@ime.unicamp.br

teste que abordamos foi a dispersão de poluentes no Lago de Manso em Cuiabá MT, lago esse, fruto do represamento do rio Manso para a construção de uma usina hidrelétrica. Esse método foi submetido a simulações numéricas em computadores de alto desempenho que permitiram resultados muito valiosos para a análise de possíveis situações reais (cenários).

Começaremos o trabalho com o relato da experiência do grupo de Ecologia Matemática da UNICAMP, bem como uma sequência de trabalhos que ao longo do tempo, foram contribuindo de forma a possibilitar a execução deste. Na sequência colocaremos a modelagem clássica do problema, que envolve a descrição da equação de Difusão-Advecção, bem como condições de fronteira específicas, que retratam a situação do Lago de Manso. Depois disso teremos a formulação variacional da equação envolvida e as discretizações do domínio e equações usando método de Galerkin para o espaço e Crank-Nicolson para o tempo. Por fim, apresentaremos as simulações numéricas que foram realizadas afim de validar modelo e algoritmos. Todos os algoritmos executados foram elaborados especificamente para esse trabalho e estão em ambiente MatLab<sup>®</sup>.

## 2. O problema: histórico e pretensões

Descreveremos um breve histórico sobre os trabalhos que fundamentaram e possibilitaram a confecção deste e também sobre APM-Manso, que será nosso estudo de caso. A usina hidrelétrica de Manso (UHE-Manso) foi idealizada a partir de uma enchente ocorrida no ano de 1975 que deixou desabrigadas as famílias ribeirinhas. Devido a grandes dúvidas sobre os reais impactos dessa obra no ecossistema local, a construção ficou paralizada e só no ano de 2000 é que foi concluída a construção. A geração de energia e também a necessidade de uma forma de controle do fluxo de água no período de cheia, é que caracterizaram a UHE-Manso, como uma Unidade de Aproveitamento Múltiplo (APM-Manso). O reservatório atinge uma área de  $427km^2$  nos municípios de Cuiabá, Chapada dos Guimarães e Nova Brasilândia.

A figura 2 mostra a localização do lago do APM-Manso e também os principais rios que o alimentam. Esses rios são: Rio Manso, Rio Casca, Rio Palmeiras e Rio Quilombo. O lago possui uma intensa atividade agropecuária em parte de seu entorno, a figura 2 nos mostra entre outras informações, essa região sob a forma de um traçado vermelho. Temos também atividade agropecuária que está no entorno dos rios que abastecem o lago (a montante),

essas duas fontes de agentes poluentes serão fundamentais para a caracterização do modelo.

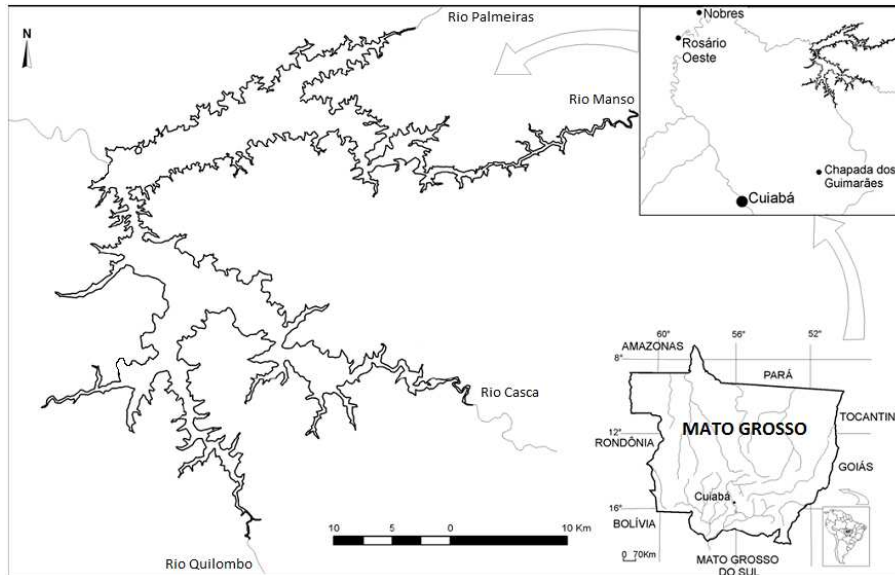


Figura 1: Localização da Represa da APM-Manso. Fonte:da Silva et al. (2008)

### 3. Histórico: trabalhos anteriores

O grupo de ecologia matemática da UNICAMP-Universidade Estadual de Campinas vem desde a década de 70 produzindo diversos trabalhos (Teses, Dissertações, Iniciação científica e artigos) que contribuíram muito para o que temos hoje como modelagem matemática nessa área. O trabalho que propomos é mais um passo na evolução da modelagem e simulação de fenômenos de dispersão de poluentes (uma das áreas de interesse do referido grupo) e está totalmente ancorado nas produções que antecederam e desenvolveram essa área que tem despertado a atenção de muitas outras áreas do conhecimento e de autoridades, no estudo de impactos ambientais.

A tabela 1 traz um resumo dos trabalhos que contribuíram para a confecção deste. Estes trabalhos possuem algumas características em comum, por exemplo: problema alvo associado com poluição/contaminação, água como meio em estudo, etc. A última linha dessa tabela contém nossa tese: dispersão

de poluente na água, sendo o domínio um sólido irregular (lago de Manso, tridimensional) com modelagem do campo de velocidades com a equação de Navier-Stokes. Enfatizamos que o estudo do fenômeno da dispersão de poluentes usando um domínio tridimensional e totalmente irregular, juntamente com a modelagem do campo de velocidades através da equação de Navier-Stokes, compõem uma tese de doutorado defendida recentemente. No entanto, apresentamos neste trabalho a primeira fase de validação de algoritmos, que consiste em considerarmos o problema de forma bidimensional, portanto a superfície do lago.

Tabela 1: Resumo dos trabalhos realizados

Autor	Dimensão	Domínio	Meio	Campo de velocidades
Mistro (1992)	$\mathbb{R}^2$	retângulo	água	constante
Wolmuth (2009)	$\mathbb{R}^2$	mapa	água	constante
Bernardes (1998)	$\mathbb{R}^2$	mapa	água	constante por partes
Cantao (1998)	$\mathbb{R}^2$	mapa	água	interpolação de dados
Diniz (2003)	$\mathbb{R}^2$	regular	água e ar	perfil parabólico
Oliveira (2003)	$\mathbb{R}^2$	mapa	água	Stokes
Vasquez (2005)	$\mathbb{R}^3$	paralelepípedo	água	Stokes
Inforzato (2008)	$\mathbb{R}^3$	paralelepípedo	água e ar	Stokes
<b>Andre Krindges</b>	$\mathbb{R}^3$	<b>mapa 3D</b>	<b>água</b>	<b>Navier-Stokes</b>

A figura 2 mostra as diferentes situações de fronteira:

- $\Gamma_1$  = parte da fronteira composta por mata
- $\Gamma_4$  = parte da fronteira onde há a saída de poluente com o vertedouro na barragem
- $\Gamma_5$  = parte da fronteira onde ocorre *runoff*
- $\Gamma_6$  = parte da fronteira onde há a entrada de poluente com o rio Palmeira
- $\Gamma_7$  = parte da fronteira onde há a entrada de poluente com o rio Manso
- $\Gamma_8$  = parte da fronteira onde há a entrada de poluente com o rio Casca
- $\Gamma_9$  = parte da fronteira onde há a entrada de poluente com o rio Quilombo
- $\Gamma_{10}$  = parte da fronteira composta por rocha ou concreto.

## 4. Difusão-Advecção

Chamaremos de  $u(t, x, y)$ , a concentração de poluente no meio em estudo, no ponto  $(x, y)$ , no instante  $t$ . Por fim, um modelo geral para o problema teste de nosso estudo, é:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \{ \text{difusão} \} - \{ \text{transporte} \} - \{ \text{decaimento} \} + \{ \text{fonte} \},$$

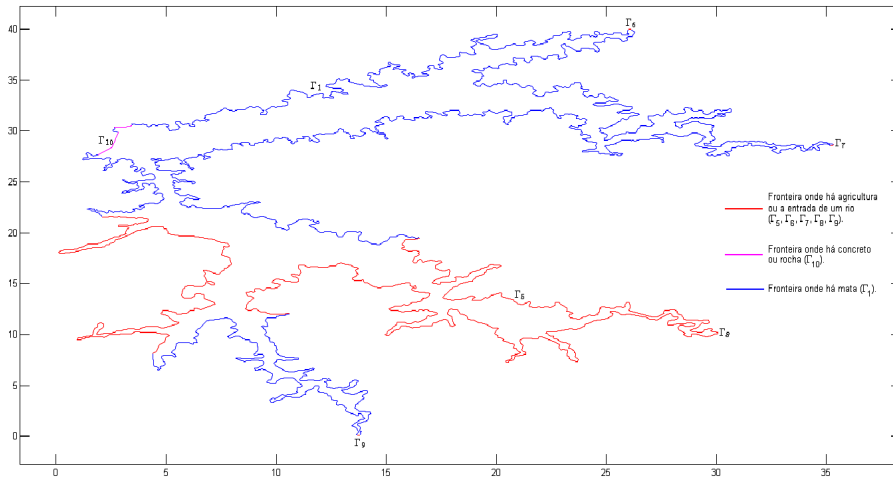


Figura 2: Partes da fronteira: bordas do lago.

sendo,

$$\begin{aligned} \{ \text{difusão} \} &= \nabla \cdot (\alpha^{(u)} \nabla u) \quad (\text{cf. Okubo, 1980}) \\ \{ \text{transporte} \} &= \nabla \cdot (\vec{v}u) \quad (\text{cf. Edelstein-Keshet, 1988}) \\ \{ \text{decaimento} \} &= \sigma_u u \quad (\text{cf. Marchuk, 1986}) \end{aligned}$$

Assim, a equação que modela o fenômeno da dispersão de um determinado poluente, num domínio tridimensional, é:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (\alpha^{(u)} \nabla u) - \nabla \cdot (\vec{v}u) - \sigma_u u + f, \quad (x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, \quad t \in (0, T], \quad (4.1)$$

sendo:

- $\alpha^{(u)} = \alpha^{(u)}(t, x, y)$  é o coeficiente de difusibilidade efetiva no meio;
- $\vec{v} = \vec{v}(t, x, y) = (v_1(t, x, y), v_2(t, x, y))$  é o campo de velocidades no meio;
- $\sigma_u$  é o coeficiente de decaimento total no meio;
- $f$  é o termo fonte de poluição.

Consideramos a condição inicial:  $u(0, x, y) = u_0(x, y), \quad (x, y) \in \Omega$ .

A figura 2 mostra a linha que demarca a superfície do lago. Como a legenda dessa figura mostra, temos parte vermelha, parte azul e parte magenta,

representando respectivamente, regiões onde há agricultura, mata e rocha ou concreto. Considerando essas fronteiras, adotaremos as seguintes condições de contorno:

- **Ingresso de poluente:** Admitimos que a entrada de poluentes se dá através dos rios e também pela fronteira onde há agricultura (*runoff*). Utilizaremos uma condição do tipo Von Neumann não homogênea:

$$-\alpha \frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\Gamma_i} = \theta_i(t, x, y) \quad \text{sendo } \theta_i \text{ uma função dada, } i = 5, 6, 7, 8, 9.$$

- **Perda de poluente:** Admitimos que existe uma perda de poluentes para o solo, na margem onde há mata e no vertedouro da represa. Consideramos que essas perdas são proporcionais à quantidade presente na respectiva fronteira. Essa situação é modelada usando uma condição do tipo Robin:

$$-\alpha \frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\Gamma_i} = k_i u \quad \text{sendo } k_i \text{ uma constante que gradua essa perda, } i = 1, 4.$$

- **Fronteira sem perda:** Na região da fronteira onde há concreto ou formação rochosa, admitimos que não há perda nem ingresso de poluente. Para modelar essa situação, consideramos uma condição de fronteira do tipo Von Neumann homogênea:

$$-\alpha \frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\Gamma_{10}} = 0.$$

O campo de velocidades que compõem o termo advectivo da equação, foi aproximado levando em conta a entrada dos rios e saída pelo vertedouro, tudo modelado com a equação de Navier-Stokes.

## 5. Formulação variacional: Difusão-Advecção

Para chegarmos a aproximação numérica, usaremos o método de Galerkin e para isso precisamos da formulação variacional da equação 4.1, portanto:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial u}{\partial t}, w \right)_{L^2(\Omega)} + \alpha (\nabla u \parallel \nabla w)_{L^2(\Omega)} + \sum_{m=1}^4 k_m \langle u, w \rangle_{L^2(\Gamma_m)} + \\ + ((\vec{v} \cdot \nabla u), w)_{L^2(\Omega)} + \sigma(u, w)_{L^2(\Omega)} = (f, w)_{L^2(\Omega)} + \\ + \sum_{n=5}^9 \langle \theta_n, w \rangle_{L^2(\Gamma_n)}, \quad \forall w \in H^1(\Omega) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Assim, procuramos uma solução  $u \in \mathcal{V}$ , sendo:

$$\mathcal{V} = \left\{ u \in L^2[(0, T), H^1(\Omega)] \middle/ \frac{\partial u}{\partial t} \in L^2(\Omega), \quad \forall t \in [0, T] \right\}$$

que satisfaça (5.2).

Em sua tese de doutorado, Inforzato (2008) garante existência e unicidade de solução da equação (5.2), usando resultados teóricos de Lions (1961).

## 6. Discretizações

Depois de obtida a formulação variacional (5.2), devemos utilizar algum método numérico adequado para aproximar a solução. O método que utilizaremos é o *Método de Galerkin* o qual necessita que se introduza uma discretização espacial. Para a discretização temporal usaremos o esquema de Crank-Nicolson\* na equação de advecção-difusão.

Nesta seção introduzimos as discretizações espaciais da formulação variacional de (5.2).

Seja  $U^{(h)}$  um subespaço de  $H^1(\Omega)$  de dimensão finita gerado pela base  $\mathcal{B} = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n_h}\}$ . Assim, a solução de (5.2) no subespaço  $U^{(h)}$ , pode ser escrita como sendo uma combinação linear dos elementos da base  $\mathcal{B}$ :

$$u^{(h)} = \sum_{j=1}^{n_h} u_j(t) \varphi_j(x, y, z). \quad (6.3)$$

Substituindo  $u^{(h)}$  na formulação variacional (5.2), e tomando  $w \in U^{(h)}$ , temos<sup>†</sup>:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial u^{(h)}}{\partial t}, w \right)_{\Omega} + \alpha \left( \nabla u^{(h)} \parallel \nabla w \right)_{\Omega} + \sum_{m=1}^4 k_m \left\langle u^{(h)}, w \right\rangle_{\Gamma_m} + \\ & + \left( (\vec{v} \cdot \nabla u^{(h)}), w \right)_{\Omega} + \sigma \left( u^{(h)}, w \right)_{\Omega} = (f, w)_{\Omega} + \sum_{n=5}^9 \left\langle \theta_n, w \right\rangle_{\Gamma_n}, \end{aligned} \quad (6.4)$$

$\forall w \in U^{(h)},$

ou seja:

---

\*Esquema de discretização por diferenças finitas muito usado por ser incondicionalmente estável e de ordem 2

<sup>†</sup>Para simplificar a notação dos produtos internos, usaremos  $\Omega$  e  $\Gamma$  no lugar de  $L^2(\Omega)$  e  $L^2(\Gamma)$

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{j=1}^{n_h} \frac{du_j}{dt} \varphi_j, w \right)_{\Omega} + \alpha \left( \sum_{j=1}^{n_h} u_j \nabla \varphi_j \parallel \nabla w \right)_{\Omega} + \sum_{m=1}^4 k_m \left\langle \sum_{j=1}^{n_h} u_j \varphi_j, w \right\rangle_{\Gamma_m} \\ & \left( \sum_{j=1}^{n_h} u_j (\vec{v} \cdot \nabla \varphi_j), w \right)_{\Omega} + \sigma \left( \sum_{j=1}^{n_h} u_j \varphi_j, w \right)_{\Omega} = (f, w)_{\Omega} + \sum_{n=5}^9 \langle \theta_n, w \rangle_{\Gamma_n}, \\ & \forall w \in U^{(h)}, \end{aligned}$$

As funções  $u_j(t)$  não dependem de  $(x, y, z)$ , por isso podemos tirá-las do produto interno, com isso temos:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{n_h} \frac{du_j}{dt} (\varphi_j, w)_{\Omega} + \alpha \sum_{j=1}^{n_h} u_j (\nabla \varphi_j \parallel \nabla w)_{\Omega} + \sum_{m=1}^4 k_m \sum_{j=1}^{n_h} u_j \langle \varphi_j, w \rangle_{\Gamma_m} + \\ & \sum_{j=1}^{n_h} u_j (\vec{v} \cdot \nabla \varphi_j, w)_{\Omega} + \sigma \sum_{j=1}^{n_h} u_j (\varphi_j, w)_{\Omega} = (f, w)_{\Omega} + \sum_{n=5}^9 \langle \theta_n, w \rangle_{\Gamma_n}, \\ & \forall w \in U^{(h)}, \end{aligned}$$

Sendo essa equação válida  $\forall w \in U^{(h)}$ , temos que é suficiente avaliá-la para os elementos da base de  $U^{(h)}$ , portanto:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{n_h} \frac{du_j}{dt} (\varphi_j, \varphi_i)_{\Omega} + \alpha \sum_{j=1}^{n_h} u_j (\nabla \varphi_j \parallel \nabla \varphi_i)_{\Omega} + \sum_{m=1}^4 k_m \sum_{j=1}^{n_h} u_j \langle \varphi_j, \varphi_i \rangle_{\Gamma_m} + \\ & \sum_{j=1}^{n_h} u_j (\vec{v} \cdot \nabla \varphi_j, \varphi_i)_{\Omega} + \sigma \sum_{j=1}^{n_h} u_j (\varphi_j, \varphi_i)_{\Omega} = (f, \varphi_i)_{\Omega} + \sum_{n=5}^9 \langle \theta_n, \varphi_i \rangle_{\Gamma_n}, \\ & \forall \varphi_i \in \mathcal{B}. \end{aligned}$$

Fazendo  $u_h = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_{n_h}(t))^T$ , podemos escrever essa sentença sob a forma de um sistema de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem:

$$M \dot{u}_h(t) + N u_h(t) + W u_h(t) = F, \quad (6.5)$$

sendo as matrizes  $M = (m_{ij})_{n_h \times n_h}$ ,  $N = (n_{ij})_{n_h \times n_h}$ ,  $W = (w_{ij})_{n_h \times n_h}$  e o vetor  $F = (f_i)_{n_h \times 1}$  dados por:

$$\begin{aligned} m_{ij} &= (\varphi_j, \varphi_i)_{\Omega} \\ n_{ij} &= \alpha (\nabla \varphi_j \parallel \nabla \varphi_i)_{\Omega} + \sigma (\varphi_j, \varphi_i)_{\Omega} + \sum_{m=1}^4 k_m \langle \varphi_j, \varphi_i \rangle_{\Gamma_m} \\ w_{ij} &= (\vec{v} \cdot \nabla \varphi_j, \varphi_i)_{\Omega} \\ f_i &= (f, \varphi_i)_{\Omega} + \sum_{n=5}^9 \langle \theta_n, \varphi_i \rangle_{\Gamma_n} \end{aligned} \quad (6.6)$$

A equação de advecção-difusão terá o tempo discretizado através do esquema de diferenças finitas conhecido pelo nome de Crank-Nicolson. Esse método gera um esquema incondicionalmente estável e de ordem 2 e por estas



razões tem sido muito utilizado. Para construir este esquema usamos diferença centrada no tempo  $t^{n+1/2}$ , obtendo as seguintes aproximações:

$$\frac{du_j}{dt} \Big|_{t^{n+1/2}} = \frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t}, \quad u_j^{n+1/2} \approx \frac{u_j^{n+1} + u_j^n}{2} \text{ e } W^{n+1/2} = \frac{W^{n+1} + W^n}{2}.$$

Sendo assim, temos que a solução do sistema de equações diferenciais (6.5) pode ser aproximada pela solução do sistema seguinte:

$$M \frac{u_h^{n+1} - u_h^n}{\Delta t} + N \frac{u_h^{n+1} + u_h^n}{2} + \frac{W^{n+1} + W^n}{2} \frac{u_h^{n+1} + u_h^n}{2} = F^{n+\frac{1}{2}}$$

$$\begin{cases} \left( M + \frac{\Delta t}{2} N + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{W^{n+1} + W^n}{2} \right) \right) u_h^{n+1} = \\ \left( M - \frac{\Delta t}{2} N - \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{W^{n+1} + W^n}{2} \right) \right) u_h^n + \Delta t F^{n+\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (6.7)$$

Para a resolução do sistema linear que consta em (6.7), necessitamos que se faça uma malha sobre o domínio  $\Omega$  e também uma adequada escolha das funções que compõem a base dos espaço  $U^{(h)}$  que dão a aproximação espacial para a solução via método de Galerkin. A construção da malha triangular usada no trabalho, foi feita com o software livre GMSH<sup>‡</sup> usando dados obtidos do projeto da APM Manso. A figura 3 ilustra a malha produzida. A malha gerada possui os seguintes valores:

- $ntn = 197.664$ , número total de nós;
- $nte = 384.145$ , número de triângulos;

## 7. Experiências numéricas

Nesta seção descreveremos as simulações feitas em computador de 3 cenários escolhidos de forma a retratar possíveis situações reais. A tabela 2 mostra um resumo dos valores utilizados nas 3 situações. O coeficiente de difusão  $\alpha$  foi mantido constante nas três situações. Fazendo também uma leitura transversal nessa tabela, vemos que em resumo, no cenário 1 temos um *runoff* pequeno e um fluxo razoavelmente grande de entrada de poluentes através dos rios. Na absorção nas margens com mata ( $k_1$ ), temos um valor grande, se comparado com os demais cenários. Temos também uma grande degradação, expressa pelo coeficiente  $\sigma$ . No segundo cenário diminuímos a degradação, diminuímos a saída de poluente pelas margens com mata e também a entrada pelos rios e por *runoff*, resumindo: menos entrada e também menos saída. Por

<sup>‡</sup><http://geuz.org/gmsh/>, consultada em 20/04/2011

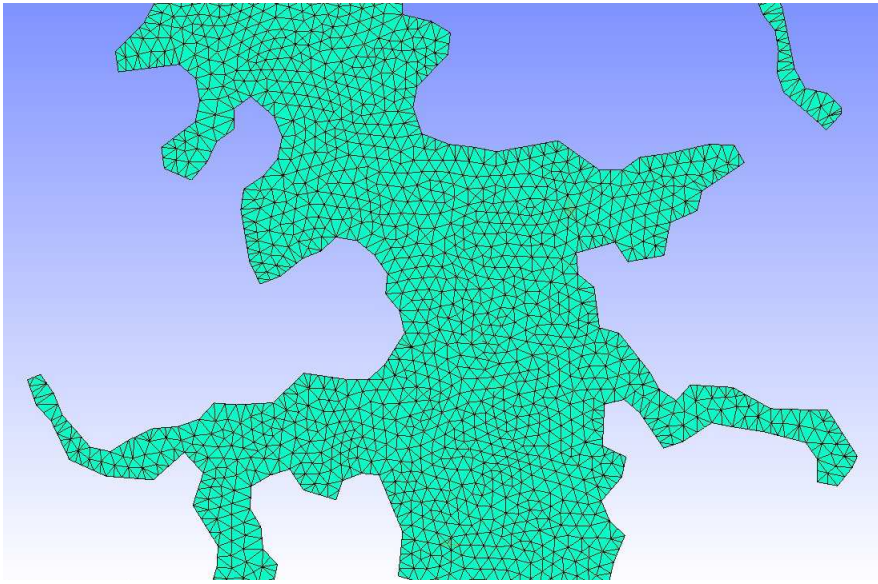


Figura 3: Visão de parte da malha

fim o terceiro cenário traz uma situação onde a entrada de poluição pelos rios é mínima, o *runoff* é o mesmo do cenário 2, ou seja, mediano e a perda para margens com mata igual à zero. Temos também uma degradação bem menor do que os demais cenários.

A etapa de simulações foi dividida em duas fases. Na primeira fizemos 4.000 iterações, o que equivale ao tempo real de 8,3 dias. . Na segunda fase avançamos com a equação de Difusão-Advecção até obtermos a estabilização da solução. Para os cenários 1 e 2 fomos até a iteração número 600.000 (3,5 anos). Já no cenário 3 avançamos até a iteração número 2.000.000 (11,6 anos) para obter essa estabilização. Para observarmos a variação da concentração de poluição ao longo do tempo, escolhemos alguns pontos. O número associado a cada ponto é o número do nó da malha. A figura 4, mostra a localização dos pontos.

- nó 442.267: próximo a barragem;
- nó 689.631: no meio do braço da represa formado pelos rios Manso e Palmeiras;
- nó 716.869: no meio do braço da represa formado pelos rios Casca e

Quilombo;

- nó 392.283: próximo a entrada do rio Quilombo na represa;
- nó 216.734: próximo a entrada do rio Casca na represa;
- nó 537.315: próximo a entrada do rio Manso na represa;
- nó 369.379: próximo a entrada do rio Palmeiras na represa.

Tabela 2: valores de coeficientes nos 3 cenários

Coefficiente	Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3	Unidade
$\Delta t$	0.05	0.05	0.05	$h$
$\alpha$	0.01	0.01	0.01	$km^2/h$
$\sigma$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$1/h$
$k_1$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	0	$km/h$
$k_4$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$	$km/h$
$\theta_5$	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-5}$	$5 \times 10^{-5}$	$(ppm)(km/h)$
$\theta_6$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-8}$	$(ppm)(km/h)$
$\theta_7$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-8}$	$(ppm)(km/h)$
$\theta_8$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-8}$	$(ppm)(km/h)$
$\theta_9$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-8}$	$(ppm)(km/h)$

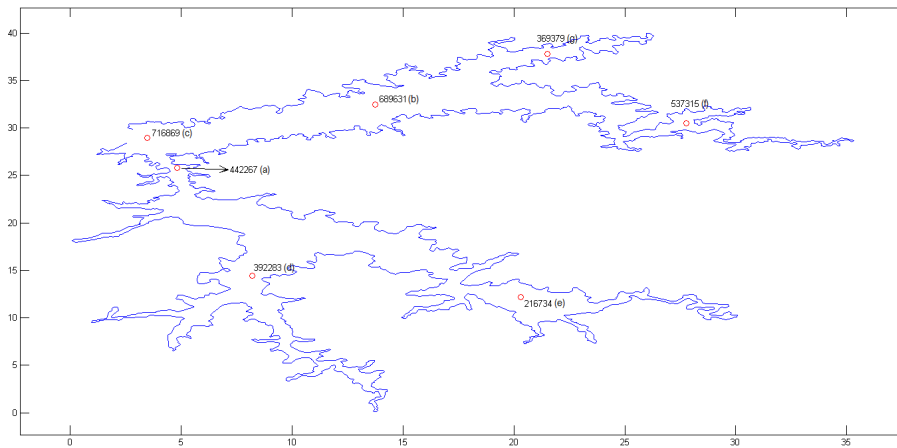


Figura 4: Pontos analisados.

As figuras 5, 6 e 7 retratam a dispersão de poluente no lago levando em conta os cenários 1, 2 e 3. As três figuras mostram quatro gráficos represen-

tando respectivamente as iterações 10.000, 50.000, 200.000 e 600.000. Mantivemos um mesmo mapa de cores dentro dos gráficos de cada figura, visando fazer comparação quantitativa entre os cenários. Nestas figuras podemos ver as diferenças de cenário impostas pela variações de parâmetros. Observa-se por exemplo na figura 7, a grande influência do aumento do *runoff* e diminuição da poluição chegando pelos rios.

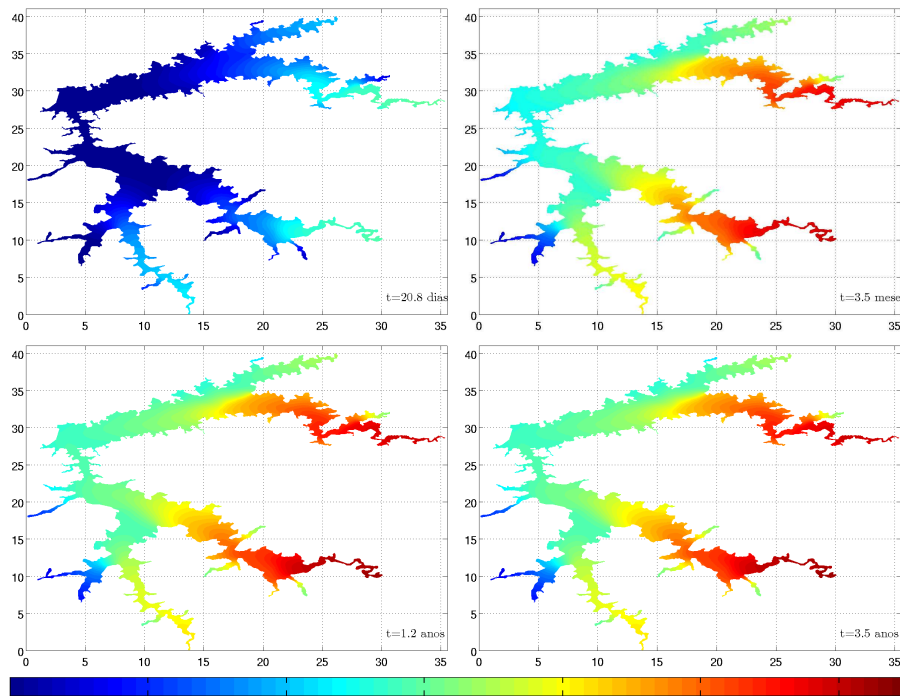


Figura 5: Cenário 1, iterações 10.000, 50.000, 200.000 e 600.000.

Como mostra a figura 4, escolhemos 7 pontos distribuídos pelo lago para analisarmos a evolução temporal da concentração de poluente. Os resultados dessa análise, estão na figura 8. A figura mostra em suas linhas os cenários 1, 2 e 3 e em suas colunas as iterações de 1 a 50.000 e de 1 a 600.000, com exceção da última, que ao invés de 600.000, vai até 1 milhão. Uma análise detalhada dos gráficos evidencia as características de cada cenário. Por exemplo a intensidade de poluição e a ordem com que cada ponto passa a receber o poluente, tudo isso em perfeita concordância com o pré-definido e esperado em cada cenário.

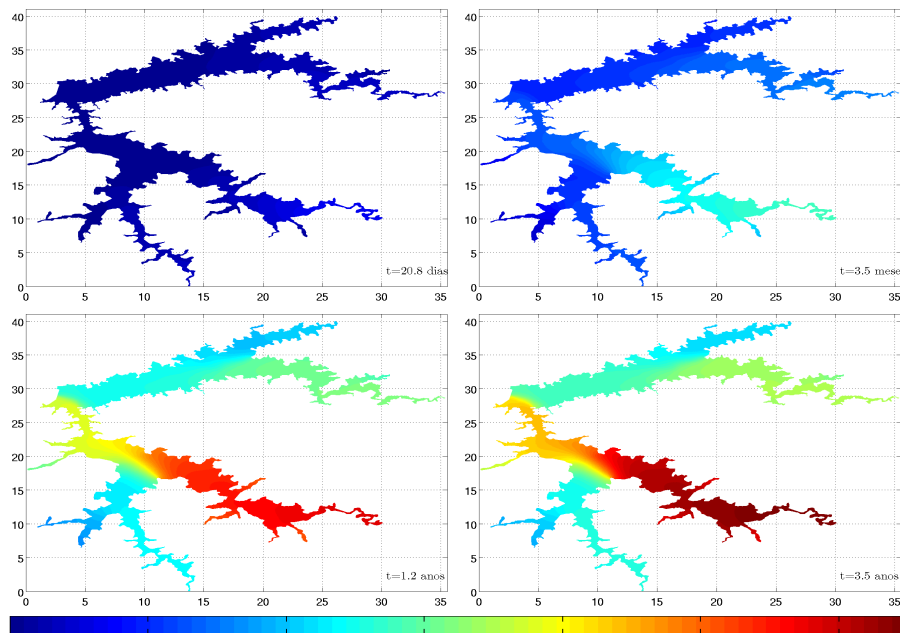


Figura 6: Cenário 2, iterações 10.000, 50.000, 200.000 e 600.000.<sup>12</sup>

## 8. Conclusões e sugestões.

De maneira geral podemos afirmar que a modelagem, discretização e a simulação do problema geraram resultados muito coerentes com todas as hipóteses feitas. Como mostram os resultados, os algoritmos se mostraram muito robustos, pois evidenciaram nos gráficos as particularidades de cada cenário, bem como estabilidade, pois fomos até a iteração 600.000 nos cenários 1 e 2 e até 2.000.000 no cenário 3.

Outros trabalhos que fazem parte da tese de doutorado e que tratam do mesmo problema mas de forma tridimensional, estão em fase de finalização para publicação em breve. Os testes que aqui mostramos foram de grande valia para a validação dos algoritmos e modelo para que pudessemos dar esse passo em direção a uma modelagem mais real do problema de dispersão.

## Agradecimentos

Agradecemos a FURNAS, na pessoa do engenheiro Ademar de Brito, pelo fornecimento do projeto da APM-Manso e a MathWorks pela licença tem-

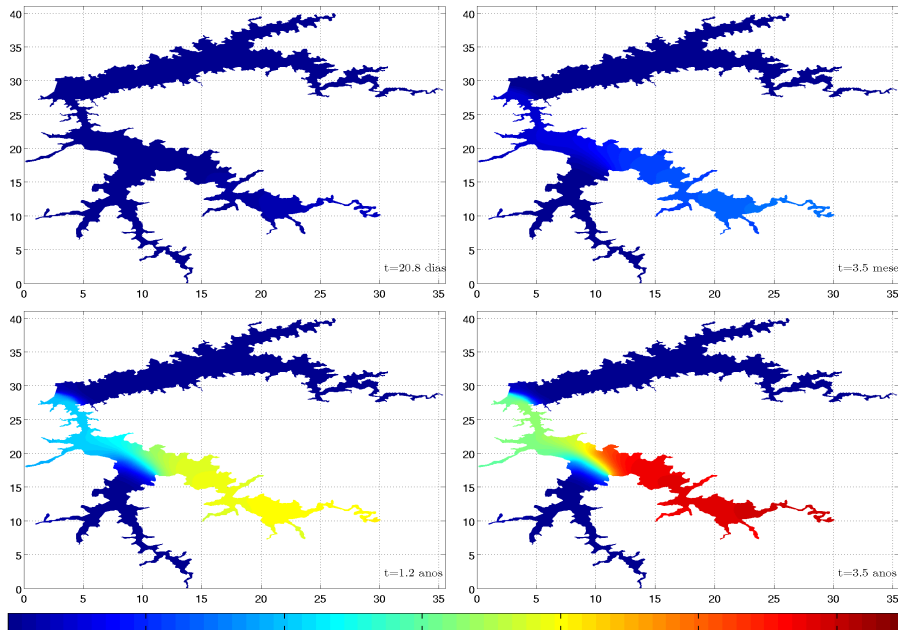


Figura 7: Cenário 3, iterações 10.000, 50.000, 200.000 e 600.000.<sup>12</sup>

porária do software MatLab<sup>®</sup>. Agradecemos também, pela disponibilização de recursos computacionais de alto desempenho:IMECC/UNICAMP, CENA-PAD/UNICAMP, IC/UNICAMP e Instituto de física/UFMT.

## Referências

- Bernardes, M. (1998). Poluição de corpos aquáticos de baixa circulação. Dissertação de Mestrado, IMECC-UNICAMP, Campinas/SP, Brasil.
- Cantao, R. F. (1998). Modelagem e simulação numérica de derrames de Óleo no canal de são sebastião, sp. Dissertação de Mestrado, IMECC-UNICAMP, Campinas/SP, Brasil.
- da Silva, M. A., Zeilhofer, P., dos Santos, E. S., Ribeiro, A. L. M., Miyazaki, R. D., e dos Santos, M. A. (2008). Mapeamento de habitats de *Haemagogus janthinomys* e *Haemagogus leucocelaenus* na área de influência da apm-manso/mt com técnicas de geoprocessamento. In *XVIII Congresso Mundial de Epidemiologia e VII Congresso Brasileiro de Epidemiologia.*, Cuiabá, Mato Grosso, Brasil.

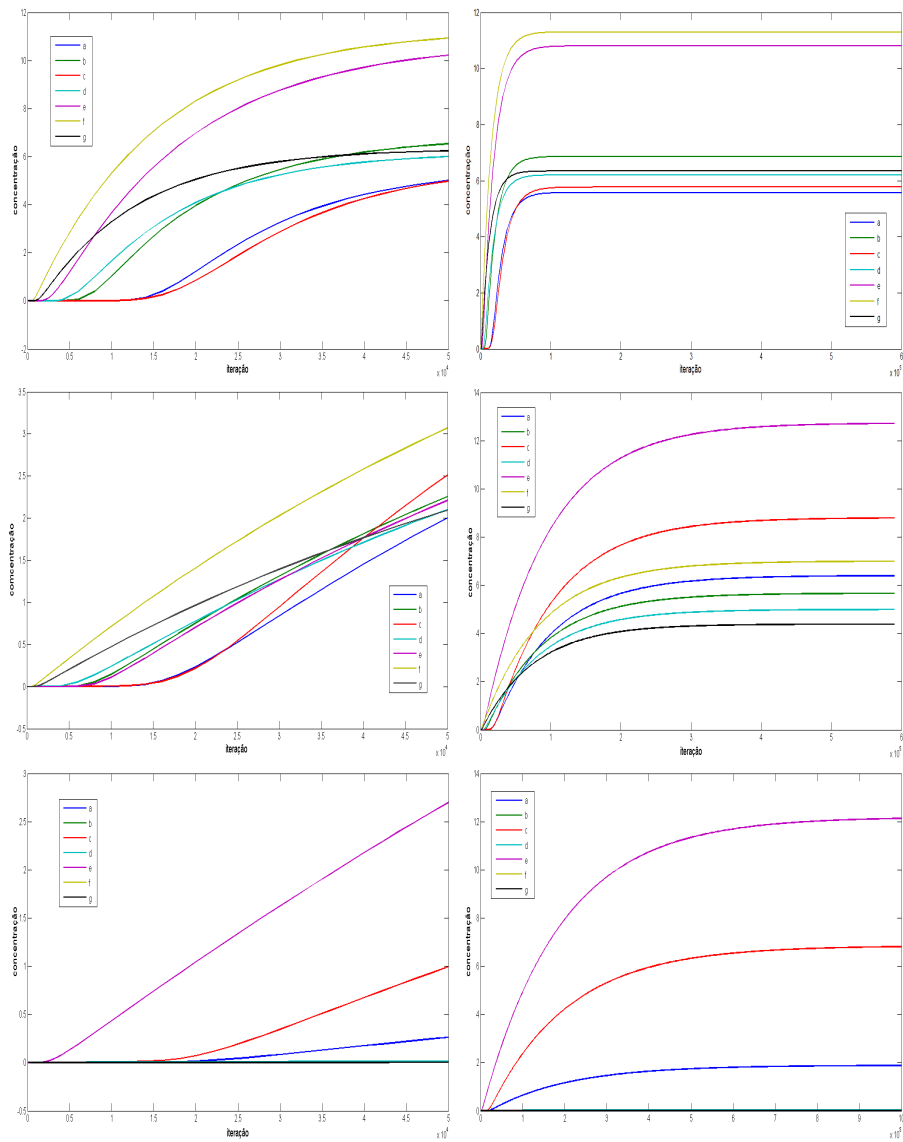


Figura 8: Linhas: cenários . Colunas: iterações de 1 a 50.000 e de 1 a 600.000.

Diniz, G. L. (2003). *Dispersão de Poluentes num Sistema Ar-Água: Modelagem, Aproximação Aplicações*. Tese de Doutorado, FAEEC–Unicamp, Campinas/SP, Brasil.

- Edelstein-Keshet, L. (1988). *Mathematical Models in Biology*. Random-House, New York.
- Inforzato, N. F. (2008). *Dispersão de Poluentes num Sistema ar-água: modelagem matemática, aproximação numérica e simulação computacional*. Tese de Doutorado, IMECC–Unicamp, Campinas/SP, Brasil.
- Lions, J. L. (1961). *Equations Differentielles Operationelles et Problèmes aux Limites*. Springer-Verlag.
- Marchuk, G. I. (1986). *Mathematical Models in Environmental Problems*, volume 16 de *Studies in Mathematical and its Applications*.
- Mistro, D. C. (1992). O problema da poluição em rios por mercúrio metálico: Modelagem e simulação numérica. Dissertação de Mestrado, IMECC–UNICAMP, Campinas/SP, Brasil.
- Okubo, A. (1980). *Diffusion and Ecological Problems: Mathematical Models*. Springer-Verlag, New York.
- Oliveira, R. F. (2003). *O Comportamento Evolutivo de uma Mancha de Óleo na Baía de Ilha Grande, RJ: Modelagem, Análise Numérica e Simulações*. Tese de Doutorado, IMECC–Unicamp, Campinas/SP, Brasil.
- Vasquez, J. C. S. (2005). *Comportamento Evolutivo de Descarga de Água de Produção Decorrente de Atividade Offshore: Tratamento Numérico e Simulação Computacional*. Tese de Doutorado, IMECC–Unicamp, Campinas/SP, Brasil.
- Wolmuth, L. (2009). Modelagem e simulações do comportamento evolutivo de poluentes em corpos aquáticos de grande extensão: o caso da represa do rio manso. Dissertação de Mestrado, IMECC–UNICAMP, Campinas/SP, Brasil.