

# Um modelo evolutivo para a dengue em domínio bidimensional considerando fatores ambientais

L. T. Gomes<sup>1</sup>,

DMA, IMECC – UNICAMP, 13.083-859, Campinas/SP.

L. C. Barros<sup>2</sup>,

DMA, IMECC – UNICAMP, 13.083-859, Campinas/SP.

**Resumo.** Com o intuito de se estudar o espalhamento da dengue no distrito sul da cidade de Campinas, é realizada uma modelagem matemática baseada em modelos epidemiológicos compartimentais, que resulta em um sistema de equações diferenciais parciais. Através do estudo das populações envolvidas (humanos e mosquitos *Aedes aegypti*), opta-se por considerar fatores ambientais que interferem na proliferação e reprodução do vetor e, conseqüentemente, na dinâmica da doença. Tais fatores possuem natureza incerta, tanto devido a conhecimento parcial quanto a aleatoriedade. Como determinam coeficientes do sistema de equações, faz-se necessário o uso de ferramentas que sejam capazes de manipular tais tipos de informação, como Sistemas Baseados em Regras Fuzzy. Para a resolução do sistema são utilizados os métodos numéricos de Elementos Finitos e de Crank-Nicolson. Utilizando as ferramentas matemáticas citadas, é elaborado um programa em ambiente MATLAB, o qual simula a evolução das populações em questão.

**Palavras-chave:** *Dengue; Simulação de Variável Aleatória; Conjuntos Fuzzy; Equação Diferencial Parcial; Elementos Finitos.*

---

<sup>1</sup>lucianatakata@gmail.com

<sup>2</sup>laeciocb@ime.unicamp.br

## 1. Introdução

Considerada pelo Ministério da Saúde (2008) como um dos principais problemas de saúde pública no mundo, a dengue é uma doença infecciosa aguda de curta duração, causada por um arbovírus, do gênero *Flavivírus* (Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental, 2008). Pode se apresentar através de quatro diferentes sorotipos, os quais geram as mesmas manifestações (ibidem).

Os vetores da dengue são os mosquitos do gênero *Aedes*. No Brasil, o principal é o *Aedes aegypti*, um artrópode essencialmente urbano, que necessita de sangue para realizar a reprodução e que apresenta grande atividade em ambientes de clima quente e úmido. Como o humano, em geral, propicia condições para a reprodução do mosquito (disponibilizando recipientes que podem acumular água e se tornarem criadouros), acaba por ser o animal mais próximo do seu habitat, se tornando a maior vítima de suas picadas (Consoli e Oliveira, 1994).

A dengue já atingiu todas as regiões do Brasil, de maneira que medidas de controle de seu vetor precisam ser tomadas para a contenção de epidemias. Para tanto, estudos sobre o espalhamento da doença se mostram de grande relevância, auxiliando no planejamento de tais esforços.

Estudos de epidemiologia matemática envolvendo modelagem compartimental já foram realizados (Maidana e Yang, 2007; Takahashi, 2004; Thomé, 2007). O presente trabalho também apresenta um modelo compartimental, proposto por Gomes (2009), destacando-se pela escolha de domínio real bi-dimensional, influência de fatores ambientais variáveis (tratados como incertos) e resolução através de método que permite a visualização gráfica do espalhamento da doença.

O domínio espacial sobre o qual se realiza o estudo é o distrito sul da cidade de Campinas. Por anos, seus índices de incidência de dengue foram os mais elevados do município. Tal fato despertou a atenção de pesquisadores da Faculdade de Ciências Médicas da UNICAMP, que, com o auxílio da

FAPESP, realizam estudos segundo projeto desenvolvido (Cordeiro, 2006). Dados já coletados servem de entrada para o modelo aqui proposto, definindo diversos parâmetros do problema.

## 2. Objetivos

- Criar um modelo matemático que represente a evolução da dengue, com aplicação no distrito sul da cidade de Campinas, levando em consideração as populações envolvidas (humanos e *Aedes aegypti*);
- Empregar ferramentas matemáticas que permitam:
  - (i) agregar ao modelo informações de natureza imprecisa (inerente a fenômenos biológicos), de maneira tratável matematicamente (através da Teoria dos Conjuntos Fuzzy) e
  - (ii) solucionar o modelo proposto – no caso, numericamente, através dos métodos dos Elementos Finitos e de Crank-Nicolson;
- Construir um programa em ambiente MATLAB para a resolução do modelo, utilizando os métodos citados;
- Visualizar a evolução da doença em ambiente MATLAB;
- Analisar diferentes cenários a partir de diferentes parâmetros (condições iniciais ou coeficientes).

## 3. Metodologia

### 3.1 Modelagem matemática

As populações envolvidas no fenômeno dengue na região de estudo são, essencialmente, os humanos e o mosquito *Aedes aegypti*. Como o vírus só é transmitido para uma pessoa através da picada do artrópode contaminado,

é necessária a existência do mosquito vetor para a perpetuação da doença entre os humanos. Portanto, é essencial o estudo do vetor.

O modelo compartimental criado divide as populações de humanos em suscetíveis ( $S$ ), infectantes ( $I$ ) e recuperados ( $R$ ) e a de *Ae. aegypti* em aquáticos ( $A$ ), adultos suscetíveis ( $M_S$ ) e adultos infectantes ( $M_I$ ). O compartimento de mosquitos aquáticos compreende a população do artrópode em sua fase aquática, englobando os estados de ovo, larva e pupa. A fase alada corresponde à fase adulta. A cada instante, cada indivíduo pertence a exatamente um compartimento, não podendo assumir mais de um ou nenhum estado. O termo infectante, para humanos, significa que o indivíduo está infectado (doente) e ao mesmo tempo apto a transmitir o vírus. Para os artrópodes, significa simplesmente que carrega o vírus e que pode contaminar outros seres pela picada.

A passagem do compartimento de suscetíveis para o de infectantes obedece o princípio de ação das massas (Hamer, 1906), de acordo com o qual a propagação de uma epidemia depende da taxa de contato entre indivíduos suscetíveis e infectantes. Portanto, depende da quantidade existente dessas duas populações.

O modelo é formulado para a simulação do espalhamento da dengue no início do período de chuvas em Campinas, correspondendo aos meses de dezembro, janeiro e fevereiro. Como é um período relativamente curto de tempo, não se leva em conta a reprodução da população humana. Entretanto, como o ciclo de vida dos mosquitos é bem menor, de cerca de um mês, admite-se crescimento malthusiano, influenciado por fatores ambientais a serem comentados adiante. Mais algumas hipóteses do modelo formulado se apresentam a seguir:

- Uma vez que tenha adquirido o vírus da dengue, um mosquito o carrega pelo resto de sua vida;
- Mosquitos suscetíveis e infectantes geram mosquitos suscetíveis (a transmissão transovariana é desprezada), não havendo outra maneira de

adquirir o vírus além da picada em um humano infectante;

- O tempo é insuficiente para se considerar a perda de imunidade dos humanos recuperados;

O modelo proposto se apresenta através do sistema de equações diferenciais parciais (1).

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial M_S}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_M \nabla M_S) &= \gamma A - \mu_S M_S - \beta_1 I M_S \\
 \frac{\partial M_I}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_M \nabla M_I) &= \beta_1 I M_S - \mu_I M_I \\
 \frac{\partial A}{\partial t} &= \kappa M - \gamma A - \mu_A A \\
 \frac{\partial S}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_H \nabla S) &= -\beta_2 S M_I \\
 \frac{\partial I}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_H \nabla I) &= \beta_2 S M_I - \sigma I \\
 \frac{\partial R}{\partial t} - \operatorname{div}(\alpha_H \nabla R) &= \sigma I
 \end{aligned} \tag{1}$$

As variáveis  $M_S$ ,  $M_I$ ,  $A$ ,  $S$ ,  $I$  e  $R$  correspondem aos valores das densidades de cada compartimento em cada ponto dos domínios espacial e temporal.  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são os coeficientes correspondentes às taxas, respectivamente, de contato efetivo entre humanos infectantes e mosquitos suscetíveis e de contato efetivo entre humanos suscetíveis e mosquitos infectante, gerando contaminação.  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  e  $\mu_A$  são as taxas de mortalidade específicas nas populações de mosquitos alados suscetíveis, mosquitos alados infectantes e mosquitos aquáticos, nesta mesma ordem.  $\kappa$  está relacionado à oviposição do mosquito e  $\gamma$  à sua passagem da fase aquática para a alada.  $1/\sigma$  é o tempo que um humano passa no compartimento de infectantes após adquirir o vírus. Os

termos na forma  $-div(\alpha_P \nabla P)$  do lado esquerdo das equações correspondem à dispersão de cada população  $P$ . Os coeficientes de dispersão ( $\alpha_M$  para os mosquitos e  $\alpha_H$  para os humanos) são maiores para os artrópodes, indicando que estes se locomovem mais em busca de recursos (sangue e recipientes com água para a reprodução, alimentos, etc.), enquanto que os humanos têm suas moradias fixas (embora se locomovam diariamente por causa de trabalho, escola, lazer, etc, gerando contatos não-locais, não considerados neste trabalho).

### 3.2 Fatores ambientais

Variáveis ambientais como temperatura, precipitação pluviométrica, oferta de alimentos, predadores e locais propícios à reprodução são fatores que influenciam na dinâmica do *Aedes aegypti*. Como o humano, em geral, propicia condições para a reprodução do mosquito (disponibilizando recipientes que podem acumular água e se tornarem criadouros), acaba por ser o animal mais próximo do habitat do mosquito, se tornando a maior vítima de suas picadas (Consoli e Oliveira, 1994).

A temperatura ideal para a proliferação do *Aedes aegypti* estaria em torno de 30 a 32 °C de acordo com Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental (2008). Como o período a ser considerado para as simulações é em torno do verão em Campinas, considera-se que a temperatura é ótima para o mosquito durante todo o período.

A chuva, entretanto, não é fixa. Dessa maneira, é considerado que ela pode variar, influenciando coeficientes do sistema de equações, relacionados à oviposição (mais chuva em geral significa mais ovos), à transformação de aquáticos em alados (se há pouca água, os ovos não eclodem, de maneira que os mosquitos podem ficar semanas neste estado, até que chova e ele possam se desenvolver e se transformar em alados), à mortalidade de aquáticos (se o mosquito se apresentar na forma de larva ou pupa, a falta de água é fatal) e à dispersão do mosquito (se há chuva e não há animais para picar ou recipi-

entes por perto, o mosquito se locomove mais para suprir as necessidades da reprodução).

A disponibilidade de recipientes é outro fator importante na reprodução dos mosquitos, influenciando a oviposição (se há poucos recipientes para a reprodução, a oviposição é baixa) e a dispersão (a falta de recipientes em período de chuvas faz com que os mosquitos se locomovam mais em busca desse recurso).

A quantidade de humanos também é considerada influente na atividade do *Ae. aegypti*, uma vez que, em geral, são os animais mais pertos do seu habitat. São, portanto, importantes para o suprimento de sangue para a maturação dos ovos e, conseqüentemente, influenciam na oviposição e na dispersão.

Outros fatores ambientais (predadores, alimentos, etc) são considerados favoráveis à reprodução do mosquito, de maneira que, para o problema, são utilizadas as seguintes variáveis ambientais: densidade de recipientes  $Q$ , densidade de humanos  $H$  e precipitação pluviométrica  $C$ .

Apesar de poderem ser representadas numericamente, neste trabalho escolhe-se tratá-las como variáveis fuzzy, uma vez que nenhuma delas é conhecida com exatidão. Seus valores são previsões ou estimativas e ainda costumam ser rotuladas linguisticamente com adjetivos como “alta”, “médio-alta” ou “baixa”. E, além da propriedade de conhecimento parcial, a variável referente à precipitação pluviométrica é aqui considerada de natureza aleatória. Portanto, para a escolha do valor de  $C$ , são realizados sorteios através do Método da Transformação Integral (Bussab e Morettin, 2007), em que a função de distribuição acumulada de  $C$  são os dados de precipitação pluviométrica dos últimos 21 anos.

Para o tratamento dessas variáveis consideradas fuzzy, recorre-se à Teoria dos Conjuntos Fuzzy. Constrói-se um Sistema Baseado em Regras Fuzzy (Barros e Bassanezi, 2006; Massad et al., 2008), com premissas do tipo “se a precipitação pluviométrica  $C$  é alta, a densidade de humanos  $H$  é alta e a densidade de recipientes  $Q$  é alta então o coeficiente de oviposição  $\kappa$  é alto, o

coeficiente de dispersão  $\alpha_M$  é baixo, o coeficiente de transformação  $\gamma$  é alto e a mortalidade  $\mu_A$  de aquáticos é baixa”. Utilizando-se, como entradas, dados de chuva e de densidade de recipientes e de humanos, através do método de inferência de Mamdani são obtidos valores determinísticos para  $\kappa$ ,  $\alpha_M$ ,  $\gamma$  e  $\mu_A$ .

### 3.3 Método numérico

Embora se possa demonstrar a existência de solução para o sistema de equações diferenciais parciais (1), esta não é conhecida, de maneira que faz-se necessária a utilização de métodos numéricos para a obtenção de valores de  $M_S$ ,  $M_I$ ,  $A$ ,  $S$ ,  $I$  e  $R$ .

São empregados os métodos dos Elementos Finitos e o de Crank-Nicolson. O método dos Elementos Finitos, de acordo com a abordagem de Galerkin (Fairweather, 1978), consiste em procurar soluções da equação integral obtida a partir do produto interno de  $L^2(\Omega)$  realizado nos termos da equação com uma função de teste  $v$  de um espaço apropriado  $\mathcal{M}$ . Este espaço possui dimensão finita e o novo problema passa a ser encontrar as aproximações das variáveis do sistema, escritas como combinação linear dos termos da base – funções lineares, neste trabalho. Tais termos são definidos pela malha irregular de triângulos que aproxima o domínio espacial, gerada pelo *software* livre Gmsh. As condições de contorno utilizadas são de von Neumann homogêneas.

O método de Crank-Nicolson trata a variável temporal, resolvendo o problema a cada passo no tempo, dividido em  $nt$  intervalos de igual tamanho.

### 3.4 Acoplamento das ferramentas

Após a discretização do domínio espacial através do *software* Gmsh (resultando em uma malha de 1221 pontos e 2227 triângulos), é realizado o acoplamento das ferramentas. O processo resulta em um programa implementado em ambiente MATLAB 7.0, que realiza 900 iterações (passos no



tempo), equivalente à simulação da evolução da dengue em 90 dias.

O acoplamento das ferramentas utilizadas obedece o esquema da Figura 3.4. É realizado, inicialmente, o sorteio da variável  $C$  (precipitação pluviométrica), através do Método da Transformação Inversa. O valor obtido, em conjunto com as variáveis  $Q$  e  $H$  definidas de acordo com dados fornecidos por especialista, servem de entrada para o SBRF. Como saída, são obtidos os valores para os coeficientes  $\kappa$ ,  $\alpha_M$ ,  $\gamma$  e  $\mu_A$ , do sistema de equações. Fornecendo as condições iniciais  $M_{S0}$ ,  $M_{I0}$ ,  $A_0$ ,  $S_0$ ,  $I_0$  e  $R_0$ , através dos métodos numéricos são obtidos os valores atualizados  $M_S$ ,  $M_I$ ,  $A$ ,  $S$ ,  $I$  e  $R$ . No passo seguinte, os valores de saída para as densidades populacionais servem de entrada para outra resolução através dos métodos numéricos referentes ao espaço e ao tempo. Esta última etapa é repetida a cada passo no tempo, até o fim de 150 iterações. Esta quantidade de passos equivale ao período de 15 dias, ao final do qual se realiza um novo sorteio para a precipitação pluviométrica, redefinindo-se os parâmetros de dispersão do mosquito e de sua reprodução através do método de inferência de Mamdani. Devido à dispersão dos humanos, apesar de ser pequena, a cada final de 15 dias a movimentação é levada em conta, redefinindo a variável  $H = S + I + R$  em cada ponto do domínio espacial. Novamente, até o fim de outras 150 iterações, o sistema de EDPs é resolvido utilizando-se os métodos numéricos, quando outro valor para a chuva é sorteado e  $H$  é novamente redefinido. Tal processo segue até o total de 900 passos no tempo.

## 4. Resultados

Como citado anteriormente, o programa que resolve o problema da evolução da dengue é implementado em ambiente MATLAB 7.0. Para a manipulação das variáveis fuzzy, são construídos Sistemas Baseados em Regras Fuzzy, através do *Toolbox Fuzzy* do MATLAB (Amendola et al., 2005).

Valores de quantidade de recipientes encontrados e de população humana referentes a cada região coberta por um centro de saúde diferente foram

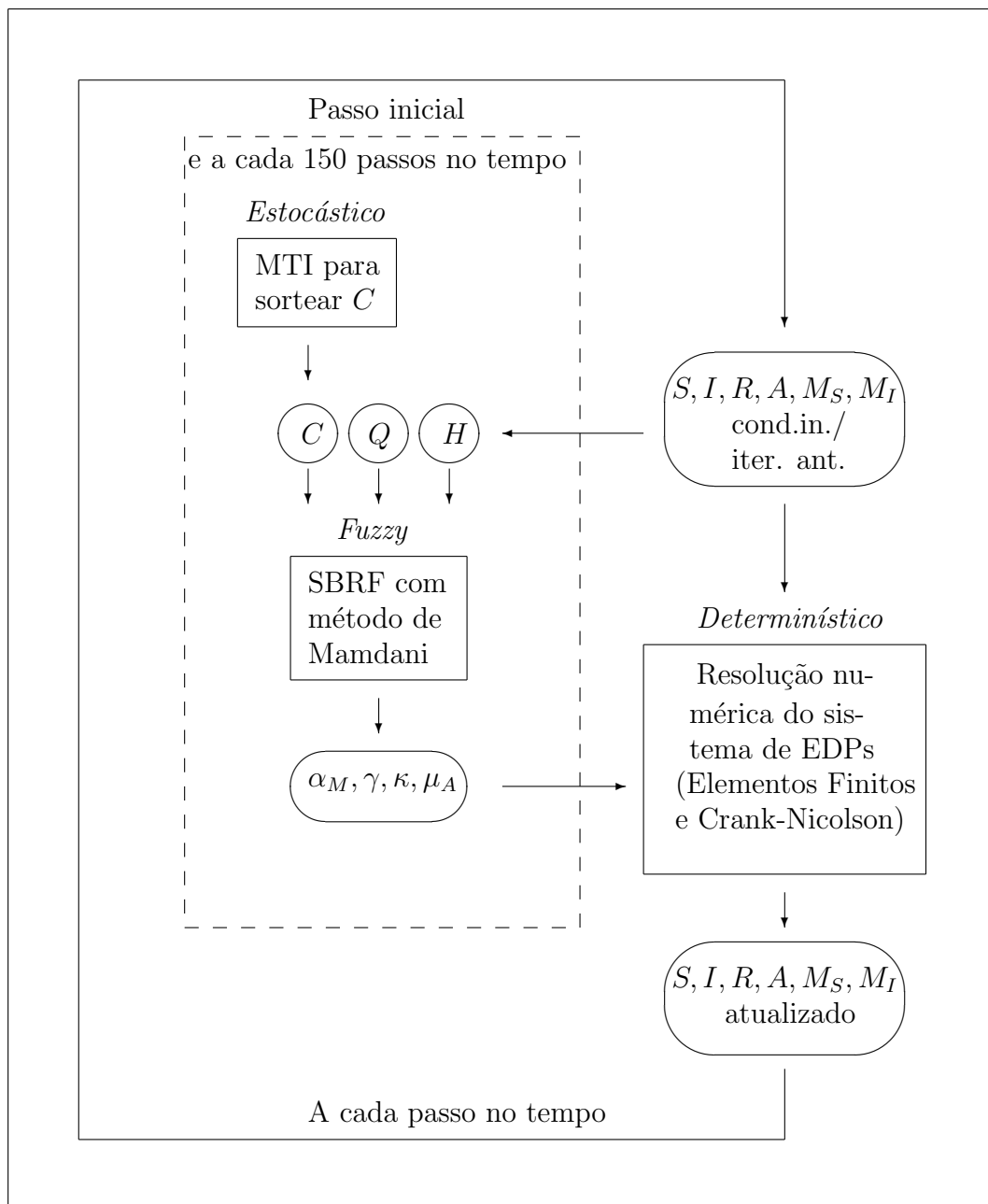


Figura 1: Esquema representativo do algoritmo de simulação acoplado as ferramentas estudadas.

fornecidos por pesquisadores e são utilizados para determinar parâmetros e condições iniciais do problema.

Notou-se que tais valores para as pequenas regiões, mais ao norte do distrito, eram semelhantes entre si, se diferenciando das três grandes regiões a leste, a oeste e a sul. Com base nesta observação, o domínio espacial foi dividido em quatro grandes áreas, cada uma com um valor diferente para a quantidade de recipientes e de humanos. Dentro de uma mesma região, entretanto, são consideradas quantidades constantes de um ponto para outro da malha, de maneira a facilitar as definições dos valores de tais variáveis e permitir que o trabalho seja possível de ser realizado.

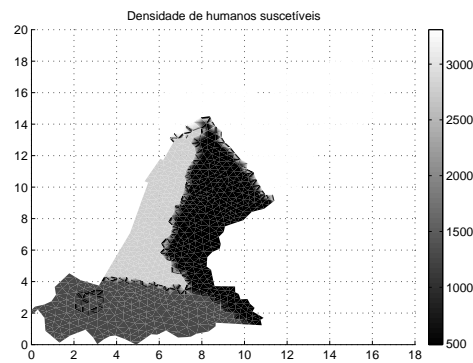


Figura 2: Condição inicial para a densidade de humanos suscetíveis  $S_0$  para as três simulações.

Neste artigo são apresentadas três simulações. Os valores das precipitações pluviométricas foram diferentes para os três casos, sendo que na simulação 1 foram utilizados os valores de dezembro de 2006 e janeiro e fevereiro de 2007. Tais valores foram escolhidos para se calibrar os parâmetros de transmissão, com o intuito de se obterem valores próximos às estimativas de 60 e 450 casos de dengue nos meses de janeiro e fevereiro de 2007, respectivamente. Para as demais simulações, os valores foram definidos por sorteio através do Método da Transformação Integral. Com relação às condições ini-

ciais, só a simulação 3 se diferia, apresentando dois focos de dengue (em torno dos pontos  $(x, y) = (2.7, 2.75)$  e  $(x, y) = (1.9, 4.0)$ ), enquanto as outras apresentavam quatro (em torno dos pontos  $(x, y) = (2.7, 2.75)$ ,  $(x, y) = (1.9, 4.0)$ ,  $(x, y) = (5.3, 6.3)$  e  $(x, y) = (10, 14)$ ).

Os resultados se apresentam na forma de gráficos com o valores das densidades das populações ao longo do domínio espacial no tempo final  $t = 90$  dias; gráficos com o valores das densidades das populações em função dos passos no tempo no ponto 604 ( $(x, y) = (5.30, 6.32)$ ) e tabelas com os valores da precipitação pluviométrica a cada período de 150 passos (valores obtidos por sorteio para as simulações 2 e 3 e por histórico para a simulação 1) e do número de casos de dengue em humanos a cada mês.

Tabela 1: Valores das somatórias das precipitações diárias para períodos quinzenais e média quinzenal (para cada simulação).

	<b>Simulação 1</b>	<b>Simulação 2</b>	<b>Simulação 3</b>
<b>Período 1</b>	89.4 mm	24.0 mm	182.8 mm
<b>Período 2</b>	109 mm	161.5 mm	63.0 mm
<b>Período 3</b>	264.4 mm	140.4 mm	158.9 mm
<b>Período 4</b>	211.3 mm	114.6 mm	106.6 mm
<b>Período 5</b>	74.2 mm	204.8 mm	207.8 mm
<b>Período 6</b>	128 mm	149.3 mm	133.4 mm
<b>Média</b>	146.05 mm	132.43 mm	142.08 mm

Tabela 2: Valores totais de pessoas infectadas a cada mês de acordo com cada simulação.

<b>Simulação</b>	<b>Dezembro</b>	<b>Janeiro</b>	<b>Fevereiro</b>
<b>1</b>	34 ind.	29 ind.	477 ind.
<b>2</b>	27 ind.	14 ind.	20 ind.
<b>3</b>	2 ind.	1 ind.	1 ind.

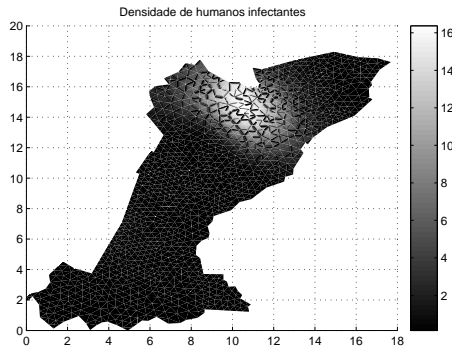


Figura 3: Humanos infectantes em  $t = 90$  (simulação 1).

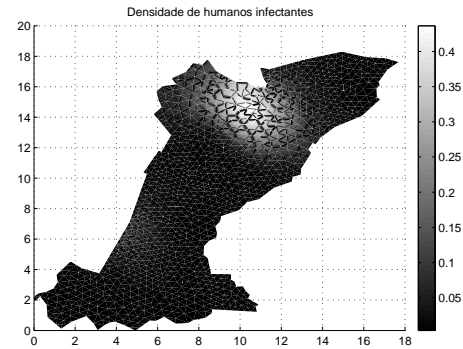


Figura 4: Humanos infectantes em  $t = 90$  (simulação 2).

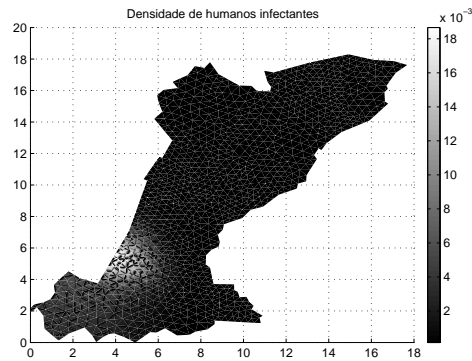


Figura 5: Humanos infectantes em  $t = 90$  (simulação 3).

Como se pode observar nas Figuras 3 a 4 e na Tabela 2, a chuva de fato influenciou fortemente nos resultados das simulações. Os valores dos números de casos de dengue em humanos a cada mês foram drasticamente alterados da simulação 1 para a simulação 2, que apresentavam os mesmos valores para as condições iniciais e para os parâmetros não relacionados à chuva. Isso foi devido não apenas à diferença na média quinzenal de precipitação pluviométrica, como foi possível observar em outras simulações aqui não apresentadas. A sua distribuição também foi determinante, permitindo,

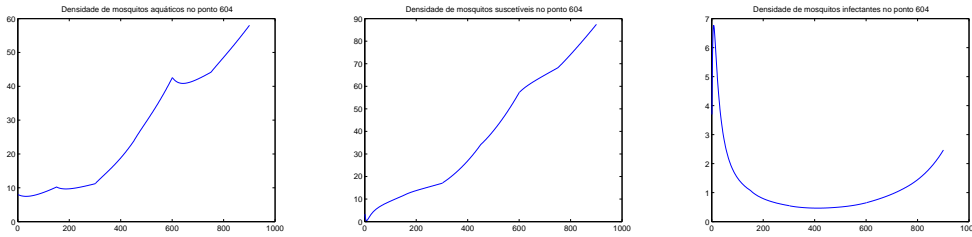


Figura 6: Mosquitos aquáticos no ponto 604 ao longo do tempo (simulação 1).  
 Figura 7: Mosquitos suscetíveis no ponto 604 ao longo do tempo (simulação 1).  
 Figura 8: Mosquitos infectantes no ponto 604 ao longo do tempo (simulação 1).

em alguns casos, que a infecção se tornasse forte desde o início e, em outros casos, que o espalhamento fosse fraco. Mesmo com médias quinzenais para precipitação idênticas, se houvesse mais chuva nos primeiros períodos, o número final de casos era maior.

Incluindo-se na análise a simulação 3 (Figura 5 e Tabela 2), nota-se que, mesmo com uma média de precipitação mais elevada, a infecção não teve força o suficiente para resultar em números de casos altos como das outras simulações. Isso foi devido à menor quantidade de focos e à localização deles, em região não propícia à reprodução do mosquito vetor (com menos recipientes e humanos). Um fato que se mostra interessante é o deslocamento do foco, para uma região vizinha com condições mais propícias para o seu espalhamento.

As Figuras 6 a 8 apresentam os gráficos da evolução no tempo das densidades de mosquitos aquáticos, de mosquitos suscetíveis e de mosquitos infectantes no ponto 604 do domínio espacial, obtidas da simulação 1. Percebe-se claramente a influência da chuva nas populações de mosquitos aquáticos e de suscetíveis, de maneira que, a cada mudança de valor de precipitação pluviométrica (a cada 150 passos), surge um “bico” em cada gráfico, indicando uma tendência diferente para os valores das populações. Para as três divisões de compartimentos para o mosquito, as condições no ponto 604 se mostram

favoráveis para o crescimento.

## **5. Conclusões**

A partir do estudo das populações e de fatores envolvidos no fenômeno dengue, foi possível realizar a modelagem compartimental para o espalhamento de dengue no distrito sul da cidade de Campinas, resultando em um sistema de equações diferenciais parciais. As informações a respeito das variáveis ambientais (densidade de humanos, densidade de recipientes e precipitação pluviométrica) foram obtidas por diferentes fontes e tratadas como incertas, pela Teoria dos Conjuntos Fuzzy e por método probabilístico para o sorteio de uma das variáveis (precipitação pluviométrica). Sistemas Baseados em Regras Fuzzy, utilizando método de inferência de Mamdani, foram criados para inferir valores determinísticos, os quais alimentam os modelos de sistemas de EDPs. Analisando os resultados, concluiu-se que a variação na média quinzenal e na distribuição da precipitação pluviométrica ao longo dos períodos se mostrou determinante na força da infecção (espalhamento da dengue). Diferenças nas condições iniciais também causaram forte influência no fenômeno, de maneira que, quando focos de dengue foram colocados em regiões menos propícias à reprodução do mosquito vetor, a dengue não se estabeleceu ou se espalhou em outra região vizinha mais propícia.

## **Agradecimentos**

Agradecemos:

- À CAPES;
- Ao CNPq (processo n° 307890/2006-6);
- À FAPESP (processo n° 06/05920-7);
- Ao grupo de pesquisadores envolvidos no estudo da dengue.

## Referências

- Amendola, M., Souza, A. L., e Barros, L. C. (2005). Manual do uso da teoria dos conjuntos fuzzy no matlab 6.5. url: [http://www.ime.unicamp.br/~laeciocb/manual\\_fuzzy\\_matlab.pdf](http://www.ime.unicamp.br/~laeciocb/manual_fuzzy_matlab.pdf). FEAGRI e IMECC – UNICAMP. Campinas. 44p.
- Barros, L. C. e Bassanezi, R. C. (2006). *Tópicos de Lógica Fuzzy e Bio-matemática*. Coleção IMECC – Textos Didáticos, Campinas.
- Bussab, W. O. e Morettin, P. A. (2007). *Estatística Básica*. 5. Saraiva, São Paulo.
- Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental (2008). Dengue – saiba como se prevenir... url: <http://www.cetesb.sp.gov.br/Institucional/dengue/dengue.asp>. Secretaria de Estado do Meio Ambiente. São Paulo.
- Consoli, R. A. e Oliveira, R. L. (1994). *Principais Mosquitos de Importância Sanitária no Brasil*. 5. Fiocruz, Rio de Janeiro.
- Cordeiro, R. (2006). Distribuição espacial do risco de dengue no distrito sul de campinas. Projeto. FCM – Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP.
- Fairweather, G. (1978). *Finite Element Galerkin Methods for Differential Equations*. M. Dekker, New York.
- Gomes, L. T. (2009). Um estudo sobre o espalhamento da dengue usando equações diferenciais parciais e lógica fuzzy. Dissertação de Mestrado. IMECC– Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP.
- Hamer, W. H. (1906). Epidemic disease in england. *The Lancet*, 1:733–739.



- Maidana, N. A. e Yang, H. M. (2007). A spatial model to describe the dengue propagation. *TEMA Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, 8:83–92.
- Massad, E., Ortega, N. R., e Barros, L. C. (2008). *Fuzzy logic in action: applications in epidemiology and beyond*. Springer, New York.
- Ministério da Saúde (2008). Programa nacional de controle da dengue. url: [http://portal.saude.gov.br/saude/area.cfm?id\\_area=920](http://portal.saude.gov.br/saude/area.cfm?id_area=920). Brasil.
- Takahashi, L. T. (2004). Modelos matemáticos de epidemiologia com vetores: simulação da propagação urbana e geográfica da dengue. Tese de Doutorado. IMECC– Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP.
- Thomé, R. C. (2007). Controle Ótimo aplicado na estratégia de combate ao aedes aegypti utilizando inseticida e mosquitos estéreis. Tese de Doutorado. IMECC– Universidade Estadual de Campinas, Campinas/SP.

