

# Estudo da poluição por esgoto num trecho urbano de rio

Geraldo L. Diniz<sup>1</sup>

DMAT, ICET–UFMT, 78.060-900 – Cuiabá/MT.

Suely A. F. Alegria<sup>2</sup>

Mestrado em Física e Meio Ambiente, ICET–UFMT, 78.060-900 – Cuiabá/MT.

**Resumo.** Neste trabalho é apresentado um problema de contaminação num trecho de rio, através do esgoto lançado no rio. Para tanto, é proposto um modelo matemático unidimensional, no sentido de descrever a dispersão do poluente neste trecho do rio, em função dos fenômenos físicos considerados. É verificada a existência de solução do ponto de vista fraco e são utilizados métodos de aproximação numérica para as simulações dos cenários. Nas simulações foram consideradas velocidades médias da correnteza do rio em duas estações, seca e chuvosa, para um intervalo de tempo previamente escolhido.

**Palavras-chave:** *Poluição por esgoto; Modelo matemático; Simulação da dispersão; Método dos elementos finitos;*

## 1 Introdução

Uma das principais causas da poluição das águas é a matéria orgânica presente no esgoto, uma vez que, a solução "imediate" adotada pelos órgãos responsáveis pelo saneamento básico, é o lançamento nos corpos d'água, na maioria das vezes sem nenhum tratamento prévio, comprometendo a qualidade da água não apenas no local onde o esgoto é despejado, mas em toda a sua bacia hidrográfica.

Assim, este estudo foi realizado no rio Coxipó, que é um integrante da área turística de Chapada dos Guimarães, bem como uma sub-bacia do rio Cuiabá, um dos principais rios formadores do Pantanal Matogrossense, e nele são despejados esgoto doméstico, grande parte in natura, implicando em consequências ao pantanal, a saúde da população e acarretando a descaracterização ao meio ambiente.

---

<sup>1</sup>gerald@ufmt.br

<sup>2</sup>jalegria@terra.com.br

No Brasil, apenas 20% do esgoto passa por tratamento. O restante é despejado nos cursos d'água, contribuindo para aumentar a sujeira, as enchentes e as doenças (Cunha e Ferreira, 2006). De acordo com Cunha e Ferreira (2006), o controle da poluição de recursos hídricos pode ser um importante aliado para a implementação de ações de prevenções da saúde e do meio ambiente, tendo em vista a importância desses sistemas para a vida.

Nesse aspecto, modelos matemáticos, adaptados a realidade podem contribuir no sentido de tomada de decisão para medidas que resguardecam a qualidade da água. O aprimoramento de modelos matemáticos, em hidrologia urbana, contribui para a redução de incertezas em estudos de diagnóstico de sistemas existentes, de concepção e de dimensionamento de soluções de poluição Nascimento e Heller (2005).

## 2 Descrição do problema

O rio Coxipó tem sua nascente na Área de Proteção Ambiental e Chapada dos Guimarães, próxima à estrada que vai para localidade de Água Fria, com altitude aproximada de 868 metros, a noroeste da cidade de Chapada dos Guimarães – MT, junto a Serra de Atmã. Apresenta duas características hidráulicas: rio de planalto e de planície pantaneira Rocha (2003).

No município de Cuiabá drena vários bairros e finalmente, deságua no rio Cuiabá (ver Figura 1).

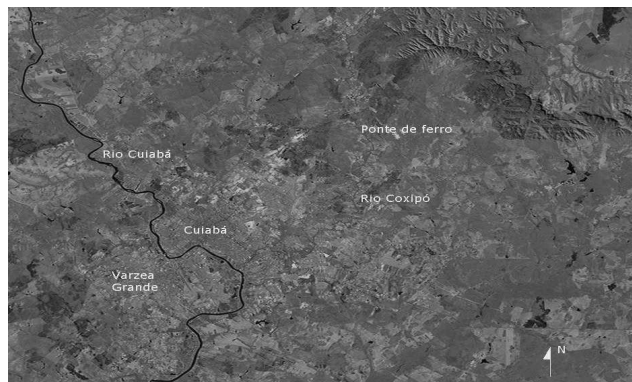


Figura 1: Localização da área de estudo, fonte: EMBRAPA (2007).

Com base nas condições hidrológicas e de descargas de efluentes no trecho do rio, que vai desde a Ponte de Ferro até a foz no Rio Cuiabá, foi construído o modelo matemático que descreve o processo de contaminação nesta parte do rio Coxipó/MT. O presente estudo corresponde a um trecho do rio numa região de concentração urbana, onde o rio recebe esgoto doméstico, em parte sem nenhum tratamento prévio, com um percurso total de aproximadamente 35 km, em que drena vários bairros.

No sentido de avaliar a qualidade da água no rio Coxipó, Almeida Filho (2002) analisou as variáveis: precipitação, cor aparente, turbidez, pH, alcalinidade e coliformes totais. A variável coliforme total, no perímetro urbano, apresentou em 87,5% dos valores, acima do estabelecido pela resolução CONAMA 20/86 (Conselho Nacional do Meio Ambiente).

De acordo com Melo e Cunha (2006), constatou-se uma carência de estudos específicos dos recursos hídricos neste local, bem como de investimentos para recuperação e monitoramento dos mananciais dessa região.

Cunha e Ferreira (2006), defende que o restabelecimento do equilíbrio do meio aquático por mecanismos essencialmente naturais, passa pela predominância do tipo de transporte, no meio aquático, como e quando, a carga poluidora é lançada.

Com base neste contexto é que se propõe o presente estudo, que envolve a construção de um modelo matemático, para descrever o processo de dispersão de poluentes neste trecho do rio.

## 2.1 O modelo matemático

O modelo matemático foi desenvolvido para estudar a dispersão de poluentes no trecho do rio descrito anteriormente. No modelo, consideraremos os fenômenos de difusão efetiva, transporte advectivo, os fenômenos de decaimento global e as fontes poluidoras.

Chamando de  $C(x, y, t)$  a concentração de esgoto (em ppm) no ponto  $(x, y)$  para o instante  $t$ , com  $(x, y, t) \in \Omega \times (0, T]$ , o modelo pode ser descrito genericamente por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\text{difusão} - \text{advecção} - \text{decaimento} + \text{fonte, onde:}$$

difusão =  $\text{div} [-\alpha \nabla C]$ , (cf. Okubo (1980));

transporte =  $\text{div} [\vec{V}C]$ , (cf. Edelstein-Keshet (2005));

decaimento =  $\sigma C$ , (cf. Bassanezi e Jr. (1988)); e  
 fonte =  $f_i(x_i, y_i)$ , (cf. Carreras e Menéndez (1990)).

Dessa forma, a equação evolutiva que modela a concentração de esgoto, denominada equação de transporte, é dada por:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\text{div}(-\alpha \nabla C) - \text{div}(\vec{V}C) - \sigma C + f. \quad (1)$$

onde,

$\alpha$  = é a constante de difusibilidade efetiva no meio aquático;

$\vec{V}$  = é o campo de velocidades do meio aquático;

$\sigma$  = é a taxa de decaimento global no meio aquático e

$f$  será dada pelas condições de contorno, através das descargas de efluentes.

Nesta primeira abordagem vamos considerar fontes pontuais em apenas três pontos de descarga que são os córregos: Tijuca (A), aproximadamente a 20 km do ponto inicial do trecho do rio em estudo, Castelhana (B), aproximadamente a 24 km e Moinho (C), aproximadamente a 28 km, conforme a Figura 2, a seguir.

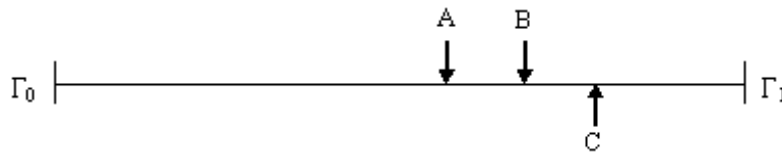


Figura 2: Descrição do domínio do modelo unidimensional.

Na fronteira  $\Gamma_0$  ( $x = 0$ ), vamos considerar que no ponto inicial do trecho do rio em estudo o nível de poluentes é zero, representada pela condição (2) a seguir; em  $\Gamma_1$  ( $x = 35$  km), indicando a foz do rio Coxipó, a passagem de poluente é representada pela condição (3).

Assim, as condições de contorno para o domínio  $\Omega$  (onde,  $\partial\Omega = \Gamma_0 \cup \Gamma_1$ ), serão:

$$C|_{\Gamma_0} = 0 \quad (2)$$

e

$$-\alpha \left. \frac{\partial C}{\partial \eta} \right|_{\Gamma_1} = \beta C_f \quad (3)$$

sendo  $\beta$  a permeabilidade na jusante e  $C_f$  a concentração de poluente no nó final.

Desta forma, as equações (1-3) representam o modelo unidimensional para o fenômeno de dispersão de esgoto neste trecho do rio Coxipó, em sua formulação clássica. A seguir, passaremos à formulação variacional para este modelo.

## 2.2 Formulação variacional

O objetivo da formulação variacional da formulação clássica é conseguir uma outra formulação das equações (1-3), propondo uma solução denominada solução fraca, introduzindo as derivadas no sentido de distribuições, que no campo variacional, hilbertiano, possibilita obter com maior simplicidade os resultados de existência e unicidade de solução, a ser procurada num espaço de funções conveniente.

O processo para obtenção da formulação variacional é desenvolvido da seguinte forma:

- Considerar as derivadas de (1) no sentido das distribuições;
- Efetuar o produto interno de cada termo das equações por uma função  $v$ , denominada função teste, sendo esta pertencente a um subespaço conveniente de

$H^1(\Omega) = \{v(x) \in L^2(\Omega) : \frac{\partial v}{\partial x} \in L^2(\Omega)\}$ , que será denotado por  $A$ , onde  $L^2$  é o espaço das funções de quadrado integrável, no sentido de Lebesgue.

Em  $A$ , o produto interno é definido da seguinte forma:

$$(f|g)_\Omega := \int_{\Omega} f \cdot g \, d\mu \quad (4)$$

$$\left(\vec{f} \parallel \vec{g}\right)_\Omega := \int_{\Omega} \vec{f} \cdot \vec{g} \, d\mu \quad (5)$$

As soluções  $C(x, t)$ , serão procuradas em  $V$  dado por:

$$V = \left\{ v \in L^2[(0, T] \times A) : \frac{\partial v}{\partial t} \in L^2[(0, T] \times A) \right\}$$

Na equação (1) considera-se  $f = f_p$ , já que as fontes poluidoras serão consideradas através das descargas em alguns dos pontos do domínio.

Multiplicando os termos de (1) por uma função teste não-nula e integrando no sentido de Lebesgue, obtemos a formulação variacional de (1), dada por:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial C}{\partial t} \nu d\mu &= \int_{\Omega} -\operatorname{div}(-\alpha \nabla C) \nu d\mu - \int_{\Omega} \operatorname{div}(\vec{V} C) \nu d\mu \\ &\quad - \int_{\Omega} \sigma C \nu d\mu + \int_{\Omega} f_p \nu d\mu \end{aligned} \quad (6)$$

No meio aquático o coeficiente de difusão tem sido considerado como constante Carreras e Menéndez (1990). Assim, a equação (6) torna-se:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial C}{\partial t} \nu d\mu &= \alpha \int_{\Omega} \Delta C \nu d\mu - \int_{\Omega} \operatorname{div}(\vec{V} C) \nu d\mu \\ &\quad - \int_{\Omega} \sigma C \nu d\mu + \int_{\Omega} f_p \nu d\mu \end{aligned} \quad (7)$$

Considerando que o campo vetorial que descreve a velocidade de transporte no meio aquático, o campo  $\vec{V}$  é dado por  $\vec{V} = V_x$  (constante), onde  $V_x$  é a velocidade da correnteza do rio na direção longitudinal. Daí, a equação (7) resulta em:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial C}{\partial t} \nu d\mu - \alpha \int_{\Omega} \Delta C \nu d\mu + V_x \int_{\Omega} \frac{\partial C}{\partial x} \nu d\mu \\ + \sigma \int_{\Omega} C \nu d\mu &= \int_{\Omega} f_p \nu d\mu \end{aligned} \quad (8)$$

Agora, usando a primeira identidade de Green Iório Jr. e Iório (1988), no segundo termo do lado esquerdo de (8), vem:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial C}{\partial t} \nu d\mu + \alpha \int_{\Omega} \nabla C \cdot \nabla \nu d\mu - \alpha \int_{\partial\Omega} \frac{\partial C}{\partial \eta} \nu d\mu + V_x \int_{\Omega} \frac{\partial C}{\partial x} \nu d\mu + \sigma \int_{\Omega} C \nu d\mu = \int_{\Omega} f_p \nu d\mu \quad (9)$$

Lembrando que as condições de contorno são dadas por (2) e (3), que levadas em (9), resulta em:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial C}{\partial t} \nu d\mu + \alpha \int_{\Omega} \nabla C \cdot \nabla \nu d\mu + \beta \int_{\partial\Omega} C_f \nu d\mu + V_x \int_{\Omega} \frac{\partial C}{\partial x} \nu d\mu + \sigma \int_{\Omega} C \nu d\mu = \int_{\Omega} f_p \nu d\mu \quad (10)$$

Por fim, usando as notações de produto interno dadas por (4) e (5), a equação (10) pode ser escrita na forma:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial C}{\partial t} \middle| v \right)_{0;\Omega} + \alpha (\nabla C \parallel \nabla v)_{0;\Omega} + V_x \left( \frac{\partial C}{\partial x} \middle| v \right)_{0;\Omega} + \sigma (C \mid v)_{0;\Omega} \\ = -\beta \langle C \mid v \rangle_{0;\Gamma_i} + (f_p \mid v)_{0;\Omega} \end{aligned} \quad (11)$$

Na equação (1) aparecem derivadas de segunda ordem no sentido clássico, enquanto na equação (10) tem apenas derivadas de primeira ordem, no sentido de distribuições, da solução de  $C(x, t)$ .

Desta forma, passando da formulação clássica (1–3) para a formulação variacional (11), tornam-se fracas as hipóteses de regularidade da solução, o que proporciona um aumento da classe de funções possíveis para a solução do problema.

Foi verificada a condição de existência e unicidade de solução para a formulação variacional de acordo com o Teorema de Lions Lions (1961).

### 2.3 Discretização do modelo

Garantida a existência e unicidade da solução do problema variacional (11), foi feita a discretização espacial, via método de Galerkin, que é uma técnica geral para construção de aproximações da solução de um problema de valor de contorno, que envolve a divisão do domínio da solução num número finito de subdomínios simples (os Elementos Finitos) e usando conceitos variacionais, se constrói uma aproximação da solução sobre a coleção de Elementos Finitos Becker et al. (1981).

Para a discretização da variável temporal, optou-se por um método implícito com diferenças centradas (no caso, Crank-Nicolson), de modo a transformar a equação diferencial que modela o fenômeno em estudo, num sistema de equações algébricas, implicitamente definido, como em Ervin e Heuer (2003).

Denotando por  $V_h$  o subespaço de  $V$  gerado pelas  $N_h$  funções de  $\varphi_i$  (chamadas de funções base), e  $\forall v_h \in V_h$  temos:

$$v_h = \sum_{i=1}^{N_h} v_i(t) \varphi_i(x)$$

Deste modo, considerando o subespaço  $V_h$  de  $V$  e a notação usada em Lions (1961), a equação diferencial parcial (11) pode ser reescrita na forma da seguinte EDO:

$$\left( \hat{A}(t; C_h) \mid v_h \right)_{0;\Omega} + \left( \frac{\partial C_h}{\partial t} \mid v_h \right)_{0;\Omega} = -\beta \langle C_f \mid v_h \rangle_{0;\Gamma_0} + (f \mid v_h)_{0;\Omega} \quad (12)$$

$$\forall v_h \in V_h, \forall t \in (0, T]$$

o que, mediante as escolhas de  $A_{ij}$ ,  $A_i$  e  $A_0$ , dadas por:

$$A_{ij} = \begin{cases} \alpha, & \text{se } i = j; \\ 0, & \text{se } i \neq j; \end{cases} \quad A_i = \{V_x, \text{ se } i = 1; A_0 = \sigma.$$

nos fornece a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \left( \frac{dC}{dt} \varphi_j \mid \varphi_i \right)_{0;\Omega} + \alpha \sum_{j=1}^{N_h} C_j (\nabla \varphi_j \mid \nabla \varphi_i)_{0;\Omega} + V_x \sum_{j=1}^{N_h} C_j \left( \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \mid \varphi_i \right)_{0;\Omega} \\ + \sigma \sum_{j=1}^{N_h} C_j (\varphi_j \mid \varphi_i)_{0;\Omega} = (f \mid \nu)_{0;\Omega} - \beta (C_{N_h} \mid \varphi_i)_{\Gamma_1} \end{aligned} \quad (13)$$

O passo seguinte é o da discretização da variável temporal, pelo método de Crank-Nicolson, com diferenças centradas em  $t_n + \frac{\Delta t}{2}$ , fazendo as seguintes aproximações:

$$\frac{dC_j}{dt} \left( t_n + \frac{\Delta t}{2} \right) \cong \frac{C_j^{n+1} - C_j^n}{\Delta t}, \text{ onde } C_j^{n+1} = C_j(t_{n+1}) \quad (14)$$

e

$$C_j \left( t_n + \frac{\Delta t}{2} \right) \cong \frac{C_j^{n+1} + C_j^n}{2} \quad (15)$$

Daí, levando (14) e (15) em (13), obtemos um sistema de equações lineares algébricas, que multiplicando por  $\Delta t$  e separando em relação aos coeficientes  $C_j^{n+1}$  e  $C_j^n$ , resulta em:

$$AC^{(n+1)} = BC^{(n)} + d^{n+\frac{1}{2}} \quad (16)$$

dado  $C^0$ , onde

$$a_{ij} = \left( 1 + \frac{\sigma \Delta t}{2} \right) (\varphi_j \mid \varphi_i)_{0;\Omega} + \frac{\alpha \Delta t}{2} (\nabla \varphi_j \mid \nabla \varphi_i)_{0;\Omega} + \frac{V_x \Delta t}{2} \left( \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \mid \varphi_i \right)_{0;\Omega}$$



$$b_{ij} = \left(1 - \frac{\sigma \Delta t}{2}\right) \left(\varphi_j \middle| \varphi_i\right)_{0;\Omega} - \frac{\alpha \Delta t}{2} \left(\nabla \varphi_j \middle| \nabla \varphi_i\right)_{0;\Omega} - \frac{V_x \Delta t}{2} \left(\frac{\partial \varphi_j}{\partial x} \middle| \varphi_i\right)_{0;\Omega}$$

e

$$d_i^{n+\frac{1}{2}} = \Delta t (f | \varphi_i)_{0;\Omega} - \beta \Delta t \langle C_N | \varphi_i \rangle_{0;\Gamma_1}$$

A ordem das aproximações temporais é, localmente,  $\mathcal{O}(\Delta t^2)$ .

A escolha das funções teste  $\varphi_i$  será a de elementos finitos, com funções base  $\{\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_{N_h}(x)\}$  definidas globalmente, lineares por partes, satisfazendo a seguinte condição:

$$\varphi_i(x_j) = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

onde  $x_j$  são as coordenadas do  $j$ -ésimo nó na malha.

### 3 Resultados e discussão

Para o coeficiente de difusão, em Carreras e Menéndez (1990) encontramos para esgoto o valor de 0,23 km<sup>2</sup>/h. Esse dado foi obtido através de um arremesso gerado por uma descarga de esgoto, na cidade de Buenos Aires, no rio da Prata, utilizando uma técnica executada no sistema computacional MANCHAS.

Além disso, na dissertação de mestrado Rocha (2003), foi possível encontrar a média das velocidades entre dois pontos intermediários do trecho considerado, P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>, onde P<sub>1</sub> está localizado a aproximadamente 18 km do ponto inicial e P<sub>2</sub> a aproximadamente 31 km do ponto inicial.

Nos dados apresentados para a velocidade em Rocha (2003), a média anual das velocidades para os pontos P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>, durante o ano de 2001, no mês de julho, mês considerado de estação seca, foi obtida a menor média das velocidades entre os dois pontos 1,7 km/h e no mês de dezembro a maior média das velocidades entre os dois pontos, que foi de 3,0 km/h.

Os parâmetros de decaimento global ( $\sigma$ ) e permeabilidade na fronteira ( $\beta$ ), foram estimados aleatoriamente, já que não foram encontrados na literatura.

Os pontos de descarga considerados para as simulações estavam entre os pontos  $P_1$  e  $P_2$ . Foram feitas simulações de cenários apresentadas nos gráficos adiante, para funções lineares, nesta primeira abordagem.

Nas simulações foi considerado o mesmo nível de descarga de esgoto para os córregos Tijuca (A) e Castelhana (B). Para o córrego do Moinho (C) foi considerado um nível maior de descarga, pois seu curso atravessa uma concentração urbana mais densa e drena um número significativo de bairros.

Os valores atribuídos aos parâmetros para as simulações estão na Tabela 1, a seguir. onde  $\alpha$  é o coeficiente de difusão,  $\sigma$  é o coeficiente de decaimento global,  $V$

Tabela 1: Parâmetros utilizados na simulação dos cenários.

Parâmetro	Estação seca	Estação chuvosa	Unidades
	Valores	Valores	
$\alpha$	0,23	0,23	Km <sup>2</sup> /h
$\sigma$	0,15	0,15	h <sup>-1</sup>
$V$	1,7	3,0	Km/h
$\beta$	0,1	0,1	Km/h

é a velocidade do rio e  $\beta$  é a permeabilidade na foz do rio.

Para a discretização, os valores dos parâmetros utilizados foram  $\Delta x = 0,0219$  Km e  $\Delta t = 0,005$  horas, tanto para a estação seca quanto chuvosa.

Nas simulações dos cenários 1 e 2 (estação seca e estação chuvosa, respectivamente), para a distribuição de concentração de esgoto ao longo do rio, em quatro instantes de tempo (Figuras 3 e 4), na estação chuvosa observa-se uma dispersão mais rápida e um menor nível de concentração de esgoto, durante os tempos considerados. Este resultado é compatível com o esperado, tendo em vista que a velocidade da correnteza é maior nesse período, levando a um processo de autodepuração pelo rio.

Considerando o tempo  $t = 1$  hora, tanto para estação seca como para a estação chuvosa, a concentração maior ainda está localizada nas proximidades dos pontos de descarga. A partir do tempo  $t = 2$  horas há uma dispersão mais significativa, com um nível de concentração de esgoto crescente no decorrer do tempo.

Para as estações seca e chuvosa, os cenários nas simulações que descrevem o processo evolutivo da concentração de esgoto, em quatro nós distintos ao longo do

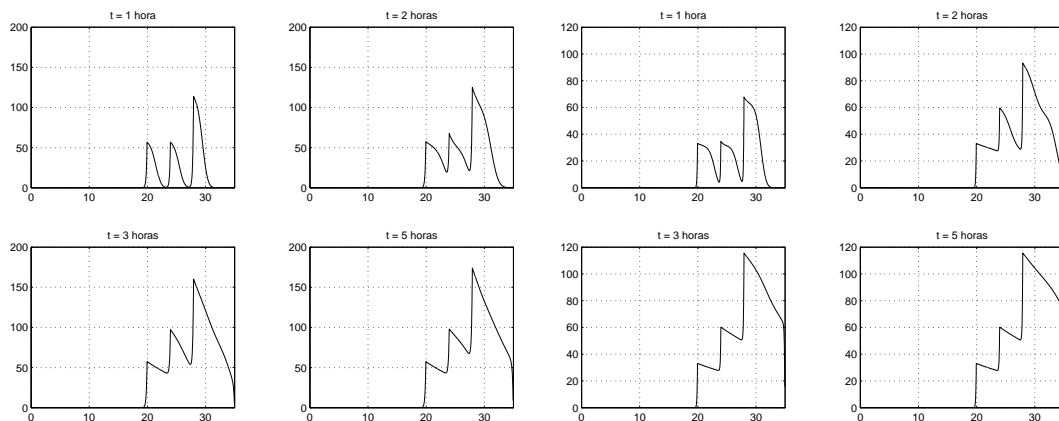


Figura 3: Simulação do cenário 1 – distribuição da concentração de esgoto ao longo do rio, para quatro instantes de tempo (estação seca).

Figura 4: Simulação do cenário 2 – distribuição da concentração de esgoto ao longo do rio, para quatro instantes de tempo (estação chuvosa).

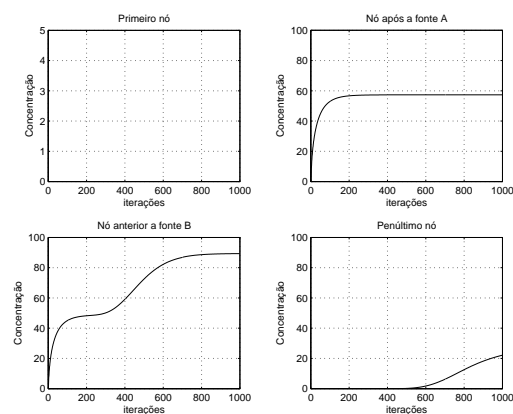


Figura 5: Simulação do cenário 1 – processo evolutivo da concentração de esgoto, ao longo do tempo, para quatro nós distintos (estação seca).

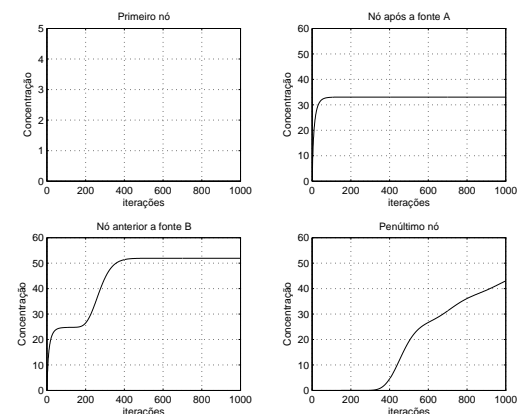


Figura 6: Simulação do cenário 2 – processo evolutivo da concentração de esgoto, ao longo do tempo, para quatro nós distintos (estação chuvosa).

tempo, observa-se que no primeiro ponto o nível de concentração é praticamente nulo. Nos pontos antes da fonte B, tanto para estação seca (Figura 5) como para

estação chuvosa (6), nas primeiras iterações o nível de concentração é crescente, estabilizando em seguida. Nos pontos posteriores à fonte B o nível de concentração de esgoto é crescente no decorrer das iterações. No último nó, o nível de concentração foi nulo para as primeiras iterações, tornando-se crescente em seguida (ver Figuras 5 e 6). Porém, o nível de concentração para as iterações consideradas, para todos os nós, foi menor na estação chuvosa.

## 4 Conclusões

Nas simulações dos cenários descritos a velocidade da correnteza do rio influenciou no processo de dispersão de esgoto para o trecho em estudo. No estudo apresentado em Becker et al. (1981) sobre o rio Coxipó, foram analisadas algumas variáveis que influenciam na qualidade da água, onde o autor concluiu que na estação chuvosa, em que a velocidade da correnteza do rio é maior, predominou uma tendência decrescente das variáveis analisadas, destacando decréscimos de 12,91% na variável cor aparente, 23% na turbidez e de 65,58% para os coliformes totais, o mostra uma boa aproximação com os resultados obtidos nas simulações, para os coliformes totais.

Com base nos resultados obtidos nas simulações dos diferentes cenários, pode-se concluir que o código elaborado se mostrou eficaz para os parâmetros de velocidade encontrados na literatura e o coeficiente de difusão considerado, de modo a simular o transporte de poluentes no trecho do rio.

Desta forma, acreditamos que o modelo e o código numérico sejam ferramentas úteis, no sentido de permitir um diagnóstico do processo de dispersão de esgoto, auxiliando os órgãos de gestão ambiental na tomada de decisão para a adoção de políticas preventivas ou saneadoras, que minimizem o processo de contaminação das águas do rio através de esgoto.

## 5 Agradecimentos

Ao Ms. José Pedro Garcia Rocha, Departamento de Engenharia Sanitária da Universidade Federal de Mato Grosso, pela contribuição dos dados utilizados para a realização do presente estudo. Aos professores Dra. Rosane <sup>o</sup> Ferreira e Dr. Sérgio

R. Paulo, pelas valiosas sugestões na finalização deste estudo.

## Referências

- Almeida Filho, J. M. (2002). A relação do uso da ocupação do solo na qualidade superficial na bacia do rio coxipó. Dissertação de Mestrado, Mestrado em Planejamento Ambiental, COPPE–UFRJ, R. Janeiro.
- Bassanezi, R. C. e Jr., W. C. F. (1988). *Equações diferenciais com aplicações*. Ed. Harbra, São Paulo.
- Becker, E. B., Carey, G. F., e Oden, J. T. (1981). *Finite elements: an introduction*, volume 1. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs.
- Carreras, P. E. e Menéndez, A. N. (1990). Mathematical simulation of pollutant dispersion. *Ecological Modelling*, 52:29–40.
- Cunha, C. L. N. e Ferreira, A. P. (2006). Modelagem matemática para avaliação dos efeitos dos despejos orgânicos nas condições sanitárias de águas ambientais. *Cadernos de Saúde Pública*, 22(8):1715–1725.
- Edelstein-Keshet, L. (2005). *Mathematical models in biology*. SIAM, Philadelphia.
- EMBRAPA (2007). O Brasil visto do espaço, Carta sd-21-z-c-v, Mapas mt27\_27, mt\_37\_28, mt38\_27 e mt38\_28. Disponível em: [http://www.cdbrasil.cnpm.embrapa.br/mt/html/mt19\\_13.htm](http://www.cdbrasil.cnpm.embrapa.br/mt/html/mt19_13.htm), Acesso em: 10/05/2007.
- Ervin, V. J. e Heuer, N. (2003). Approximation of time-dependent, viscoelastic fluid flow: Crank-nicolson, finite element approximation. *Numer. Methods for Partial Differential Equations*, 20:248–283.
- Iório Jr., R. J. e Iório, V. (1988). *Equações diferenciais parciais: Uma introdução*. IMPA, CNPq, Rio de Janeiro.
- Lions, J. L. (1961). *Equations différentielles opératorielles*. Springer, N. York.

- Melo, D. C. R. e Cunha, M. A. C. (2006). Estudos hidrológicos para informação do meio físico na região de cuiabá, várzea grande e entorno. Disponível em: [www.cprm.gov.br/rehi/simposio/go/ESTUDOS%20HIDROLOGICOS%20PARA%20INFORMACAO%20DO%20MEIO%20FISICO%20NA%20R](http://www.cprm.gov.br/rehi/simposio/go/ESTUDOS%20HIDROLOGICOS%20PARA%20INFORMACAO%20DO%20MEIO%20FISICO%20NA%20R), Acesso em: 15/11/2006.
- Nascimento, N. O. e Heller, L. (2005). Ciência, tecnologia e inovação na interface entre áreas de recursos hídricos e saneamento. *Engenharia Sanitária e Ambiental*, 10(1):36–48.
- Okubo, A. (1980). *Diffusion and ecological problems: Mathematical models*. Springer, Berlin.
- Rocha, J. P. (2003). Avaliação das ações antrópicas no meio físico a partir dos impactos sedimentológicos na bacia do rio coxipó. Dissertação de Mestrado, Mestrado em Engenharia Ambiental, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.