BIOMATEMÁTICA ***XIII*** *(2003) 85–89*
Uma Publicação do Grupo de Biomatemática IMECC – UNICAMP

Controle Fuzzy Aplicado à Biomatemática

L. C. Barros[1], R. C. Bassanezi[2],
DMA, IMECC–UNICAMP, 13.083-970 – Campinas, SP.

R. S. M. Jafelice[3],
Matemática, UFU, 38.408-100 – Uberlândia, MG.

Resumo. Os modelos de Biomatemática para se estudar a AIDS (Síndrome da Imunodeficiência Adquirida) são, via de regra, dados por um sistema de equações diferenciais. Nos modelos clássicos para se estudar a evolução da população HIV positivo para a manifestação da AIDS, a taxa de conversão (λ) é um parâmetro obtido por métodos estatísticos. Nosso interesse aqui é usar a teoria fuzzy para avaliar esta taxa a partir de conhecimentos de especialistas.

Palavras-chave: *Epidemiologia, Conjunto Fuzzy, Equações Diferenciais, Controlador Fuzzy.*

1. Introdução

Nos últimos anos a AIDS (Síndrome da Imunodeficiência Adquirida) tornou-se um problema de saúde pública. O interesse de pesquisadores no seu estudo tem crescido consideravelmente. Os modelos em Biomatemtica são, via de regra, dados por um sistema de equações diferenciais. Nos modelos clássicos mais simples para se estudar a evolução da população HIV positivo para a manifestação da AIDS, considera-se a taxa de conversão constante (λ) a qual é obtida por métodos estatísticos. No entanto, o estudo da AIDS por parte de especialistas da área de saúde leva em conta dois parâmetros: a carga viral v e a concentração de CD4+ dos indivíduos soropositivo, para a partir daí, indicar alguma política de controle. O CD4+ é o principal linfócito T que o retrovírus HIV ataca ao atingir o sangue humano.

Na tentativa de tornar os modelos clássicos mais realistas temos procurado incorporar opiniões de especialistas e, uma delas é supor que a taxa de conversão de indivíduos assintomático para sintomático, varia de indivíduo para indivíduo, o que nos levou a adotar $\lambda = \lambda(v, CD4+)$. Desta forma, passa a ter um significado biológico.

[1] laeciocb@ime.unicamp.br
[2] rodney@ime.unicamp.br
[3] rosanam@dca.fee.unicamp.br

Por outro lado, para diagnosticar o estágio da doença e quando utilizar a terapia retroviral, as informações utilizadas são lingísticas, tanto para v como para CD4+ e também para: alto, baixo, médio, dentre outros.

Para tratar matematicamente os aspectos vagos destas informações temos utilizado a Teoria dos Conjuntos Nebulosos (ou fuzzy) formalizada por Zadeh (Zadeh, 1965).

2. Metodologia

Considere uma população cuja densidade de soropositivos no instante t é $x(t)$ e a de aidéticos é $y(t)$. Um modelo simples, sem tratamento e sem considerar a morte, para descrever a evolução do número de indivíduos aidéticos pode ser dado pelo sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} &= -\lambda(v, CD4+)x \\ \frac{dy}{dt} &= \lambda(v, CD4+)(1-y), \end{cases} \tag{2.1}$$

com $x(0) = 1$, $y(0) = 0$ e, $x + y = 1$, cuja solução é

$$x(t) = Exp(-\lambda(v, CD4+)t, y(t) = 1 - Exp(-\lambda(v, CD4+)t.$$

Assim, para se conhecer x(t) é necessário avaliar a taxa de transferência $\lambda = \lambda(v, CD4+)$. Embora dependa de v e de CD4+, nós não sabemos, a princípio, expressar essa dependndcia matematicamente, já que as informações sobre v e CD4+ são lingísticas e não numéricas. Utilizamos então a Teoria dos Conjuntos Nebulosos(fuzzy), mais especificamente, Teoria de Controle Fuzzy para fazer a avaliação de . A partir das informações biológicas (portanto qualitativas) de v e CD4+, apelamos para os Controladores Fuzzy do tipo Mamdani que tem o seguinte esquema:

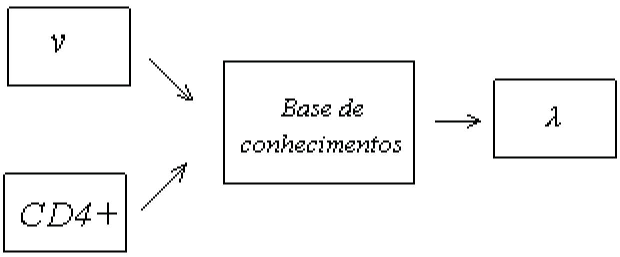

Figura 1: Esquema de controle fuzzy.

No esquema acima a base de conhecimentos é traduzida por um conjunto de regras fuzzy as quais desempenham o papel de uma função matemática para obter . Juntamente com especialistas da AIDS, obtemos a seguinte base de regras fuzzy:

1.Se v é baixa e CD4+ é baixo então é alta.
2.Se v é baixa e CD4+ é médio então é média.
3.Se v é baixa e CD4+ é alto então é baixa.

4.Se v é média e CD4+ é baixo então é alta.
5.Se v é média e CD4+ é médio então é média.
6.Se v é média e CD4+ é alto então é baixa.
7.Se v é alta e CD4+ é baixo então é alta.
8.Se v é alta e CD4+ é médio então é média.
9.Se v é alta e CD4+ é alto então é média.

Agora, cada um dos adjetivos como baixo, médio e alto, são modelados matematicamente por um conjunto fuzzy através de sua função de pertinência (μ) que também é obtida junto aos especialistas. Para o nosso caso específico as funções de pertinências são do tipo gaussianas.

O método de Mamdani agrega as regras através do operador lógico OU, que é modelado pelo operador matemático máximo ($\vee$) e, em cada regra, os operadores lógicos E e ENTÃO são modelados pelo operador mínimo ($\wedge$). Para ilustrar o método vamos usar apenas duas regras genéricas, do tipo daquelas que aparecem em nossa base de regras, cada uma com duas entradas e uma saída (Figura2).

R_1 : Se é A_1 e é B_1 então é C_1
R_2 : Se é A_2 e é B_2 então é C_2.

A saída geral, $\bar{z}$, do método é dada pela defuzzificação (espécie de média) da saída fuzzy obtida a partir dos operadores lógicos descritos acima. No nosso caso usamos a defuzzificação do centro de massa que é

$$\bar{z} = \frac{\int z\mu(z)dz}{\int \mu(z)dz}$$

Embora o acompanhamento médico baseie-se nas medidas feitas para v e CD4+, é sabido que, sem tratamento, há uma correlação entre v e CD4+. Mais ainda, que quanto maior é a carga viral, menor é o nível de CD4+. Da literatura sabemos que $CD4+(v) = \lambda_0 + a.e^{-v}$, onde λ_0 é a produção diária de CD4+ e a é a quantidade de CD4+ presente no organismo, de maneira que podemos tomar $\lambda = \lambda(v)$. Com a metodologia de controladores fuzzy indicada acima, obtemos a taxa de transferência como função da carga viral (ver Figura3).

3. Discussão e Conclusões

A teoria fuzzy, tal como a conhecemos hoje, surgiu com o propósito de fazer com que computadores pudessem armazenar não só dígitos mas também conceitos vagos, como um pouco mais, aproximadamente, etc. Para tanto, adotou-se atribuir um valor entre *zero* e *um* para indicar o quanto um dado é "fiel"ao conceito que pretende-se programar. O primeiro conceito que tivemos na teoria fuzzy foi o de conjunto fuzzy. Tal conceito foi obtido a partir da função característica de um conjunto, cuja imagem está em $\{0, 1\}$. Permitindo uma espécie de relaxamento no conjunto imagem da função característica de um conjunto é que foi formalizado matematicamente o conceito de conjunto fuzzy Zadeh (1965) caracterizou

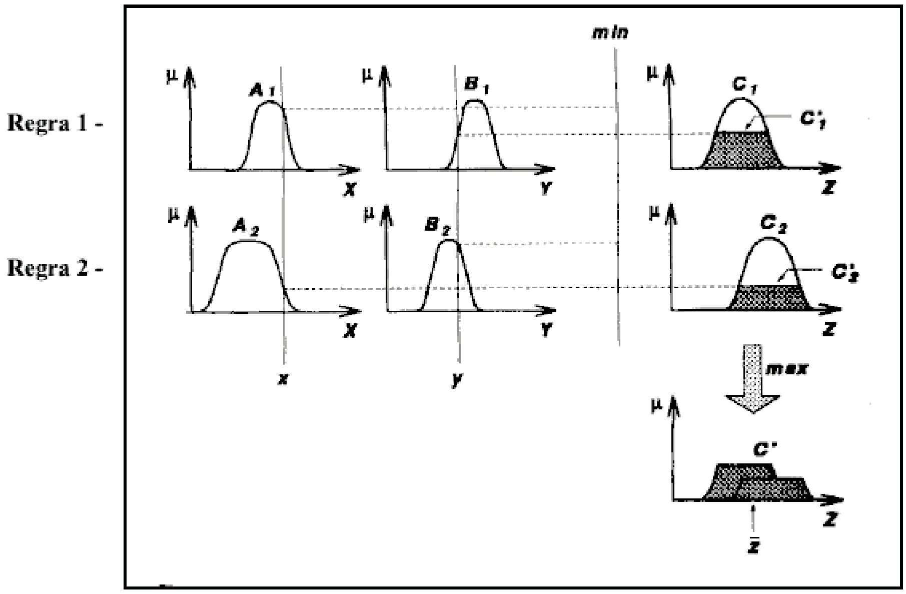

Figura 2: Método de Mamdani com composição min/max.

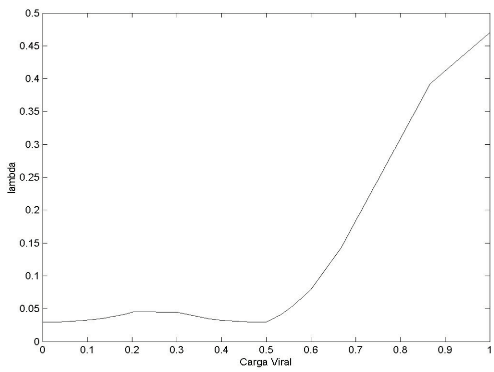

Figura 3: taxa de transferência em função da carga viral v.

um conjunto fuzzy F por uma função μ, chamada função de pertinência do conjunto fuzzy F, permitindo que sua imagem possa assumir qualquer valor no intervalo $[0, 1]$. O número $\mu(x)$ indica o grau com que o elemento x de um universo U está no conjunto fuzzy F. Os valores $\mu(x) = 0$ e $\mu(x) = 1$ representam, respectivamente, a não pertinência e a pertinência completa de x ao conjunto fuzzy F. Assim, um conjunto clássico é um particular conjunto fuzzy cuja função de pertinência é sua função característica. Por meio das funções de pertinência é que se torna possível o armazenamento e a manipulação de informações vagas e assim, sistemas computacionais adquirem capacidade de lidar com informações expressas numa linguagem natural. Segundo especialistas na área de Ciência da Computação, esta flexibilidade torna os sistemas de controle fuzzy mais robustos que aqueles baseados na lógica clássica tradicional. Atualmente a teoria fuzzy tem sido largamente aplicada nas mais diversas áreas, como pode ser verificado em (Ribacionka, 1999) ou (Gomide e Pedrycz, 1998). Em medicina, os primeiros trabalhos foram em diagnóstico médico. Um exemplo de aplicação em diagnóstico médico pode ser encontrado em (Barros e Bassanezi, 2001). Em (Jafelice et al., 2002) e (Ortega, 2001) o leitor pode encontrar diversas aplicações em medicina e epidemiologia em geral. Nossas aplicações da teoria fuzzy em Biomatemática têm mostrado resultados bastante satisfatórios, como o obtido aqui neste pequeno trabalho, onde a avaliação do parmetro foi feita a partir de informações biológicas as quais foram expressas numa linguagem natural.

Referências

Barros, L. C. e Bassanezi, R. C. (2001). *Introdução à Teoria Fuzzy - Aplicações em Biomatemática*. IMECC-UNICAMP, Campinas.

Gomide, F. e Pedrycz, W. (1998). *An Introduction to Fuzzy Sets-Analysis and Design*. MIT, New York.

Jafelice, R. S. M., Barros, L. C., Bassanezi, R. C., e Gomide, F. (2002). *Modelos Epidemiológicos com parâmetros subjetivos*. FEEC-Unicamp, Campinas. Relatório TécnicoDCA-001.

Ortega, N. R. S. (2001). *Aplicação da Teoria de Lógica Fuzzy a Problemas da Biomedicina*. Tese de Doutorado, Programa de Física, USP, São Paulo.

Ribacionka, F. (1999). Sistemas computacionais baseados em lógica fuzzy. Tese de Mestrado, Programa de Engenharia Elétrica, Universidade Mackenzie, São Paulo.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8:338–353.