

# Abordagem Fuzzy na Dinâmica de Populações de Dípteros Califorídeos

M. J. P. Castanho<sup>1</sup>,  
DEMAT, UNICENTRO, Guarapuava, PR.

K. F. Magnago<sup>2</sup>,  
IMECC–UNICAMP, 13.083-970 – Campinas, SP.

R. C. Bassanezi<sup>3</sup>,  
DMA, IMECC–UNICAMP, 13.083-970 – Campinas, SP.

**Resumo.** Uma abordagem alternativa, utilizando os conceitos subjetivos da teoria fuzzy, é proposta para investigar a dinâmica de populações acopladas de moscas varejeiras. Parâmetros vitais como fecundidade, sobrevivência e taxa de migração são modeladas por subconjuntos fuzzy.

**Palavras-chave:** *Populações acopladas; Sistemas baseados em regras fuzzy; Migração.*

## 1. Introdução

Modelos matemáticos determinísticos têm sido utilizados para analisar a dinâmica populacional de dípteros califorídeos, popularmente conhecidos como moscas varejeiras. Estes modelos consideram a dimensão espaço-temporal, ou seja, além das densidades populacionais em função do tempo, a estrutura espacial também é levada em conta.

Como não há ambientes naturais absolutamente previsíveis com relação aos recursos disponíveis para seus habitantes e como os organismos não respondem aos estímulos ambientais de forma homogênea, uma dimensão probabilística em modelos determinísticos foi incorporada por (Godoy, 2002) permitindo a flutuação dos valores de parâmetros essenciais para análise do crescimento populacional, como taxas de sobrevivência e fecundidade, além da taxa de migração que pode flutuar de acordo com a disponibilidade de recursos entre os habitats.

---

<sup>1</sup>zeza@dt.fee.unicamp.br

<sup>2</sup>magnago@ime.unicamp.br

<sup>3</sup>rodney@ime.unicamp.br

Uma outra opção para lidar com a subjetividade inerente ao processo de variação populacional é a utilização da teoria de conjuntos fuzzy, formalizada por (Zadeh, 1965). Neste trabalho, a fecundidade, a sobrevivência e a taxa de migração são modeladas por subconjuntos fuzzy e introduzidas no mesmo modelo determinístico utilizado por Godoy. Isso permite a flutuação desses parâmetros concordando com regras coerentes com o fenômeno biológico.

## 2. Modelo Matemático

Para investigar a dinâmica de populações de moscas varejeiras foi utilizado um modelo matemático dependente da densidade, para duas populações da mesma espécie, acopladas por migração, que incorpora o modelo de Prout & Mc Chesney (1985) ao modelo de Roughgarden (1998) (Godoy, 2002)

$$\begin{cases} N_{1,t+1} = \frac{1-m_1}{2} F_1 S_1 e^{-(f+s)N_{1,t}} N_{1,t} + \frac{m_2}{2} F_2 S_2 e^{-(f+s)N_{2,t}} N_{2,t} \\ N_{2,t+1} = \frac{m_1}{2} F_1 S_1 e^{-(f+s)N_{1,t}} N_{1,t} + \frac{1-m_2}{2} F_2 S_2 e^{-(f+s)N_{2,t}} N_{2,t} \end{cases} \quad (2.1)$$

onde  $1/2$  indica que metade da população é constituída de fêmeas adultas;  $N_{p,t}$  é o número de indivíduos na colônia  $p$ , no instante  $t$ ;  $F_p$ ,  $S_p$  e  $m_p$  são fecundidade, sobrevivência e taxa de migração, respectivamente, na colônia  $p$ ;  $f$  e  $s$  estimam a variação da fecundidade e da sobrevivência, respectivamente (Godoy, 2002).

Observou-se que as taxas de fecundidade, sobrevivência e migração dependem fortemente da população na colônia e do ambiente (recursos e fatores climáticos). Assim, os parâmetros  $F$ ,  $S$  e  $m$  foram considerados como variáveis linguísticas e foram estimados através de um sistema baseado em regras fuzzy.

## 3. Sistemas Baseados em Regras Fuzzy

Um sistema fuzzy é qualquer sistema cujas variáveis (ou pelo menos algumas delas) assumem valores como subconjuntos fuzzy. A figura 1 representa os componentes de um sistema baseado em regras fuzzy.

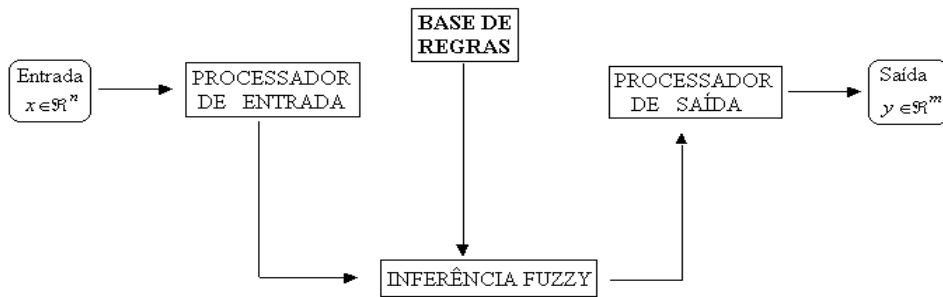


Figura 1: Arquitetura de sistemas baseado em regras fuzzy

As entradas do sistema são as variáveis lingüísticas *População* e *Ambiente* às quais foram atribuídos termos lingüísticos. Assim, a população de cada espécie foi classificada como pequena, média ou grande e o *Ambiente* como hostil, levemente desfavorável ou favorável. Estes termos foram modelados matematicamente por conjuntos fuzzy em seus respectivos domínios, conforme figuras 2 e 3.

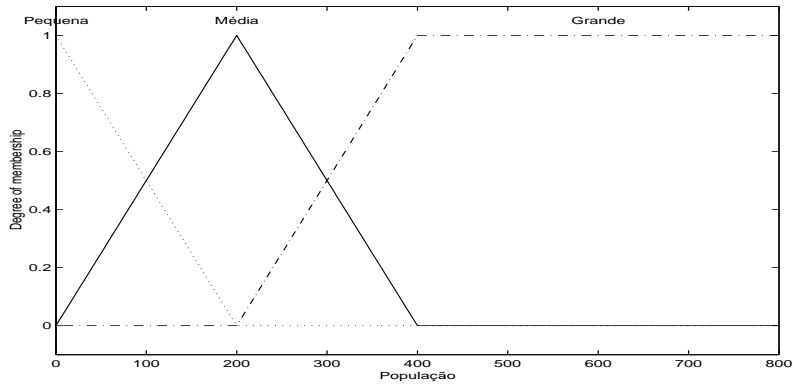


Figura 2: *População da Lucilia eximia*

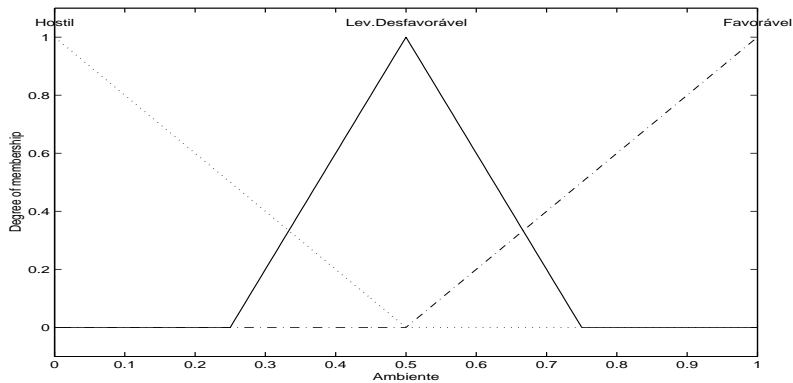


Figura 3: *Ambiente da Lucilia eximia*

Para modelar as variáveis de saída *Fecundidade* e *Sobrevivência* foram utilizados valores experimentais máximo e mínimo de cada espécie. Por exemplo, as taxas de sobrevivência máxima e mínima observadas para moscas da espécie *Lucilia eximia* foram 0.915 e 0.6, respectivamente. Para a mesma espécie, as taxas de fecundidade máxima e mínima observadas foram 7.03 e 4.05, respectivamente (figuras 4 e 5). A fecundidade foi estimada pela contagem do número de ovos por fêmea e a sobrevivência a partir do número de adultos emergentes em cada colônia (Godoy, 2002).

A variável de saída, taxa de *Migração*, foi modelada conforme figura 6, no domínio  $[0, 1]$ .

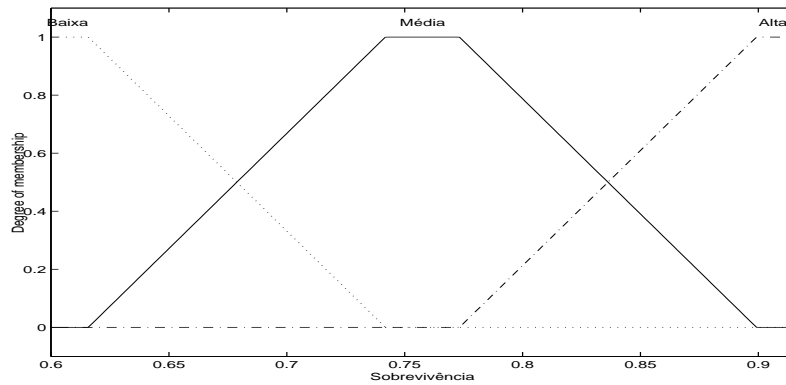


Figura 4: Sobrevivência da *Lucilia eximia*

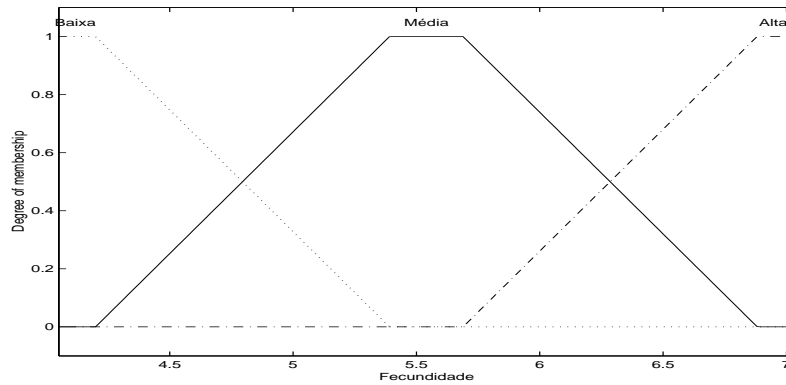
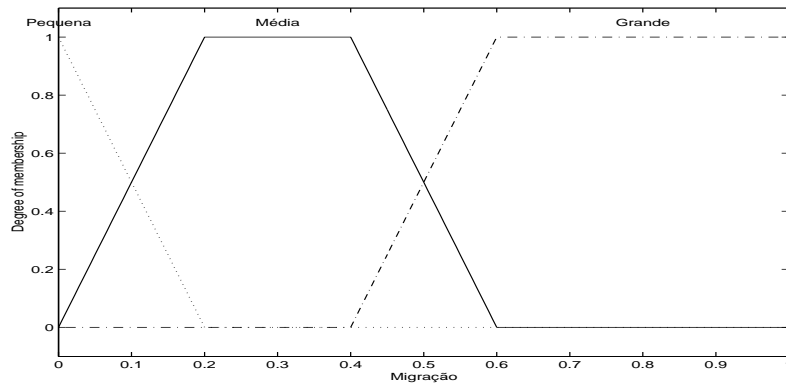


Figura 5: Fecundidade da *Lucilia eximia*

A base de regras, composta por uma coleção de proposições na forma **Se-então**, foi construída com o auxílio de especialistas e é descrita a seguir.

**Base de regras:**

1. **Se** a População é Pequena e o Ambiente é Favorável **então** a Fecundidade é Alta e a Sobrevivência é Alta e a Migração é Pequena.
2. **Se** a População é Pequena e o Ambiente é Levemente Desfavorável **então** a Fecundidade é Alta e a Sobrevivência é Média e a Migração é Pequena.
3. **Se** a População é Pequena e o Ambiente é Hostil **então** a Fecundidade é Média e a Sobrevivência é Baixa e a Migração é Grande.
4. **Se** a População é Média e o Ambiente é Favorável **então** a Fecundidade é Alta e a Sobrevivência é Média e a Migração é Pequena.
5. **Se** a População é Média e o Ambiente é Levemente Desfavorável **então** a Fecundidade é Média e a Sobrevivência é Baixa e a Migração é Grande.
6. **Se** a População é Média e o Ambiente é Hostil **então** a Fecundidade é Baixa e a

Figura 6: Migração da *Lucilia eximia*

*Sobrevivência é Baixa e a Migração é Grande.*

7. **Se** a População é Grande e o Ambiente é Favorável **então** a Fecundidade é Média e a Sobrevivência é Baixa e a Migração é Média.

8. **Se** a População é Grande e o Ambiente é Levemente Desfavorável **então** a Fecundidade é Baixa e a Sobrevivência é Baixa e a Migração é Grande.

9. **Se** a População é Grande e o Ambiente é Hostil **então** a Fecundidade é Baixa e a Sobrevivência é Baixa e a Migração é Grande.

O método de inferência utilizado foi o de Mamdani que combina os graus de pertinência referentes a cada um dos valores de entrada através do operador mínimo e agrega as regras através do operador máximo. Para ilustrar o método, consideramos duas regras genéricas, a saber:

Regra 1: **Se**  $a$  é  $A_1$  e  $b$  é  $B_1$ , **então**  $z$  é  $C_1$ .

Regra 2: **Se**  $a$  é  $A_2$  e  $b$  é  $B_2$ , **então**  $z$  é  $C_2$ .

O método esquematizado na figura 7 tem como saída um conjunto fuzzy. O processo que transforma esse conjunto de saída fuzzy em um valor exato é conhecido por defuzzificação. Neste caso, foi utilizado o método do centro de gravidade que é

$$\bar{z} = \frac{\int_R z \cdot C(z) dz}{\int_R C(z) dz} \quad (3.2)$$

onde  $R$  é a região hachurada.

## 4. Resultados e Discussões

Foram feitas simulações para duas espécies: uma nativa (*Lucilia eximia*) e uma introduzida (*Chrysomya albiceps*) pois elas apresentam diferenças no comportamento dinâmico observado pelos biólogos. Enquanto as espécies introduzidas apresentam um ciclo limite estável de dois pontos, caracterizado pela oscilação entre dois valores representativos do tamanho populacional, as espécies nativas exibem um equilíbrio estável monotônico cujo

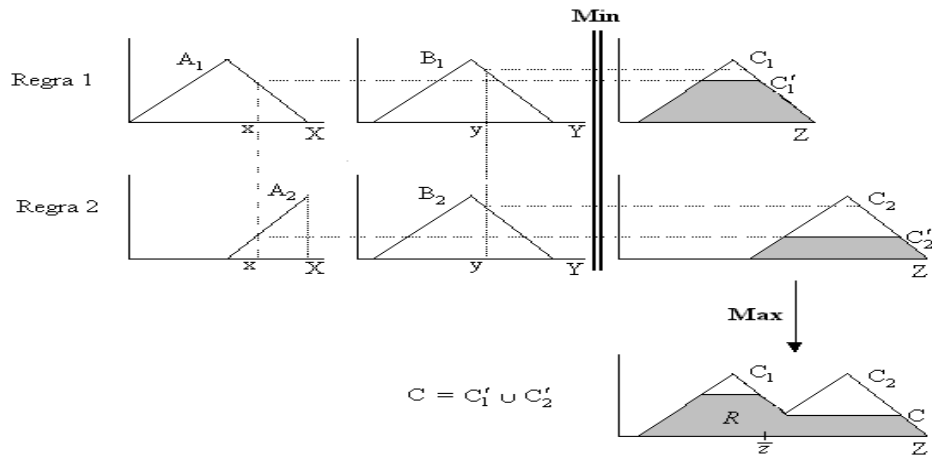


Figura 7: Modelo Mamdani com composição Max-min

significado biológico é a estabilização do tamanho populacional em um único valor (Godoy, 2002).

Foram utilizadas as equações do modelo determinístico, mas a cada iteração os parâmetros  $F$ ,  $S$  e  $m$  foram calculados usando Toolbox Fuzzy do MATLAB versão 6.0. Nas simulações apresentadas, para os parâmetros  $f$  e  $s$  foram utilizados os valores  $f = 0.001$  e  $s = 0.0014$  para a *Lucilia eximia* e  $f = 0.001$  e  $s = 0.003$  para a *Chrysomya albiceps* que foram estimados por (Godoy, 2002).

#### 4.1. Simulações para a espécie *Lucilia eximia*

Inicialmente, considerou-se a migração unilateral da colônia 1 para a colônia 2 ( $m_2 = 0$ ). Observou-se extinção local na colônia 1 quando o ambiente nesta colônia foi considerado hostil, como na figura 8; a população da colônia 2 alcançou um equilíbrio positivo. Para ambientes não hostis na colônia 1, foi observado que as duas colônias evoluíram para equilíbrios positivos (figura 9). Cabe salientar que no segundo caso houve uma estabilização da fecundidade, da sobrevivência e da taxa de migração com o andamento das iterações; por exemplo, na simulação da figura 9 a taxa de migração obtida nas últimas iterações foi  $m_1 = 0.2132$ .

Considerando migração bilateral, observou-se que ambas colônias evoluem para equilíbrios positivos. Comparando as figuras 8 e 10, nota-se que a migração bilateral evitou a extinção local na colônia 1, para os mesmos valores iniciais.

#### 4.2. Simulações para a espécie *Chrysomya albiceps*

Considerando a migração unilateral ( $m_2 = 0$ ), foi observada uma diversidade de cenários possíveis: coexistência da população nas duas colônias (ambas em equilíbrio ou a colônia 1 em equilíbrio e a colônia 2 exibindo um 2 - ciclo), extinção local na colônia 1 e

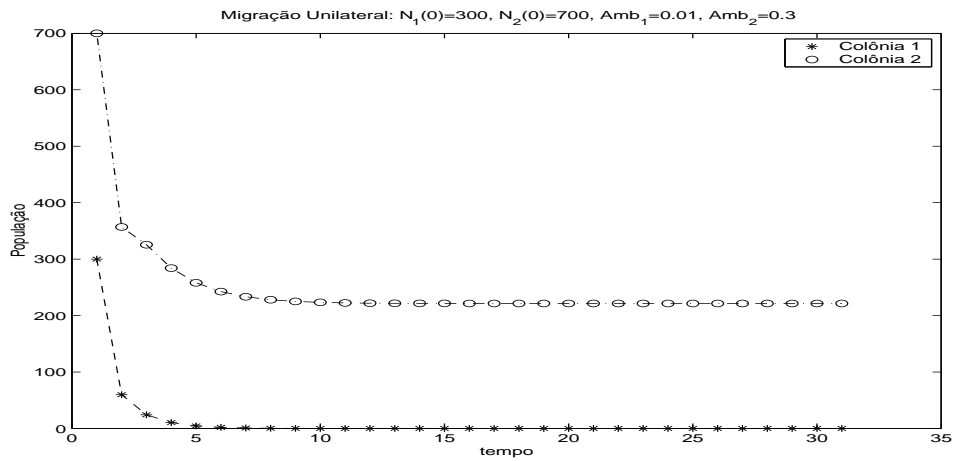


Figura 8: Extinção local na colônia 1 e evolução para um equilíbrio estável na colônia 2, considerando populações de *Lucilia eximia* acopladas apenas por migração unilateral ( $m_2 = 0$ ), com populações iniciais  $N_{1,0} = 300$  e  $N_{2,0} = 700$ , e ambientes hostis (0.01 na colônia 1 e 0.3 na colônia 2).

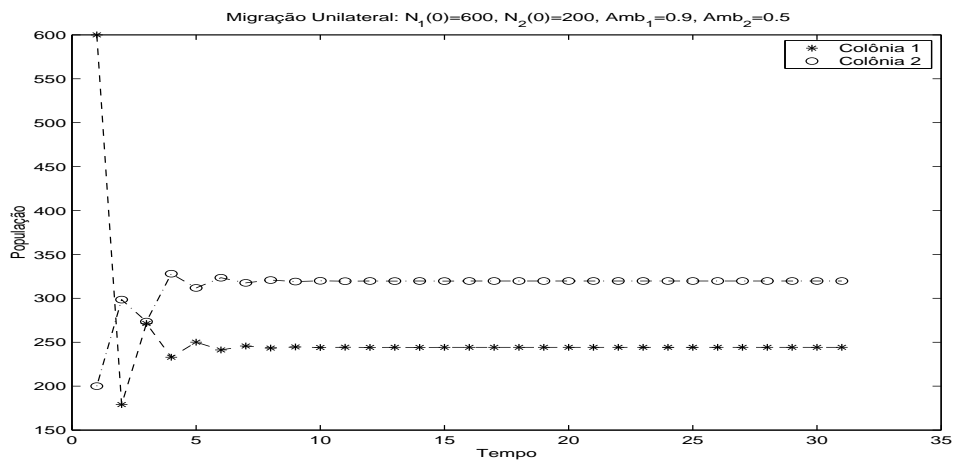


Figura 9: Evolução para um equilíbrio estável em cada uma das colônias, considerando populações de *Lucilia eximia* acopladas apenas por migração unilateral ( $m_2 = 0$ ), com populações iniciais  $N_{1,0} = 600$  e  $N_{2,0} = 200$ , e ambiente favorável na colônia 1 (0.9) e levemente desfavorável na colônia 2 (0.5).

equilíbrio na colônia 2 e extinção global, dependendo dos valores atribuídos aos ambientes (as populações iniciais pouco influenciam na evolução da comunidade). Em linhas gerais, tem-se extinção global quando os ambientes são considerados hostis; tem-se extinção na colônia 1 quando o ambiente nesta colônia é hostil (a colônia 2 segue como população isolada), como

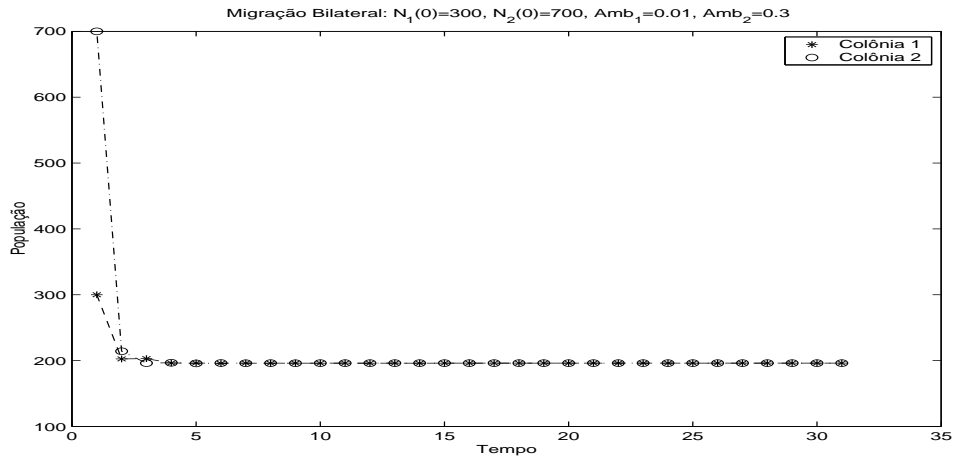


Figura 10: Evolução para um equilíbrio estável em cada uma das colônias, considerando populações de *Lucilia eximia* acopladas (migração bilateral), com populações iniciais  $N_{1,0} = 300$  e  $N_{2,0} = 700$ , e ambientes hostis (0.01 na colônia 1 e 0.3 na colônia 2).

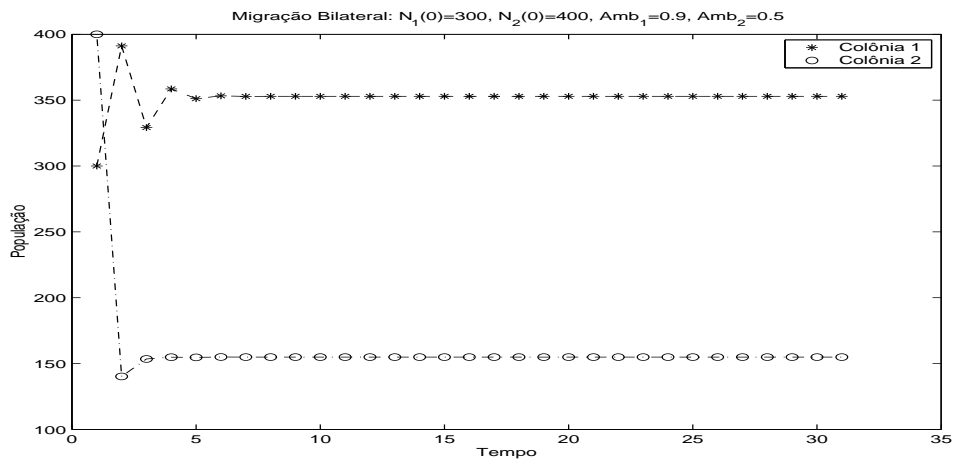


Figura 11: Evolução para um equilíbrio estável em cada uma das colônias, considerando populações de *Lucilia eximia* acopladas (migração bilateral), com populações iniciais  $N_{1,0} = 300$  e  $N_{2,0} = 400$ , e ambiente favorável na colônia 1 (0.9) e levemente desfavorável na colônia 2 (0.5).

na figura 12; quando o ambiente nas duas colônias é favorável, observa-se um equilíbrio para a população em 1 e um 2-ciclo para a população em 2; para as demais possibilidades, tem-se coexistência com equilíbrios nas duas colônias.

Agora se considerou migração bilateral. De maneira geral, observou-se extinção global



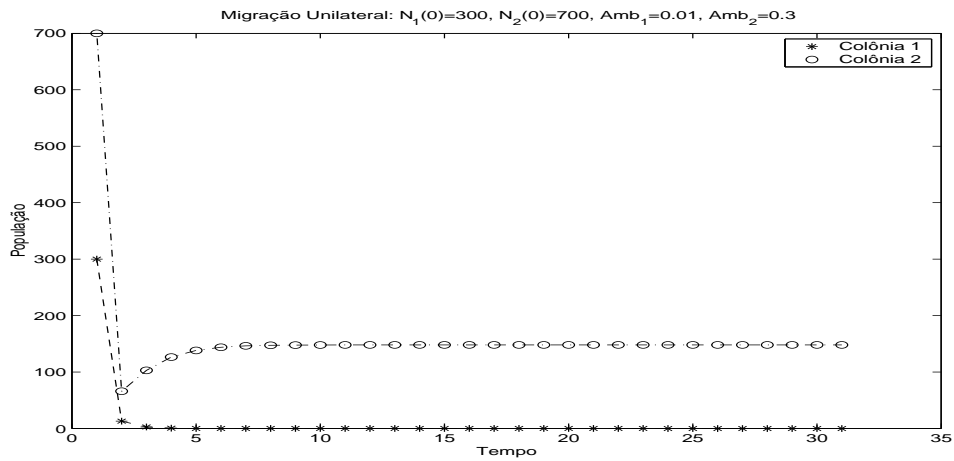


Figura 12: Extinção local na colônia 1 e evolução para um equilíbrio estável na colônia 2, considerando populações de *Chrysomya albiceps* acopladas apenas por migração unilateral ( $m_2 = 0$ ), com populações iniciais  $N_{1,0} = 300$  e  $N_{2,0} = 700$ , e ambientes hostis (0.01 na colônia 1 e 0.3 na colônia 2).

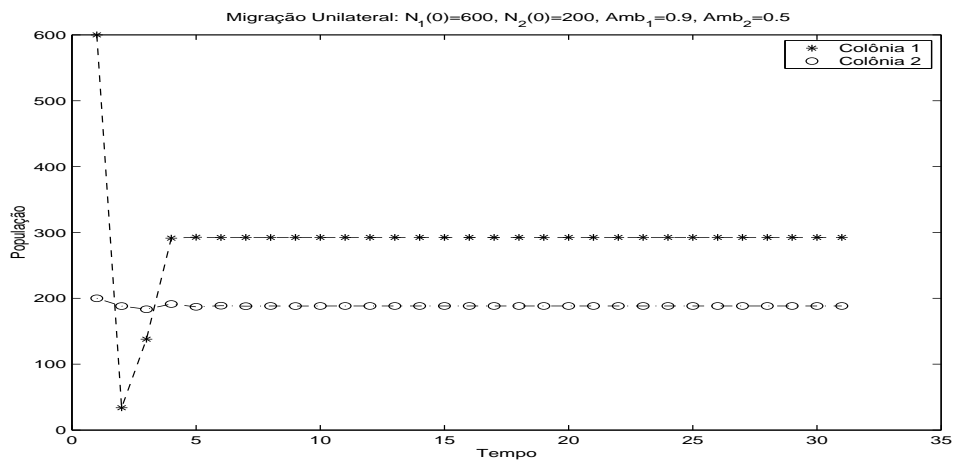


Figura 13: Evolução para um equilíbrio estável em cada uma das colônias, considerando populações de *Chrysomya albiceps* acopladas apenas por migração unilateral ( $m_2 = 0$ ), com populações iniciais  $N_{1,0} = 600$  e  $N_{2,0} = 200$ , e ambiente favorável na colônia 1 (0.9) e levemente desfavorável na colônia 2 (0.5).

quando os ambientes nas duas colônias são muito hostis. Basta um ambiente melhorar um pouco, para se observar equilíbrio populacional positivo nas duas colônias. Na figura 14, utilizaram-se os mesmos valores iniciais da simulação que gerou a figura 12 e observa-se que a migração bilateral evitou a extinção local da população na colônia 1. Aparecem 2-ciclos

nas duas colônias quando os ambientes variam entre levemente desfavoráveis e favoráveis (figuras 15 e 16).

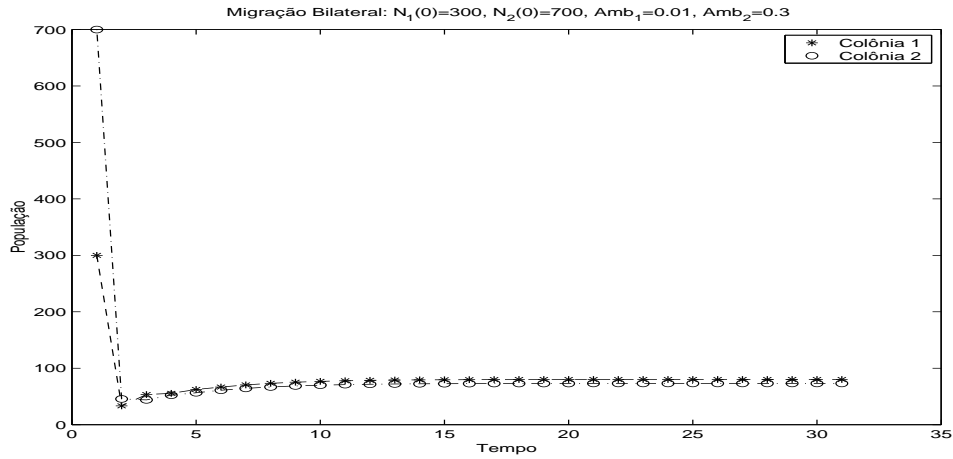


Figura 14: Evolução para um equilíbrio estável em cada uma das colônias, considerando populações de *Chrysomya albiceps* acopladas (migração bilateral), com populações iniciais  $N_{1,0} = 300$  e  $N_{2,0} = 700$ , e ambientes hostis (0.01 na colônia 1 e 0.3 na colônia 2).

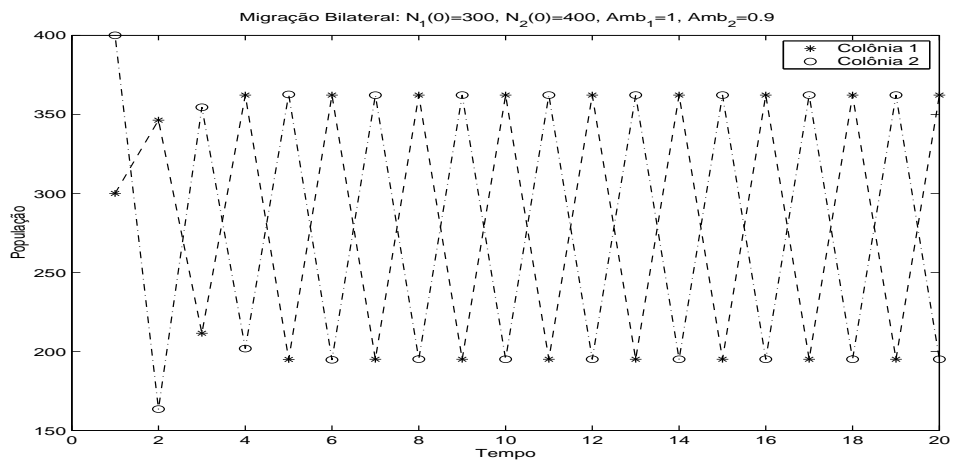


Figura 15: Evolução para um 2-ciclo estável em cada uma das colônias, considerando populações de *Chrysomya albiceps* acopladas (migração bilateral), com populações iniciais  $N_{1,0} = 300$  e  $N_{2,0} = 400$ , e ambientes favoráveis (1 na colônia 1 e 0.9 na colônia 2).

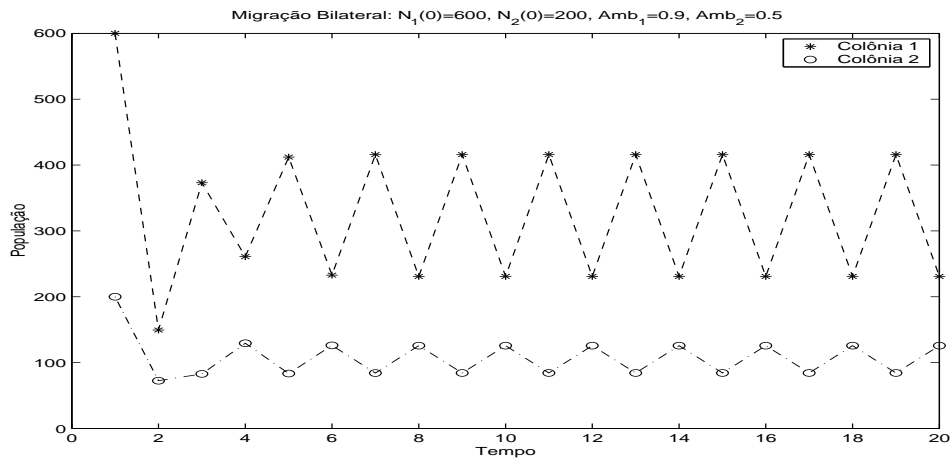


Figura 16: Evolução para um 2-ciclo estável em cada uma das colônias, considerando populações de *Chrysomya albiceps* acopladas (migração bilateral), com populações iniciais  $N_{1,0} = 600$  e  $N_{2,0} = 200$ , e ambiente favorável na colônia 1 (0.9) e levemente desfavorável na colônia 2 (0.5).

## 5. Conclusões

As simulações numéricas do modelo proposto permitiram perceber a diferença no comportamento entre a espécie nativa (*Lucilia eximia*) e introduzida (*Chrysomya albiceps*) conforme consta da literatura. Ainda, mostram que para mesma população inicial e mesmo ambiente, pode-se evitar a extinção local com migração bilateral.

O modelo fuzzy é vantajoso em relação ao determinístico pois permite a flutuação dos parâmetros, inerente ao processo evolutivo populacional, com resultados que concordam com os observados na literatura biológica e de acordo com regras estabelecidas por especialistas.

## Agradecimentos

As autoras M. J. P. Castanho e K. F. Magnago são alunas de doutorado da FEEC (UNICAMP) e da Matemática Maplicada - IME (UNICAMP), respectivamente. A última, bolsista do CNPq, agradece pelo fomento.

## Referências

- Godoy, W. A. C. (2002). *Dinâmica determinística e estocástica em populações de dípteros califorídeos: acoplamento por migração, extinção local e global*. PhD thesis, Instituto de Biociências de Botucatu, Universidade Estadual Paulista.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Inform and Control*, 8:338–353.

