

Custo de abatimento marginal fuzzy

Nilmara J. B. Pinto,¹ Estevão Esmi,² Laécio C. Barros,³
DMA, IMECC – Unicamp, 13.083-859 - Campinas/SP.

Resumo. Este trabalho se debruça sobre a problemática de políticas de contenção da emissão de dióxido de carbono. As políticas adotadas a partir dos acordos climáticos incluem precificação do carbono, isso porque em geral quanto maior a produção, maior a emissão de gás carbônico. A escolha de emitir quantidade de carbono menor que a fixada tem um custo, que pode ser compensado pela venda de créditos de carbono. O solução de decisão ótima é encontrada através da otimização fuzzy, análoga ao processo de Bellman-Zadeh, em que a intenção de emitir CO₂ aquém dos limites é modelada segundo uma restrição fuzzy. Além disso, indica-se uma forma de controlar a relação lucro/gasto usando como exemplo os dados reais de uma empresa brasileira. Tal estudo tem potencial haja vista que o mercado de carbono é realidade do mundo todo e pode ser implantado no Brasil em breve.

Palavras-chave: Mudanças climáticas; mercado de carbono; otimização fuzzy; custo de abatimento marginal.

1. Introdução

Problemas de otimização fuzzy (POF) surgiram a partir do artigo de Bellman e Zadeh (1970). Neste primeiro artigo foram definidas as bases para a escolha de valores ótimos para problemas de otimização sob incerteza, e demais autores (Tanaka et al., 1974; Zimmermann, 1976) depois estabeleceram como construir os elementos dessa tomada de decisão. Tal metodologia já foi utilizada em problemas de diversas áreas, como agronomia (Owsiński et al., 1987), ecologia (Sommer e Poollatschek, 1987), processos industriais (Trappey et al., 1988) e mercado financeiro (Östermark, 1989).

¹nilmarabiscaia@gmail.com

²eelaureano@gmail.com

³laecioch@ime.unicamp.br

Em todas as abordagens as restrições fuzzy do POF são vistas como relaxamentos das restrições clássicas. Neste trabalho as restrições serão vistas como as intenções dos gestores, quando do planejamento (anual) de suas empresas.

O problema específico aqui tratado é sobre a dinâmica do mercado de carbono do ponto de vista do planejamento das empresas que poderão por ventura lucrar com os chamados créditos de carbono. Esse possível lucro advém da escolha – intenção – de reduzir emissões anuais de carbono, o que tem um custo para ser realizado.

A dinâmica do carbono e o uso da tomada de decisão fuzzy com restrição modelada pela intenção dos gestores são os temas abordados nesse texto. O roteiro será como segue. A Seção 2 se dedica a explicar como se dá a dinâmica do mercado de carbono e como funcionam as curvas de abatimento marginal. A Seção 3 explica brevemente o esquema para encontrar soluções ótimas para um problema fuzzy, segundo a abordagem de Bellman e Zadeh. A Seção 4 conecta as duas seções anteriores, descrevendo o modelo considerado. Por fim, a Seção 5 aplica no modelo os dados de uma empresa brasileira.

2. Mercado de carbono

Diante do avanço da temperatura mundial, foram assinados por quase todos os países do mundo, incluindo o Brasil, acordos climáticos. Tais acordos estabelecem metas limites para aumento da temperatura do planeta.

Entendendo que os gases causadores do efeito estufa constituem a principal fonte de aumento da temperatura do ambiente, foram também estabelecidos mecanismos para reduzir emissão de gases do efeito estufa. O dióxido de carbono (CO_2) é o principal gás causador do aquecimento global, e por esse motivo, é nele que se põe foco.

A principal estratégia é precificar o carbono. Isso é feito através da análise, para cada setor da economia, da curva de Custo de Abatimento Marginal (CAM). A partir da curva CAM são estabelecidos os limites para emissão do gás carbônico e os valores dos tributos sobre a emissão excessiva de carbono. Os tributos são taxações impostas para agentes que emitirem mais carbono do que o permitido, ou seja, funcionam como uma penalização.

Quotas de emissões aquém da prevista pela curva CAM – chamadas de créditos de carbono – podem ser vendidas às demais organizações que, por sua vez, compram tais quotas a fim de evitar taxação por excesso de emissão. Esse

sistema de compra e venda da *commodity* toneladas de carbono equivalente (tCO_2e) se dá de modo análogo ao de outras *commodities*, no chamado Mercado de Carbono.

Como o objetivo é reduzir cada vez mais as emissões de carbono, tais limites impostos sobre os agentes tendem a ser, ao longo dos anos, cada vez menores, fazendo com que o preço da tonelada de carbono seja cada vez maior. Em outras palavras, torna-se atrativo vender créditos de carbono. Esse fenômeno pode ser observado em mercados de carbono já implementados em outras partes do mundo (European Energy Exchange (2020)), com excessão do mercado de carbono chinês, que foi recentemente unificado e não têm tido bons resultados.

No Brasil já existe a discussão sobre a implementação do Mercado de Carbono (Conselho Empresarial Brasileiro para o Desenvolvimento Sustentável (2016)). Ainda que não existam ações concretas, há a problemática de possíveis sanções dos demais países que já adotam tais medidas (França e Gurgel (2018)). Também há estudos de viabilidade da implantação de tais políticas (Motta et al. (2012); Rodrigues (2018)), escopo dentro do qual se encontra esse estudo.

2.1. Custo de abatimento marginal

A curva de Custo de Abatimento Marginal (CCAM) caracteriza o esforço das empresas em emitir menores quantidades de CO_2 . Ela é medida em unidade monetária por tonelada de carbono equivalente ($\$/\text{CO}_2$) e possui formato semelhante ao exibido na Figura 1. Altas emissões de carbono estão relacionadas com baixo custo – esforço – para redução, enquanto que baixas emissões de carbono implicam em altos custos para as entidades.

A fim de obter a quantidade de carbono máxima a ser emitida pelas organizações de determinado setor, compara-se a curva CAM com a curva de custo social (CSC). Essa última se trata de uma estimativa dos possíveis gastos necessários para compensar os efeitos nocivos – para a sociedade – das emissões de carbono. Caracteriza-se por ser crescente, com derivada crescente, como se pode observar na Figura 1.

O ponto de equilíbrio é dado em $P = (Q, T)$, e representa o equilíbrio entre o custo social e o esforço necessário para reduzir as emissões. O ponto de equilíbrio é de particular interesse, pois Q_{tCO_2} é estabelecida como sendo a quantidade limite para emissão de dióxido de carbono, e T é escolhido como sendo o valor do tributo a ser imputado naqueles que por ventura emitam CO_2 em quantidades superiores a Q .

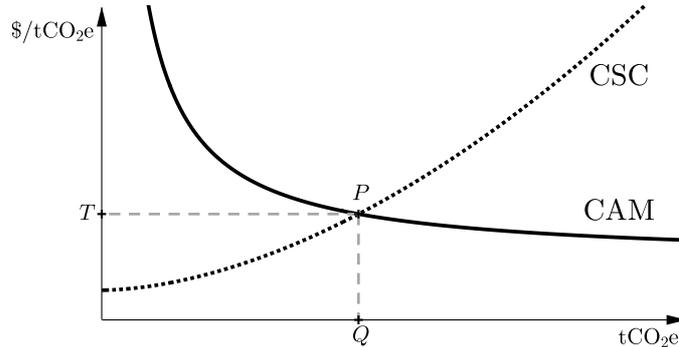


Figura 1: A curva sólida é a curva de custo de abatimento marginal, a curva pontilhada é a curva de custo social, e $P = (Q, T)$ é o ponto de equilíbrio.

Quando o Brasil vier a implantar o mercado de carbono, emissões entre 0 e Q seriam consideradas boas. Suponha que a quantidade emitida fosse q , com $0 \leq q < Q$, a diferença $Q - q$ seria vendida. Esse estudo é feito em termos de planejamento, então se poderia considerar que o mercado brasileiro tivesse cotação parecida com os demais mercados internacionais. Levando em conta a desvalorização da moeda, não será considerada a cotação em US\$, mas sim o mesmo valor em R\$.

O preço presente pode ser usado, mas é pessimista. Para ser mais otimista, em termos de planejamento, poderia ser considerada alguma simulação futura para preços da tonelada de carbono, juntamente com uma análise de risco.

Supõe-se aqui que as entidades têm intenções ambiciosas no que diz respeito tanto à redução de emissões quanto à redução de custo, ou ainda, obtenção de lucros. Para tanto, a organização irá garantir sempre que suas emissões anuais não ultrapassem a cota máxima de Q unidades de gas carbônico. Além disso, procurará vender o máximo que conseguir de quotas de emissão no mercado de carbono.

A modelagem se dará tomando como objetivo a minimização da função de custo descrita por CAM com intenção ambiciosa de reduzir a emissão de carbono *o máximo que conseguir*. À essa intenção será atribuído um conjunto de restrição fuzzy.

O meio termo saudável q (ver Figura 2) será tomado entre a intenção ambiciosa de redução R e a quantidade máxima a ser emitida Q ; o valor $Q - q$

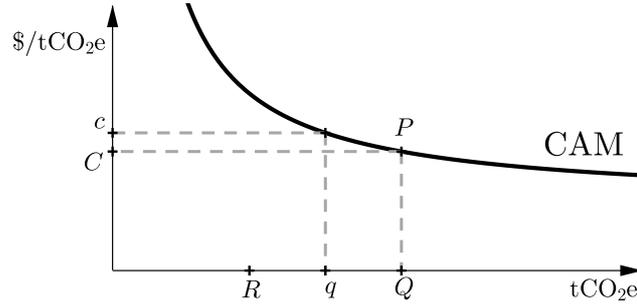


Figura 2: A curva sólida é a curva de custo de abatimento marginal, Q é a emissão máxima a custo C , R é a intenção ambiciosa, e q é o meio termo, a ser encontrado, a custo c .

vendido no mercado de carbono a preço corrente (European Energy Exchange (2020)) e o custo extra para chegar a q será $\$(c - C)$. Pode-se então avaliar, usando o esquema de decisão fuzzy, quais formatos de restrição fuzzy serão mais apropriados para a obtenção de relativo lucro: $\$(Q - q) - \$(c - C)$.

A fim de esclarecer como pode se dar a modelagem dessas questões subjetivas de “*máximo possível*” e “*meio termo saudável*” a próxima seção se aterá às definições e interpretações concernentes à teoria de conjuntos fuzzy, e em particular, à otimização fuzzy.

3. Otimização fuzzy

Um conjunto (sub)fuzzy (Zadeh (1965)) A do universo U é caracterizado pela sua função de pertinência $\mu_A : U \rightarrow [0, 1]$, em que $\mu_A(x)$, ou simplesmente $A(x)$, traduz a pertinência do elemento x no conjunto A . Como feito para conjunto clássicos, é possível considerar, para conjuntos fuzzy A e B sobre o mesmo universo, sua união, interseção e complementar, cujas pertinências são dadas respectivamente por $(A \cup B)(x) = \max\{A(x), B(x)\}$, $(A \cap B)(x) = \min\{A(x), B(x)\}$ e $A^c(x) = 1 - A(x)$.

Um conjunto fuzzy pode ser completamente caracterizado por seus α -níveis: para $\alpha \in (0, 1]$, o α -nível de A é $[A]_\alpha = \{x \in U : A(x) \geq \alpha\}$. Caso U seja um espaço topológico, define-se também $[A]_0 = cl\{x \in U : A(x) > 0\}$, em que clY representa o fecho de Y . A classe de subconjuntos de X é denotada por $\mathcal{F}(X)$.

Um conjunto fuzzy A com cujos todos α -níveis são intervalos fechado limitados não-vazios da reta \mathbb{R} é chamado de número fuzzy e seus α -níveis podem ser escritos como $[A]_\alpha = [a_\alpha^-, a_\alpha^+]$. Exemplos de números fuzzy são os números fuzzy triangulares $A = (a, b, c)$, cujos α -níveis são descritos por $[A]_\alpha = [a + \alpha(b-a), c + \alpha(b-c)]$; e números fuzzy gaussianos $A = (a, \sigma, \delta)$, em que $a, \sigma \in \mathbb{R}$, $\delta \in [0, 1]$ e cujos α -níveis são dados por $[A]_\alpha = \left[a - \sigma \sqrt{\ln \frac{1}{\alpha}}, a + \sigma \sqrt{\ln \frac{1}{\alpha}} \right]$, se $\delta \leq \alpha \leq 1$ e $\left[a - \sigma \sqrt{\ln \frac{1}{\delta}}, a + \sigma \sqrt{\ln \frac{1}{\delta}} \right]$, se $0 \leq \alpha < \delta$.

A transferência de uma função $f : U \rightarrow V$ para o universo fuzzy se dá através do Princípio de extensão de Zadeh, segundo o qual é possível montar a função de pertinência de $\widehat{f}(A)$, em que $A \in \mathcal{F}(X)$.

Definition 1 (Princípio de extensão de Zadeh) *A extensão de Zadeh de $f : X_1 \times \dots \times X_n \rightarrow Y$ em $(A_1, \dots, A_n) \in \mathcal{F}(X_1, \dots, X_n)$ é o conjunto fuzzy $\widehat{f}(A_1, \dots, A_n) \in \mathcal{F}(Y)$ cuja função de pertinência é dada por*

$$\widehat{f}(A_1, \dots, A_n)(y) = \sup_{(x_1, \dots, x_n) \in f^{-1}(y)} \min\{A_1(x_1), \dots, A_n(x_n)\}, \forall y \in Y, \quad (3.1)$$

em que $f^{-1}(y)$ é a imagem inversa de y e, por definição, $\sup \emptyset = 0$.

Para $f : \mathbb{R} \rightarrow Y$ uma função monótona e $\Omega \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$, vale que $\widehat{f}(\Omega) = \Omega(f^{-1})$.

3.1. Esquema de decisão

Bellman e Zadeh (1970) propuseram um esquema de decisão para problemas da forma

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x) \\ \text{sujeito a} \quad & x \text{ é/está em } \Omega, \end{aligned} \quad (3.2)$$

em que $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ e Ω é um conjunto de restrições. Eles sugeriram a adoção de pertinências para os conjuntos Ω , correspondente às restrições, e O correspondente à função objetivo; e, partindo do princípio de simetria entre as restrições e a função objetivo, estabeleceram o conjunto de decisão como sendo

$$D = \Omega \cap O.$$

A melhor decisão possível \bar{x} é tomada como sendo aquela com maior pertinência ao conjunto de decisões D , ou seja,

$$\bar{x} = \arg \max_{x \in U} \min\{\Omega(x), O(x)\}. \quad (3.3)$$

Se $f : U \rightarrow V$ é uma função (clássica) que se pretende minimizar e f está restrita ao conjunto fuzzy Ω , então o Princípio de extensão de Zadeh é a ferramenta adequada para transferir f para o ambiente fuzzy e atribuir pertinências aos conjuntos Ω e O .

Pinto et al. (2020) mostraram que para uma função monótona f tal conjunto de decisão D pode ser reescrito como

$$D(x) = \max\{\Omega(x), \Omega^c(x)\}, \quad (3.4)$$

em que Ω^c é o conjunto complementar da restrição Ω . Eles também mostraram que nesse cenário a decisão \bar{x} tem sempre pertinência $D(\bar{x}) = 0,5$.

Resta então esclarecer como se dá a construção do conjunto Ω . Supõe-se que o conjunto de restrições é da forma

$$\Omega = \{x \leq B\},$$

em que B é um número fuzzy. Tal conjunto, a priori, não é razoável, mas considerando $[B]_\alpha = [b_\alpha^-, b_\alpha^+]$ é possível reescrevê-lo com a seguinte função de pertinência (Barros et al. (2019); Zimmermann (1976))

$$\Omega(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq b_1^+ \\ B(x), & \text{se } b_1^+ < x \leq b_0^+ \\ 0, & \text{se } x > b_0^+ \end{cases} .$$

Dessa forma, o conjunto de decisão D em (3.4) pode ser reescrito como

$$D(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq b_1^+ \\ 1 - B(x), & \text{se } b_1^+ < x \leq \bar{x} \\ B(x), & \text{se } \bar{x} < x \leq b_0^+ \\ 0, & \text{se } x > b_0^+ \end{cases} ,$$

em que \bar{x} corresponde à solução ótima do problema (3.2).

Na próxima seção esse esquema de decisão será usado no problema da curva CAM.

4. Modelo

A curva de custo de abatimento marginal estabelece qual o limite máximo para emissão de carbono pelas entidades de algum setor específico da economia.

Por outro lado, os gestores dessas entidades buscam minimizar custos. Este será o princípio condutor do modelo aqui proposto.

A variável x representa a quantidade de gás carbônico emitida (em toneladas de CO_2) durante o ano. A quantidade máxima a ser emitida é Q . Para minimizar custos, obrigatoriamente $x \leq Q$. Caso $x = q^1$, com $q^1 > Q$, então ou é paga uma taxa C de tributo sobre cada tonelada extra de carbono emitida, ou compra-se a quantidade $q^1 - Q$ no mercado de carbono. Em ambos os casos a emissão extra de carbono gera custos adicionais para a empresa, portanto essa possibilidade será descartada.

Resta decidir qual quantidade x inferior a Q , $x \leq Q$, será emitida durante o ano. Parte-se do pressuposto de que reduzir emissões inclui planejamento anual e uma discussão entre custo de redução e vantagens de redução. Também parte-se do pressuposto de que há intenção, pela consciência ambiental, de reduzir emissões de CO_2 .

A intenção de reduzir as emissões será modelada por um conjunto fuzzy, correspondente à restrição Ω do modelo. Essa intenção significa que o ideal seria que a emissões fossem, no máximo, de \bar{Q} . Como se observa na Figura 3, essa quantidade \bar{Q} pode ser aquela tal que a curva CAM tem derivada muito grande para $x < \bar{Q}$, ou seja, tais emissões seriam inviáveis.

No entanto, há que se decidir entre o máximo possível de emissão e a intenção benevolente, ou seja, no intervalo $[\bar{Q}, Q]$ qual será a emissão anual da entidade. Pode-se, então, colocar o número fuzzy B tal que $b_0^+ = Q$, $b_1^+ = \bar{Q}$. Um exemplo, esboçado na Figura 3, seria $B = (\bar{Q}; \bar{Q}; Q)$, em que $\bar{Q} \leq Q$. O consequente conjunto $\Omega = \{x \leq B\}$ também está presente na Figura 3.

A decisão \bar{x} , nesse caso, será exatamente no ponto médio de $[\bar{Q}, Q]$, ou ainda, $\bar{x} = \frac{Q - \bar{Q}}{2}$. E a quantidade $Q - \bar{x} = \frac{Q + \bar{Q}}{2}$ pode ser vendida no mercado de carbono.

Uma outra possibilidade para B seria na forma de um número fuzzy gaussiano, ou seja, $B(x) = \exp\left(-\left(\frac{x - \bar{Q}}{\sigma}\right)^2\right)$. O valor σ representa, em variáveis aleatórias, o desvio padrão, ou o afastamento em relação ao valor \bar{Q} . Aqui ele modela a noção de bem próximo ou não tão próximo a \bar{Q} . Na Figura 4 estão representadas diferentes curvas B , para diferentes valores σ .

A escolha do formato de B pode ser feita com base no tipo de intenção – subjetiva – dos tomadores de decisão. Como também, pode ser feita visando lucros no mercado de carbono. Isto que será considerado na próxima seção.

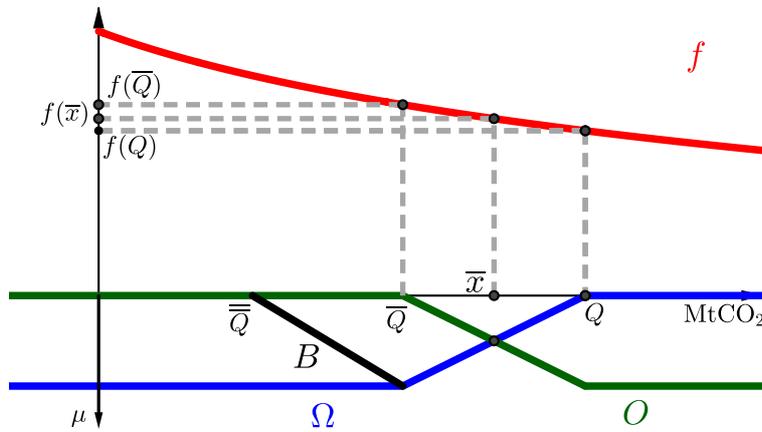


Figura 3: Em vermelho a função objetivo f , em azul o conjunto de restrições Ω e em verde o conjunto objetivo $O = \Omega^c$. O eixo μ mostra as pertinências dos conjuntos fuzzy Ω e O , o eixo vertical para cima mede os custos, e o eixo horizontal mostra a quantidade de toneladas de CO_2 emitidas anualmente.

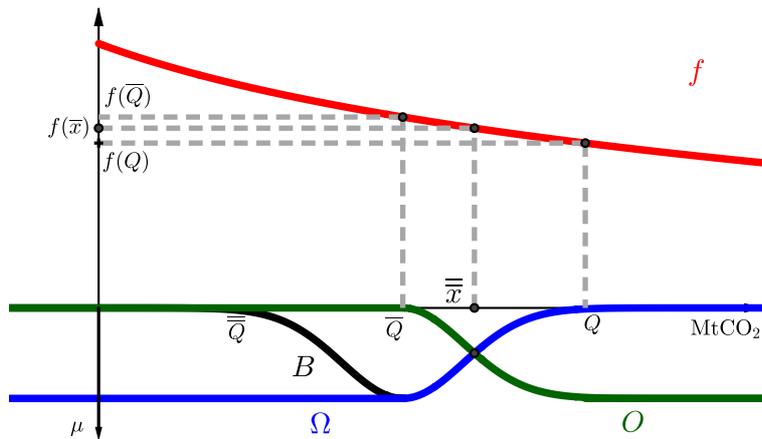


Figura 4: Em vermelho a função objetivo f , em azul o conjunto de restrições Ω e em verde o conjunto objetivo $O = \Omega^c$. O eixo μ mostra as pertinências dos conjuntos fuzzy Ω e O , o eixo vertical para cima mede os custos, e o eixo horizontal mostra a quantidade de toneladas de CO_2 emitidas anualmente.

Em ambas escolhas de B o formato da função objetivo f se manteve o mesmo, porém nota-se que quanto menos íngreme for a função objetivo, maior será o ganho, pois o investimento na redução de emissão será pequeno em relação aos possíveis ganhos no mercado de carbono.

5. Aplicação

Para exemplificar o modelo serão considerados dados da empresa BR MALLS PARTICIPAÇÕES S.A., disponível no site da bolsa de valores brasileira Balcão Bolsa Brasil (2019). No ano de 2019 essa empresa emitiu aproximadamente 40000 toneladas de CO₂e, enquanto que sua receita foi de aproximadamente 1,3 bilhões de reais, ainda que tenha tido prejuízos naquele ano.

A quantidade máxima para o ano seguinte será considerada como sendo 40000 tCO₂. Supondo que o valor máximo destinado à redução de emissão de CO₂ é de 5 milhões de reais, então tem-se que pelo menos 20 mil tCO₂ serão emitidos durante o ano.

A intenção será modelada pelo número fuzzy $B = (10; 20; 40)$ (em milhares de toneladas de carbono), logo o conjunto fuzzy Ω se mostra como na Figura 5. A curva MAC para essa empresa será $f(x) = 25 - 6,5 \log(x)$, ou seja, f é a função objetivo a ser minimizada. Nesse caso $\bar{x} = 30000$.

A quantidade $40000 - 30000 = 10000$ tCO₂ é que a poderá ser vendida ao final do ano como créditos de carbono no mercado de carbono. Considerando o corrente valor da unidade de tonelada de carbono no mercado no mercado internacional (European Energy Exchange (2020)), que é de US\$26,75, pode-se especular que a tonelada de carbono seria R\$26,75. O possível ganho no mercado de carbono seria de R\$267500, enquanto que o investimento extra para diminuir a emissão ao nível de 30 mil tCO₂ seria de $f(30) - f(40) = 1,9$ milhões R\$. Nesse caso há apenas prejuízo no investimento. No entanto, considerando que o valor do carbono acompanharia a cotação internacional, tal quantidade de 30 mil tCO₂ emitidas levaria ao equilíbrio entre investimento na redução de emissão e ganhos no mercado de carbono.

6. Considerações finais

Neste trabalho foi dada uma nova perspectiva sobre restrições para problemas de otimização fuzzy. A restrição foi entendida como a intenção em

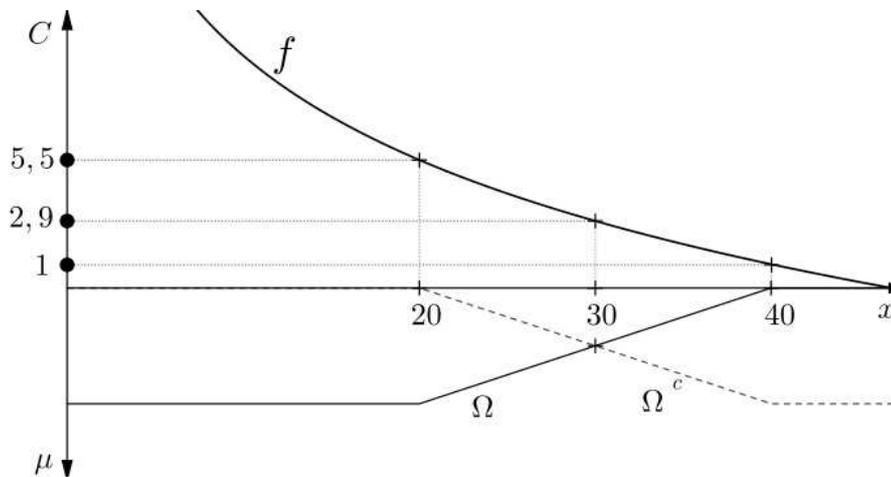


Figura 5: A curva f é a curva MAC. O eixo μ exibe a pertinência dos conjuntos fuzzy Ω e Ω^c ; o eixo C mostra o custo (em milhões de reais); e no eixo x está a quantidade de dióxido de carbono emitida (em milhares tCO₂).

reduzir aquém do limite já imposto classicamente. O plano de fundo para tal estudo foi a dinâmica do mercado de carbono, a partir da perspectiva dos gestores das entidades que serão taxadas em uma eventual implementação desse sistema no país.

Foi explicado como os agentes da sociedade são levados a negociar créditos de carbono após a imposição de limites de emissão de dióxido de carbono pelas autoridades responsáveis. Foi feita uma modelagem desse problema supondo que as entidades têm responsabilidade ecológica e visam obter lucros no mercado de carbono.

Tal modelagem inclui restrições baseadas nas intenções em reduzir, e foi aplicada aos dados de uma empresa brasileira participante da bolsa de valores. O estudo pode ser melhorado buscando curvas de custo de abatimento marginal que retratem mais precisamente os custos para redução das emissões de carbono.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao apoio financeiro da CAPES 1691227, FAPESP 2016/26040-7 e CNPq 306546/2017-5.

Referências

- Balcão Bolsa Brasil (2019). *Dados de emissão de gases de efeito estufa e receita utilizados no Índice Carbono Eficiente (ano-base 2019)*. URL: <http://www.b3.com.br/pt.br/market-data-e-indices/indices/indices-de-sustentabilidade/indice-carbono-eficiente-ico2-emissao-de-gases.htm> Acesso em: 09/09/2020.
- Barros, L. C., Pinto, N. J. B., e Esmi, E. (2019). On fuzzy optimization foundation. In *Fuzzy Techniques: Theory and Applications. IFSA/NAFIPS 2019 2019. Advances in Intelligent Systems and Computing*, volume 1000, páginas 148–156, Lafayette/LA, EUA. Springer, Cham.
- Bellman, R. E. e Zadeh, L. A. (1970). Decision-making in a fuzzy environment. *Management Science*, 17(4):B-141–B-146.
- Conselho Empresarial Brasileiro para o Desenvolvimento Sustentável (2016). *Precificação do carbono: o que o empresariado brasileiro precisa saber para se posicionar*. Rio de Janeiro.
- European Energy Exchange (2020). *Homepage*. URL: <https://www.eex.com/en/> Acesso em: 16/04/2020.
- França, F. e Gurgel, A. C. (2018). Impactos econômicos de políticas climáticas europeias e americanas sobre a economia brasileira. *Revista Brasileira de Economia*, 72(03):61–79.
- Motta, R. S., Couto, L. C., e Castro, L. (2012). Curvas de custos marginais de abatimento de gases de efeito estufa no brasil: resenha e oportunidade de mitigação. In *Radar: tecnologia, produção e comércio exterior*, volume 22, chapter 8, páginas 73–83. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA).
- Östermark, R. (1989). Fuzzy linear constraints in the capital asset pricing model. *Fuzzy Sets and Systems*, 30(2):93–102.
- Owsiński, J., Zadrozny, S., e Kacprzyk, J. (1987). Analysis of water use and needs in agriculture through a fuzzy programming model. In Kacprzyk J., O. S., editor, *Optimization Models Using Fuzzy Sets and Possibility Theory*, chapter 25, páginas 377–395. Springer, Dordrecht.

- Pinto, N. J. B., Esmi, E., e Barros, L. C. (2020). Carbon emissions trading as a constraint in a fuzzy optimization problem. In *Fuzzy Information Processing, Proceedings of NAFIPS'2020*, volume 1000, Redmond/WA, EUA. Springer, Cham.
- Rodrigues, P. F. M. A. (2018). Metodologia para adaptação de curvas de custo marginal de abatimento. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Sommer, G. e Poollatschek, M. A. (1987). A fuzzy programming approach to an air pollution regulation problem. In Trappl, R., Klir, G. J., e Ricciardi, L., editors, *Progress in Cybernetics and Systems Research Part of the proceedings of the 4th European Meeting on Cybernetics and Systems Research*, páginas 377–395. Hemisphere Publishing Corporation, Linz.
- Tanaka, H., Okuda, T., e Asai, K. (1974). On fuzzy-mathematical programming. *Journal of Cybernetics*, 3(4):37–46.
- Trappey, J.-F. C., Liu, C. R., e Chang, T.-C. (1988). Fuzzy non-linear programming: Theory and application in manufacturing. *International Journal of Production Research*, 26(5):975–985.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3):338–353.
- Zimmermann, H.-J. (1976). Description and optimization of fuzzy systems. *International Journal of General Systems*, 2:209–215.

