

Uma abordagem fuzzy para auxiliar no diagnóstico médico das faringotonsilites

Mariana M. Pissini¹ Magda S. Peixoto²

DFQM – Universidade Federal de São Carlos, 13.052-780, Sorocaba/SP.

Resumo. Este trabalho visa apresentar uma aplicação de relações fuzzy para auxiliar no diagnóstico de pacientes infectados com determinadas doenças no trato respiratório superior. Para isso foram consideradas as doenças: faringotonsilite viral, faringotonsilite estreptocócica, mononucleose e difteria; e utilizadas equações relacionais fuzzy para propor um modelo de diagnóstico médico relacionando os sintomas ou sinais de pacientes com essas quatro doenças.

Palavras-chave: *Relações Fuzzy; Modelagem Matemática; Diagnóstico Médico; Faringotonsilites.*

1. Introdução

Faringotonsilites, antigamente chamadas de amigdalites, representam uma das infecções mais frequentes das vias aéreas superiores, principalmente na população infantil. Esta afecção demanda uma fração importante dos atendimentos médicos, com custo ponderável à área da saúde, além de ausências no trabalho e às escolas, e afeta diretamente a qualidade de vida dos indivíduos acometidos.

Entre as infecções das vias aéreas superiores, encontramos muito frequentemente as faringotonsilites virais e bacterianas as quais, dependendo do vírus e da bactéria, podem ser classificadas de diversas maneiras como, por exemplo, faringotonsilite estreptocócica, faringotonsilite viral, mononucleose ou difteria. Embora as faringotonsilites de causa viral sejam mais prevalentes, esta síndrome clínica é um dos maiores e mais antigos exemplos de como os

¹Mestranda PROFMAT, ma_pissini@hotmail.com

²magda@ufscar.br

antibióticos são prescritos de maneira inadequada (Santos e Berezin, 2005; Sih, 2006).

A Teoria dos Conjuntos Fuzzy, introduzida por Zadeh (1965), tem sido muito utilizada para lidar com o diagnóstico de doenças, uma vez que uma única doença pode se manifestar de forma diferente em pacientes e com vários graus de severidade. Além disso, um único sintoma pode ser indicativo de doenças distintas, e a presença de outras doenças em um mesmo indivíduo pode alterar completamente o padrão sintomático esperado para qualquer uma delas (Ortega, 2001; Zadeh, 1965; Lopes et al., 2005).

Uma modelagem matemática utilizando a Teoria de Conjuntos Fuzzy para diagnóstico médico foi proposta por Barros e Bassanezi (2015). Dentro deste contexto, propõe-se um modelo matemático para auxiliar o diagnóstico de pacientes infectados com faringotonsilites, dentre elas selecionou-se quatro: faringotonsilite viral, faringotonsilite estreptocócica, mononucleose e difteria. A idéia básica é relacionar os sintomas e sinais de pacientes com as possíveis doenças, de acordo com os conhecimentos de uma especialista (residente de otorrinolaringologia de Sorocaba/SP), que colaborou de forma anônima, e utilizar equações relacionais fuzzy para propor um modelo de diagnóstico médico (Barros e Bassanezi, 2015).

O modelo de diagnóstico será utilizado para vinte pacientes, com idades maiores ou iguais a cinco anos, que podem apresentar dez sintomas (febre, odinofagia, hiperemia tonsilar, exsudato tonsilar, petéquias em palato, linfadenopatia, coriza/obstrução nasal/espirros, sintomas gastrointestinais/dor abdominal, mal-estar/fadiga e hepatoesplenomegalia), retirados de uma tabela elaborada pela própria especialista.

2. Equações relacionais fuzzy

Olhando para qualquer relação específica, tal como a do “casamento” por exemplo, considerando-se o par ordenado (x,y) tal que x e y representam duas pessoas, nas relações humanas pode-se dizer que, ou alguém é ou não é casado com outro alguém, o que é uma simplificação da realidade (Halmos, 2001). Este seria um exemplo de relação clássica. Porém, observando a relação de “afinidade” entre duas pessoas pode-se considerar o grau de afinidade entre elas, isto é, dois ou mais indivíduos podem se relacionar com diferentes graus de afinidade, desde 0 (não possuem afinidade) até 1 (possuem total afinidade).

Este seria um exemplo de relação fuzzy.

O conceito matemático de relação fuzzy generaliza o conceito de relação clássica por meio da atribuição de um valor do intervalo $[0,1]$ às associações entre elementos que fazem parte da relação.

Abaixo serão apresentadas algumas definições importantes para o desenvolvimento do modelo fuzzy para auxiliar no diagnóstico médico das faringotonsilites. Como fundamentação teórica utilizou-se como base as referências Barros e Bassanezi (2015) e Nicoletti e Camargo (2004).

Definição 1. *Seja U um conjunto (clássico); um subconjunto fuzzy F de U é caracterizado por uma função*

$$\varphi_F : U \longrightarrow [0, 1],$$

pré-fixada, chamada função de pertinência do subconjunto fuzzy F . O índice F da função de pertinência é usado em analogia à função característica de subconjunto clássico.

Na definição acima, o valor $\varphi_F(x) \in [0, 1]$ indica o grau com que o elemento x de U está no conjunto fuzzy F ; $\varphi_F(x) = 0$ indica a não pertinência de x ao conjunto fuzzy F e $\varphi_F(x) = 1$ indica a pertinência completa de x ao conjunto F .

Definição 2. *Uma relação fuzzy R sobre $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ é qualquer subconjunto fuzzy de $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. Assim, uma relação fuzzy é definida por uma função de pertinência $\varphi_R : U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \rightarrow [0, 1]$.*

Se o produto cartesiano for formado por apenas dois conjuntos $U_1 \times U_2$, a relação é chamada de fuzzy binária sobre $U_1 \times U_2$.

Do ponto de vista de inferência, com o objetivo de se tomar alguma decisão, uma relação fuzzy de grande importância é o produto cartesiano.

Definição 3. *O produto cartesiano fuzzy dos subconjuntos fuzzy A_1, A_2, \dots, A_n de U_1, U_2, \dots, U_n , respectivamente, é a relação fuzzy $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ cuja função de pertinência é dada por:*

$$\varphi_{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n} = \varphi_{A_1} \wedge \varphi_{A_2} \wedge \dots \wedge \varphi_{A_n},$$

sendo que \wedge representa o mínimo.

Logo, de acordo com essa definição, o produto cartesiano é uma intersecção entre conjuntos pertencentes a universos de discurso diferentes.

A composição entre relações fuzzy binárias é de importância fundamental nas aplicações em diagnóstico médico. Aqui será apresentada a composição mais tradicional em Lógica Fuzzy.

Definição 4. *Considere R e S duas relações fuzzy binárias em $U \times V$ e $V \times W$, respectivamente. A composição $R \circ S$ é uma relação fuzzy binária em $U \times W$ cuja função de pertinência é dada por*

$$\varphi_{R \circ S}(x, z) = \sup_{y \in V} [\min(\varphi_R(x, y), \varphi_S(y, z))].$$

Quando os conjuntos U , V e W são finitos, então a forma matricial da relação $R \circ S$, dada pela composição [max-min], é obtida como uma multiplicação de matrizes, substituindo-se o produto pelo mínimo e a soma pelo máximo (Barros e Bassanezi, 2015).

As equações relacionais fuzzy tratam de achar a forma matricial de uma relação fuzzy binária, a partir de duas outras conhecidas. As equações relacionais fuzzy de interesse aqui têm a forma:

$$R \circ X = T,$$

em que R e T são as formas matriciais das relações fuzzy binárias dadas, “o” uma composição [max-min] entre relações fuzzy e X a forma matricial de uma relação fuzzy incógnita a ser encontrada.

3. A modelagem matemática

O processo de tomada de decisões ocorre em diversos pontos da atividade do médico, principalmente no diagnóstico. Desta forma, a Teoria dos Conjuntos Fuzzy é aplicada no Diagnóstico Médico Fuzzy com auxílio de um especialista médico. O objetivo desta aplicação é propor um modelo fuzzy para auxiliar o médico a tomar decisões e optar por exames laboratoriais mais detalhados (Barros e Bassanezi, 2001).

A ideia básica é relacionar os sintomas ou sinais de pacientes com algumas possíveis doenças das vias aéreas superiores, de acordo com os conhecimentos médicos de um especialista.

Para isso, considere os seguintes conjuntos universais: conjunto dos pacientes (U), conjunto dos sintomas (V) e conjunto das doenças (W).

Neste caso, trata-se de doenças das vias aéreas superiores, faringotonsilites. Existem inúmeras classificações para as faringotonsilites, levando-se em consideração seu quadro clínico e bacteriológico. Para este estudo considerou-se quatro delas: faringotonsilite estreptocócica, faringotonsilite viral, difteria e mononucleose, das quais tem-se conhecimento de vinte pacientes $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9, P_{10}, P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{15}, P_{16}, P_{17}, P_{18}, P_{19}, P_{20}$, com os sinais e sintomas $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8, s_9, s_{10}$, que apresentaram os diagnósticos d_1, d_2, d_3, d_4 sendo:

- s_1 = febre
- s_2 = odinofagia
- s_3 = hiperemia tonsilar
- s_4 = exsudato tonsilar
- s_5 = petéquias em palato
- s_6 = linfadenopatia
- s_7 = coriza/obstrução nasal/ espirros
- s_8 = sintomas gastrointestinais/ dor abdominal
- s_9 = mal-estar / fadiga
- s_{10} = hepatoesplenomegalia
- d_1 = faringotonsilite estreptocócica
- d_2 = faringotonsilite viral
- d_3 = difteria
- d_4 = mononucleose

A base de conhecimentos será composta pelos dados acima, os quais serão representados por meio de equações relacionais fuzzy. Solicitou-se a especialista (residente de otorrinolaringologia de Sorocaba/SP) que estabelecesse o grau da relação fuzzy R , Tabela 1, cujas colunas representam as doenças consideradas, as linhas são os sinais e sintomas, e os valores da matriz são os graus, no intervalo $[0,1]$, com que os sinais e sintomas se relacionam com as doenças. Por exemplo, o valor $R_{91} = 0,75$, indica que numa escala entre 0 e 1, o sintoma s_9 , mal-estar/fadiga, está relacionado com a doença d_1 , faringotonsilite estreptocócica, com grau 0,75.

Tabela 1: Relação Fuzzy R: sintomas \times diagnósticos

Sinais e sintomas \ Diagnósticos	d_1	d_2	d_3	d_4
s_1	1,0	0,5	0,25	0,75
s_2	1,0	0,75	0,5	0,75
s_3	1,0	0,75	0,25	0,75
s_4	0,75	0,5	1,0	0,75
s_5	0,75	0,0	0,0	0,75
s_6	0,5	0,75	1,0	0,8
s_7	0,0	1,0	0,3	0,2
s_8	0,5	0,75	0,0	0,5
s_9	0,75	0,5	1,0	0,8
s_{10}	0,0	0,0	0,0	0,5

A Tabela 2 apresenta a relação fuzzy S, a qual é composta por valores no intervalo $[0,1]$ que indicam os graus com que cada sinal e sintoma se manifestou nos vinte pacientes, estes graus foram fornecidos pela especialista.

Tabela 2: Relação Fuzzy S: pacientes × sintomas

Pacientes(P) \ (s)	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8	s_9	s_{10}
P_1	0,75	1,0	1,0	0,8	1,0	0,2	0,0	0,0	0,6	0,0
P_2	0,5	0,6	0,6	0,0	0,0	0,6	1,0	0,2	0,2	0,0
P_3	0,75	1,0	0,8	0,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	0,0
P_4	0,75	0,8	1,0	0,6	0,0	0,2	0,0	0,0	0,8	0,0
P_5	0,0	0,2	0,6	0,0	0,0	0,6	1,0	0,6	0,2	0,0
P_6	1,0	0,2	0,0	1,0	0,0	1,0	0,2	0,4	1,0	0,0
P_7	0,0	0,6	1,0	0,2	0,0	0,2	0,8	0,0	0,2	0,0
P_8	1,0	1,0	1,0	1,0	0,0	0,2	0,0	0,0	1,0	0,0
P_9	0,5	1,0	0,8	1,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,8	0,0
P_{10}	0,5	0,8	0,6	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6	0,0
P_{11}	0,5	0,2	0,6	0,0	0,0	0,6	1,0	0,2	0,2	0,0
P_{12}	0,5	0,2	0,2	1,0	0,0	1,0	0,0	0,0	1,0	0,0
P_{13}	0,5	0,4	0,6	0,0	0,0	0,2	0,8	0,6	0,2	0,0
P_{14}	0,5	0,2	0,0	1,0	0,0	1,0	0,0	0,0	1,0	0,0
P_{15}	0,5	0,4	0,8	0,2	0,0	0,2	0,8	0,0	0,2	0,0
P_{16}	1,0	0,2	0,2	1,0	0,0	0,8	0,2	0,0	1,0	0,0
P_{17}	1,0	1,0	0,6	0,6	1,0	0,0	0,0	0,0	0,6	0,0
P_{18}	0,5	0,2	0,2	1,0	0,0	1,0	0,0	0,0	1,0	0,0
P_{19}	1,0	0,8	0,8	0,8	0,0	0,2	0,0	0,0	0,6	0,0
P_{20}	0,75	0,6	0,6	0,2	0,0	0,4	0,6	0,2	0,2	0,0

A ideia é obter uma relação fuzzy T , forma matricial da tabela pacientes × diagnósticos ($U \times W$), de modo que

$$S \circ R = T,$$

em que S é a forma matricial da tabela pacientes × sintomas ($U \times V$) e R é a forma matricial da tabela sintomas × diagnósticos ($V \times W$), “ \circ ” uma composição [max-min] entre relações fuzzy (Barros e Bassanezi, 2015).

A partir da relação fuzzy T será possível obter o diagnóstico médico com os respectivos graus das doenças para cada paciente, ou seja,

$$t_{ij}(x, z) = \max_{1 \leq k \leq n} [\min(\varphi_R(u_i, v_k), \varphi_S(v_k, w_j))] = \max_{1 \leq k \leq n} [\min(r_{ik}, s_{kj})],$$

obtendo assim a forma matricial de $T = S \circ R = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1p} \\ t_{21} & t_{22} & \dots & t_{2p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{m1} & t_{m2} & \dots & t_{mp} \end{bmatrix}_{m \times p}$.

Por exemplo, o diagnóstico médico do paciente P_1 , via relação fuzzy, é facilmente obtido através dos cálculos de t_{ij} , com $i = 1$ e $j = 1, 2, 3, 4$ da matriz T . Assim, de acordo com os sinais e sintomas apresentados, o paciente P_1 pode ter uma das doenças d_i , com $i = 1, 2, 3, 4$, com os respectivos graus de pertinência:

- $t_{11} = \max[\min\{0,75;1,0\}, \min\{1,0;1,0\}, \min\{1,0;1,0\}, \min\{0,8;0,75\}, \min\{1,0;0,75\}, \min\{0,2;0,5\}, \min\{0;0\}, \min\{0;0,5\}, \min\{0,6;0,75\}, \min\{0;0\}]$
 $t_{11} = \max[0,75 ; 1,0 ; 1,0 ; 0,75 ; 0,75 ; 0,2 ; 0 ; 0 ; 0,6 ; 0] = 1,0$
- $t_{12} = \max[\min\{0,75;0,5\}, \min\{1,0;0,75\}, \min\{1,0;0,75\}, \min\{0,8;0,5\}, \min\{1,0;0\}, \min\{0,2;0,75\}, \min\{0;1,0\}, \min\{0;0,75\}, \min\{0,6;0,5\}, \min\{0;0\}]$
 $t_{12} = \max[0,5 ; 0,75 ; 0,75 ; 0,5 ; 0 ; 0,2 ; 0 ; 0 ; 0,5 ; 0] = 0,75$
- $t_{13} = \max[\min\{0,75;0,25\}, \min\{1,0;0,25\}, \min\{1,0;0,25\}, \min\{0,8;1,0\}, \min\{1,0;0\}, \min\{0,2;1,0\}, \min\{0;0,3\}, \min\{0;0\}, \min\{0,6;1,0\}, \min\{0;0\}]$
 $t_{13} = \max[0,25 ; 0,25 ; 0,25 ; 0,8 ; 0 ; 0,2 ; 0 ; 0 ; 0,6 ; 0] = 0,8$
- $t_{14} = \max[\min\{0,75;0,75\}, \min\{1,0;0,75\}, \min\{1,0;0,75\}, \min\{0,8;0,75\}, \min\{1,0;0,75\}, \min\{0,2;0,8\}, \min\{0;0,2\}, \min\{0;0,5\}, \min\{0,6;0,8\}, \min\{0;0,5\}]$
 $t_{14} = \max[0,75 ; 0,75 ; 0,75 ; 0,75 ; 0,75 ; 0,2 ; 0 ; 0 ; 0,6 ; 0] = 0,75$

Da mesma forma, de acordo com os sinais e sintomas apresentados, o paciente P_5 pode também ter uma das doenças d_i , com $i = 1, 2, 3, 4$, com os respectivos graus de pertinência:

- $t_{51} = \max[\min\{0;1,0\}, \min\{0,2;1,0\}, \min\{0,6;1,0\}, \min\{0;0,75\}, \min\{0;0,75\}, \min\{0,6;0,5\}, \min\{1,0;0\}, \min\{0,6;0,5\}, \min\{0,2;0,75\}, \min\{0;0\}]$
 $t_{51} = \max[0 ; 0,2 ; 0,6 ; 0 ; 0 ; 0,5 ; 0 ; 0,5 ; 0,2 ; 0] = 0,6$
- $t_{52} = \max[\min\{0;0,5\}, \min\{0,2;0,75\}, \min\{0,6;0,75\}, \min\{0;0,5\}, \min\{0;0\}, \min\{0,6;0,75\}, \min\{1,0;1,0\}, \min\{0,6;0,75\}, \min\{0,2;0,5\}, \min\{0;0\}]$
 $t_{52} = \max[0 ; 0,2 ; 0,6 ; 0 ; 0 ; 0,6 ; 1,0 ; 0,6 ; 0,2 ; 0] = 1,0$
- $t_{53} = \max[\min\{0;0,25\}, \min\{0,2;0,25\}, \min\{0,6;0,25\}, \min\{0;1,0\}, \min\{0;0\}, \min\{0,6;1,0\}, \min\{1,0;0,3\}, \min\{0,6;0\}, \min\{0,2;1,0\}, \min\{0;0\}]$
 $t_{53} = \max[0 ; 0,2 ; 0,25 ; 0 ; 0 ; 0,6 ; 0,3 ; 0 ; 0,2 ; 0] = 0,6$

- $t_{54} = \max[\min\{0;0,75\}, \min\{0,2;0,75\}, \min\{0,6;0,75\}, \min\{0;0,75\}, \min\{0;0,75\}, \min\{0,6;0,8\}, \min\{1,0;0,2\}, \min\{0,6;0,5\}, \min\{0,2;0,8\}, \min\{0;0,5\}]$
 $t_{54} = \max[0 ; 0,2 ; 0,6 ; 0 ; 0 ; 0,6 ; 0,2 ; 0,5 ; 0,2 ; 0] = 0,6$

Desta forma, obtém-se o diagnóstico para todos os pacientes.

4. Conclusões

Através dos cálculos, foi possível encontrar a relação fuzzy T (pacientes \times diagnósticos), Tabela 3, cujas colunas representam as doenças consideradas, as linhas são os pacientes, e os valores da matriz são os graus com que as doenças se relacionam com cada paciente.

Tabela 3: Relação fuzzy T: pacientes \times diagnósticos

Pacientes \ Diagnósticos	d_1	d_2	d_3	d_4
P_1	1,0	0,75	0,8	0,75
P_2	0,6	1,0	0,6	0,6
P_3	1,0	0,75	0,8	0,75
P_4	1,0	0,75	0,8	0,8
P_5	0,6	1,0	0,6	0,6
P_6	1,0	0,75	1,0	0,8
P_7	1,0	0,8	0,3	0,75
P_8	1,0	0,75	1,0	0,8
P_9	1,0	0,75	1,0	0,8
P_{10}	0,8	0,75	0,6	0,75
P_{11}	0,6	1,0	0,6	0,6
P_{12}	0,75	0,75	1,0	0,8
P_{13}	0,6	0,8	0,3	0,6
P_{14}	0,75	0,75	1,0	0,8
P_{15}	0,8	0,8	0,3	0,75
P_{16}	1,0	0,75	1,0	0,8
P_{17}	1,0	0,75	0,6	0,75
P_{18}	0,75	0,75	1,0	0,8
P_{19}	1,0	0,75	0,8	0,75
P_{20}	0,75	0,6	0,4	0,75

Desta forma, notamos na Tabela 3, que a possibilidade do paciente P_1 ter

faringotonsilite estreptocócica, faringotonsilite viral, difteria e mononucleose é 1,0; 0,75; 0,8 e 0,75, respectivamente. E a possibilidade do paciente P_5 ter faringotonsilite estreptocócica, faringotonsilite viral, difteria e mononucleose é 0,6; 1,0; 0,6 e 0,6, respectivamente. Portanto, nota-se que o paciente P_1 , pelo modelo proposto, tem maior possibilidade de estar com faringotonsilite estreptocócica; e o paciente P_5 de estar com faringotonsilite viral.

É importante observar que a composição nem sempre responde qual doença o paciente possui, como acontece nitidamente para os pacientes P_6 , P_8 , P_9 , P_{15} , P_{16} e P_{20} , os quais possuem duas doenças com o mesmo grau de pertinência, porém, ao comparar com os diagnósticos fornecidos pela especialista, entre as duas doenças, uma delas é o diagnóstico correto.

Observa-se que os resultados dos diagnósticos são muito próximos uns dos outros, resultado esperado pela residente de otorrinolaringologia, uma vez que as doenças pesquisadas possuem sintomas semelhantes, exceto em alguns casos específicos como hepatoesplenomegalia, que é o aumento do tamanho do fígado e do baço, provocado geralmente por uma grande atividade de defesa imunológica do organismo, presente apenas na mononucleose.

Os resultados do modelo fuzzy disponíveis na Tabela 3 e comparados com os diagnósticos fornecidos pela especialista foram compatíveis em 95% dos casos, ou seja dos 20 diagnósticos 19 foram compatíveis. Fazendo-se uma pesquisa e um questionamento desses casos, considerou-se pacientes com idade maior ou igual a 5 anos, essa escolha se deu pelo fato de que os pacientes com idades inferiores não possuem autonomia para responderem por si só sobre seus sinais e sintomas, e ficam dependentes da análise de seus responsáveis. Além disso, uma observação é que na maioria dos casos, os pacientes já vão medicados ao médico, ou seja, já ingeriram um antitérmico ou um analgésico, o que pode comprometer o resultado da aferição da febre e do grau da dor que estão sentindo no momento da consulta.

É importante observar que a resposta da composição é também um conjunto fuzzy, ou seja, a composição fuzzy fornece a distribuição de possibilidades do paciente no conjunto de doenças dado que ele apresenta uma certa distribuição de possibilidades no conjunto de sintomas (Massad et al., 2008; Marins, 2016; Marins e Peixoto, 2016).

Outra propriedade importante da relação fuzzy é que à medida que se obtém diagnósticos de novos pacientes, estes podem ser incluídos na base de conhecimentos aumentando assim a capacidade de se obter mais diagnósticos

por meio de relações fuzzy, tal como fazem os profissionais da saúde (Barros e Bassanezi, 2015; Massad et al., 2008).

Agradecimentos

As autoras agradecem a especialista, residente de otorrinolaringologia da cidade de Sorocaba/SP, que colaborou de forma anônima com a realização deste trabalho. A segunda autora agradece a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) processo número 2016/04299-9 pelo auxílio financeiro.

Referências

- Barros, L. C. e Bassanezi, R. C. (2001). Introdução à teoria fuzzy aplicações em biomatemática. In *Congresso Latino Americano de Biomatemática*, páginas 1–46, Campinas, Brasil. In Minicurso.
- Barros, L. C. e Bassanezi, R. C. (2015). *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*. IMECC–UNICAMP, Campinas/SP.
- Halmos, P. R. (2001). *Teoria ingênua dos conjuntos*. Ciência Moderna, Rio de Janeiro/RJ.
- Lopes, W. A., Jafelice, R. S. M., e Barros, L. C. (2005). Modelagem fuzzy de diagnóstico médico e monitoramento do tratamento da pneumonia. *Revista de Biomatemática*, 15(7):77–96.
- Marins, L. R. (2016). Diagnóstico médico por meio de relações fuzzy: dengue, chikungunya ou zica. Dissertação de Mestrado, DFQM–UFSCar, Sorocaba/SP.
- Marins, L. R. e Peixoto, M. S. (2016). Dengue, chikungunya ou zica: uma proposta de diagnóstico médico por meio de relações fuzzy. *Revista de Biomatemática*, 26(11):161–168.
- Massad, E., Ortega, N. R. S., Barros, L. C., e Struchiner, C. J. (2008). *Fuzzy Logic in Action: Applications in Epidemiology and Beyond*. Springer.
- Nicoletti, M. C. e Camargo, H. A. (2004). Fundamentos da teoria de conjuntos fuzzy. *São Carlos: EdUFSCAR*.

- Ortega, N. R. S. (2001). *Aplicação da Teoria de Conjuntos Fuzzy a Problemas da Biomedicina*. Tese de Doutorado, Instituto de Física–USP, São Paulo/SP.
- Santos, A. G. e Berezin, E. N. (2005). Comparção entre métodos clínicos e laboratoriais no diagnóstico das faringotonsilites estreptocócicas. *Jornal de Pedriatria*, 81:23–28.
- Sih, T. (2006). Tonsilite viral ou bacteriana? *IV Manual de otorrinolaringologia pediátrica da IAPO*. Guarulhos: Lis Gráfica & Editora, 4(11):57–60.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8:338–353.