



22nd IBERIAN LATIN-AMERICAN CONGRESS
ON COMPUTATIONAL METHODS IN
ENGINEERING
2nd Brazilian Congress on Computational Mechanics
NOVEMBER 7-9, 2001
Campinas, SP - Brazil

PRÉ-DESPACHO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA VIA RELAXAÇÃO LAGRANGEANA E MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES

Fábio G. Chiavegato

Departamento de Sistemas – FEEC/UNICAMP
Caixa Postal 6101 – Campinas – SP – CEP: 13083-970
fabio.gc.densis.fee.unicamp.br

Aurelio R. L. Oliveira

Departamento de Ciências de Computação e Estatística – ICMC/USP
Caixa Postal 668 – São Carlos – SP – CEP: 13560-970
aurelio@icmc.sc.usp.br

Secundino Soares

Departamento de Sistemas – FEEC/UNICAMP
Caixa Postal 6101 – Campinas – SP – CEP: 13083-970
dino@densis.fee.unicamp.br

***Resumo.** O problema de minimização das perdas de geração/transmissão do pré-despacho de sistemas de energia elétrica é formulado como um modelo de fluxos em redes DC e resolvido via relaxação Lagrangeana e métodos de pontos interiores. A relaxação Lagrangeana é aplicada às restrições que estabelecem metas de geração das usinas hidrelétricas, desacoplando o modelo em sub-problemas correspondentes a fluxos de carga ótimo DC, resolvidos através de métodos de pontos interiores especializados. Esta abordagem combina as vantagens da formulação por fluxo em redes com a eficiência da relaxação Lagrangeana e a robustez dos métodos de pontos interiores. A especialização dos sub-problemas leva a uma iteração rápida pois é possível reduzir a dimensão dos sistemas lineares ao número de barras ou ao número de laços. Além disto, a matriz destes sistemas é invariante ao longo das iterações podendo ser decomposta a priori. Finalmente, uma heurística eficiente, que também pode ser calculada a priori, é utilizada para obter uma matriz de reatância esparsa. Experimentos numéricos, para diversos cenários com o sistema teste IEEE30 são apresentados e comparados com uma implementação baseada em pontos interiores sem a relaxação Lagrangeana. Esta abordagem se mostrou competitiva e robusta, convergindo rapidamente para todos os casos testados.*

***Keywords:** Fluxo de potência ótimo, Relaxação Lagrangeana, Método de pontos interiores, Fluxo em redes, Pré-Despacho*

1. INTRODUÇÃO

O problema de pré-despacho DC pode ser modelado como a minimização de uma função quadrática com variáveis separáveis, representando as perdas no sistema hidráulico de geração e de transmissão no sistema de potência, sujeito a restrições lineares representando o fluxo de potência ativo e as metas de geração das usinas hidrelétricas. As restrições de fluxo, por sua vez, podem ser divididas em blocos que se repetem em cada intervalo de tempo, representando o sistema elétrico em cada estágio (hora).

Uma vez que estes blocos matriciais são acoplados por restrições adicionais, o problema é naturalmente decomposto através da relaxação das restrições de acoplamento obtendo como sub-problemas modelos de despacho ótimo de potência ativa que podem ser formulados como um fluxo em redes com restrições adicionais (Carvalho, Soares & Ohishi 1988). Uma vantagem dessa modelagem é que, com a formulação independente das leis de Kirchhoff, os fluxos de potência são representados explicitamente permitindo a consideração direta dos limites de transmissão como restrições e das perdas de transmissão como um critério de desempenho.

O método empregado na solução do problema é a decomposição Lagrangeana (Lasdon 1970). Na resolução dos sub-problemas de despacho ótimo de potência ativa aplicamos os métodos de pontos interiores desenvolvidos por Oliveira, Nepomuceno & Soares (2001a). Outra motivação vem do fato que os métodos de pontos interiores vêm obtendo excelente desempenho em problemas de fluxo de potência ótimo com representação AC tanto em termos de eficiência como de robustez (Granville 1994, Momoh, El-Hawary & Adapa 1999, Quintana, Torres & Medina-Palomo 2000).

2. O MODELO DE PRÉ-DESPACHO

2.1 O Modelo Estático

Primeiramente, estudaremos o problema de fluxo de carga ótimo ativo em um único intervalo de tempo:

$$\text{minimizar} \quad \alpha f' R f + \beta \gamma(p) \quad (1)$$

$$\text{sujeito a} \quad A f = p - l, \quad X f = 0 \quad (2)$$

$$f^{\min} \leq f \leq f^{\max}, \quad p^{\min} \leq p \leq p^{\max} \quad (3)$$

onde:

f representa o fluxo de potência ativa;

p representa a geração de potência ativa;

R é a matriz diagonal das resistências das linhas;

$\gamma(p)$ representa a função de perdas na geração que será descrita em seguida;

A é a matriz de incidência da rede de transmissão;

X é a matriz de reatância da rede de transmissão;

l representa as demandas de potência ativa;

f^{\max} e f^{\min} são os limites de fluxo de potência ativa;

p^{\max} e p^{\min} são os limites de geração de energia hidráulica;

α e β são ponderações dos objetivos a minimizar.

O sistema de transmissão é representado por um fluxo de carga DC (i.e., fluxo de carga em corrente contínua) com limites no fluxo de carga ativo. Para que as variáveis de geração (p) e de transmissão (f) possam ser expressas simultaneamente no modelo, as leis de Kirchhoff são apresentadas separadamente (Carvalho et al. 1988). A equação (Eq. 2) representa as leis de Kirchhoff para ramos e nós. Portanto, o conjunto de restrições para este problema é linear onde, (Eq. 3) representa as capacidades de geração e transmissão do sistema e (Eq. 2) representa a

rede de geração/transmissão.

Para determinar a geração de cada usina hidroelétrica foi desenvolvida uma heurística por Soares & Salmazo (1997). Primeiro, o problema é resolvido para todos os intervalos de tempo de operação, onde se considera uma turbina para cada usina com capacidade ilimitada. Dada a geração obtida, o número ótimo de turbinas é determinado e o problema é resolvido novamente utilizando este número ótimo. Este procedimento é repetido até que o número de turbinas por usina permaneça inalterado de uma iteração para a seguinte.

Utilizando o modelo descrito para minimizar as perdas na geração, as duas componentes da função objetivo (Eq. 1) são quadráticas com variáveis separáveis, uma vez que a matriz R também é diagonal.

2.2 O MODELO DINÂMICO

A representação do problema descrita na seção anterior corresponde a um único intervalo de tempo da operação. Para estender esta formulação, é necessário considerar este problema para cada intervalo de tempo, acrescentando ainda as restrições de acoplamento

$$\sum_{i=1}^t p_i = q, \quad (4)$$

onde q representa a meta de geração de energia, estabelecida pelo planejamento de longo prazo, p_i representa a geração de potência ativa no intervalo de tempo i e o número total de intervalos é dado por t . Nesta situação, o problema fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & \alpha \sum_{i=1}^t f_i' R f_i + \beta \sum_{i=1}^t \gamma(p_i) \\ \text{sujeito a} \quad & A f_1 = p_1 - l_1 \\ & X f_1 = 0 \\ & f^{min} \leq f_1 \leq f^{max} \\ & p^{min} \leq p_1 \leq p^{max} \\ & \dots \\ & A f_t = p_t - l_t \\ & X f_t = 0 \\ & f^{min} \leq f_t \leq f^{max} \\ & p^{min} \leq p_t \leq p^{max} \\ & \sum_{i=1}^t p_i = q. \end{aligned}$$

É fácil perceber que as restrições de fluxo potência ativa se repetem para cada intervalo de tempo e apenas se acoplam através das restrições adicionais. Esta estrutura particular, denominada dinâmica, pode ser explorada para resolver o problema eficientemente.

Desconsiderando as restrições de acoplamento, esse problema é separável sendo dividido em t sub-problemas. Esses sub-problemas tem a mesma estrutura e a sua resolução é detalhada na próxima seção.

3. RESOLUÇÃO DO SUB-PROBLEMA

Os sub-problemas referentes ao modelo estático são resolvidos através de métodos de pontos interiores especializados para a formulação em redes DC. Para simplificar o desenvolvimento dos métodos de pontos interiores faremos as seguintes alterações no modelo estático (Eq. 1, 2 e 3). Vale notar que a adaptação do método a ser obtido para o referido modelo é trivial.

- Mudança de variáveis $\tilde{f} = f - f^{min}$.
- Mudança de variáveis $\tilde{p} = p - p^{min}$.
- As ponderações α e β dos objetivos a minimizar terão valor unitário;
- Trabalharemos com $\tilde{R} = 2R$;
- $\gamma(p) = \frac{1}{2}p'Hp$ onde H é uma matriz diagonal.

Com estas alterações, obtemos o seguinte problema primal

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && \frac{1}{2}\tilde{f}'\tilde{R}\tilde{f} + c'_f\tilde{f} + \frac{1}{2}\tilde{p}'H\tilde{p} + c'_p\tilde{p} \\ &\text{sujeito a} && A\tilde{f} - \tilde{p} = \tilde{l}_i, && X\tilde{f} = \tilde{l}_v \\ &&& 0 \leq \tilde{f} \leq f^{max}, && 0 \leq \tilde{p} \leq p^{max} \end{aligned}$$

onde $c_f = \tilde{R}f^{min}$, $c_p = Hp^{min}$, $\tilde{l}_i = -l - Af^{min} + p^{min}$ e $\tilde{l}_v = -Xf^{min}$.

Introduzindo as variáveis de folga das capacidades obtemos

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && \frac{1}{2}f'Rf + c'_ff + \frac{1}{2}p'Hp + c'_pp \\ &\text{sujeito a} && Af - p = l_i, && Xf = l_v \\ &&& f + s_f = f^{max}, && p + s_p = p^{max} \\ &&& (f, s_f) \geq 0, && (p, s_p) \geq 0 \end{aligned} \tag{5}$$

onde por simplicidade de notação os tils foram eliminados.

Associado ao problema primal (Eq. 5) temos o seguinte problema dual já com as variáveis de folga z_f e z_p introduzidas:

$$\begin{aligned} &\text{maximizar} && l'y - (f^{max})'w_f - (p^{max})'w_p && -\frac{1}{2}f'Rf - \frac{1}{2}p'Hp \\ &\text{sujeito a} && B'y + z_f - w_f - Rf = c_f, && -y(p) + z_p - w_p - Hp = c_p \\ &&& (z_p, w_p) \geq 0, && (z_f, w_f) \geq 0 \end{aligned}$$

onde $y(p)$ são os elementos da variável dual y correspondentes às barras de geração e

$$B = \begin{pmatrix} A \\ X \end{pmatrix} ; \quad l = \begin{pmatrix} l_i \\ l_v \end{pmatrix}.$$

As condições de otimalidade para os problemas primal e dual são dadas por

$$\begin{aligned} &\text{Factibilidade primal} && \begin{cases} Af - p = l_i, & Xf = l_v \\ f + s_f = f^{max}, & p + s_p = p^{max} \\ (f, s_f) \geq 0, & (p, s_p) \geq 0 \end{cases} \\ &\text{Factibilidade dual} && \begin{cases} B'y + z_f - w_f - Rf = c_f \\ -y(p) + z_p - w_p - Hp = c_p \\ (z_p, w_p) \geq 0, & (z_f, w_f) \geq 0 \end{cases} \tag{6} \\ &\text{Condições de} && \begin{cases} FZ_f e = 0, & PZ_p e = 0 \\ \text{Complementaridade} & S_f W_f e = 0, & S_p W_p e = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

onde e representa o vetor em que todos elementos tem valor unitário e a notação $F = \text{diag}(f)$ para matrizes diagonais é utilizada.

3.1 Método de Pontos Interiores Primal-Dual

O método de pontos interiores primal-dual para esta formulação consiste na aplicação do método de Newton às condições de otimalidade (Eq. 6) desconsiderando-se as restrições de não-negatividade e incluindo uma perturbação (μ) nas condições de complementaridade. A convergência do método a uma solução é obtida partindo-se de um ponto estritamente positivo e nunca permitindo que estas variáveis se tornem negativas. Este controle é realizado através do tamanho do passo.

Definindo os vetores $x = (f, p, s_f, s_p)$ e $v = (z_f, z_p, w_f, w_p)$, a aplicação do método de Newton a (Eq. 6) resulta no seguinte método:

Dados y^0 e $(x^0, v^0) > 0$.

Para $k = 0, 1, 2, \dots$, faça

1. Calcule a perturbação μ^k .
2. Calcule as direções de Newton $\Delta x^k, \Delta v^k$ e Δy^k .
3. Calcule o tamanho dos passos primal e dual para permanecer em um ponto interior
 $\alpha_p^k = \min(1, \tau^k \rho_p^k)$ e $\alpha_d^k = \min(1, \tau^k \rho_d^k)$ para $\tau^k \in (0, 1)$ onde:
 $\rho_p^k = \frac{-1}{\min_i \left(\frac{\Delta x_i^k}{x_i^k} \right)}$ e $\rho_d^k = \frac{-1}{\min_i \left(\frac{\Delta v_i^k}{v_i^k} \right)}$.
4. Calcule o novo ponto

$$x^{k+1} = x^k + \alpha_p^k \Delta x^k \quad \text{e} \quad (y^{k+1}, v^{k+1}) = (y^k, v^k) + \alpha_d^k (\Delta y^k, \Delta v^k).$$

Os parâmetros μ e τ e o ponto inicial serão discutidos mais adiante. As direções de Newton são definidas pelo seguinte sistema linear¹:

$$\begin{cases} A\Delta f - \Delta p = -l_i - Af + p \equiv r_i \\ X\Delta f = l_v - Xf \equiv r_v \\ \Delta f + \Delta s_f = f^{max} - f - s_f \equiv r_f \\ \Delta p + \Delta s_p = p^{max} - p - s_p \equiv r_p \\ B'\Delta y + \Delta z_f - \Delta w_f - R\Delta f = c_f - B'y - z_f + w_f + Rf \equiv r_y \\ -\Delta y(p) + \Delta z_p - \Delta w_p - H\Delta p = c_p + y(p) - z_p + w_p + Hp \equiv r_g \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} Z_f\Delta f + F\Delta z_f = \mu e - FZ_f e \equiv r_{z_f} \\ Z_p\Delta p + P\Delta z_p = \mu e - PZ_p e \equiv r_{z_p} \\ W_f\Delta s_f + S_f\Delta w_f = \mu e - S_fW_f e \equiv r_{w_f} \\ W_p\Delta s_p + S_p\Delta w_p = \mu e - S_pW_p e \equiv r_{w_p}. \end{cases} \quad (8)$$

3.2 Método Preditor-Corretor

O método preditor-corretor resolve dois sistemas lineares para encontrar as direções. Primeiramente é calculada a *direção afim* ($\Delta \tilde{x}, \Delta \tilde{y}, \Delta \tilde{t}$) resolvendo o sistema linear (Eq. 7 e 8) com $\mu = 0$. Em seguida as direções são calculadas resolvendo, o sistema linear formado por (Eq. 7) e as seguintes equações (Mehrotra 1992):

$$\begin{cases} Z_f\Delta f + F\Delta z_f = \mu e - FZ_f e - \Delta \tilde{F}\Delta \tilde{Z}_f e \equiv \tilde{r}_{z_f} \\ Z_p\Delta p + P\Delta z_p = \mu e - PZ_p e - \Delta \tilde{P}\Delta \tilde{Z}_p e \equiv \tilde{r}_{z_p} \\ W_f\Delta s_f + S_f\Delta w_f = \mu e - S_fW_f e - \Delta \tilde{S}_f\Delta \tilde{W}_f e \equiv \tilde{r}_{w_f} \\ W_p\Delta s_p + S_p\Delta w_p = \mu e - S_pW_p e - \Delta \tilde{S}_p\Delta \tilde{W}_p e \equiv \tilde{r}_{w_p}. \end{cases}$$

¹O índice k representando o número da iteração será desconsiderado a partir de agora para evitar uma notação muito carregada.

3.3 Detalhes de Implementação

Definição dos Parâmetros O parâmetro τ tem valor fixo: $\tau = 0.99995$. Para o método preditor-corretor, μ é dado pela seguinte relação: $(\frac{\tilde{\gamma}}{\gamma})^2 (\frac{\tilde{\gamma}}{n^2})$ onde n é a dimensão do vetor x , $\gamma = (x)'v$ e $\tilde{\gamma} = (x + \Delta\tilde{x})'(v + \Delta\tilde{v})$. Além disso, em ambos os métodos quando $\gamma < 1$, o parâmetro μ é substituído por $\mu = \frac{\gamma^2}{n^2}$.

É possível provar que $\gamma = x'v$ é igual ao *gap* de dualidade para um ponto factível o que justifica a escolha de μ .

Ponto Inicial Uma vez que o método de pontos interiores converge rapidamente nos experimentos apresentados mais adiante, não foi realizado nenhum estudo para a obtenção de pontos iniciais mais elaborados. O ponto inicial apresentado a seguir é utilizado em todos os testes:

$$\begin{aligned} f^0 &= s_f^0 = \frac{f^{max}}{2} \\ p^0 &= s_p^0 = \frac{p^{max}}{2} \\ y^0 &= 0 \\ z_f^0 &= w_f^0 = (R + I)e \\ z_p^0 &= w_p^0 = e. \end{aligned}$$

Resolução do Sistema Linear A matriz dos sistemas lineares dos métodos primal-dual e preditor-corretor é a mesma. Portanto a discussão desta seção se restringirá ao sistema (Eq. 7 e 8). Este sistema linear pode ter sua dimensão bastante reduzida através da eliminação de variáveis sem modificar sua estrutura esparsa. Primeiramente substituímos as variáveis de folga primais e duais:

$$\begin{aligned} \Delta z_f &= F^{-1}(r_{z_f} - Z_f \Delta f); \\ \Delta z_p &= P^{-1}(r_{z_p} - Z_p \Delta p); \\ \Delta w_f &= S_f^{-1}(r_{w_f} - W_f \Delta s_f); \\ \Delta w_p &= S_p^{-1}(r_{w_p} - W_p \Delta s_p); \\ \Delta s_f &= r_{s_f} - \Delta f; \\ \Delta s_p &= r_{s_p} - \Delta p. \end{aligned}$$

Com estas substituições, (Eq. 7) se reduz a

$$\begin{cases} A\Delta f - \Delta p = r_i \\ X\Delta f = r_v \\ B'\Delta y - D_f\Delta f = r_a \end{cases} \quad (9)$$

onde $D_f = F^{-1}Z_f + S_f^{-1}W_f + R$, $D_p = P^{-1}Z_p + S_p^{-1}W_p + H$,

$r_a = r_y - F^{-1}r_{z_f} + S_f^{-1}r_{w_f} - S_f^{-1}W_f r_f$ e $r_b = r_g - P^{-1}r_{z_p} + S_p^{-1}r_{w_p} - S_p^{-1}W_p r_p$.

Somente inversas de matrizes diagonais são envolvidas. Eliminando as variáveis de geração e fluxo de potência em (Eq. 9) $\Delta f = -D_f^{-1}(r_a - B'\Delta y)$ e $\Delta p = -D_p^{-1}(r_b + \Delta y(p))$ resulta em

$$(BD_f^{-1}B' + D)\Delta y = r \quad (10)$$

onde $r = \begin{pmatrix} r_i \\ r_v \end{pmatrix} + BD_f^{-1}r_a - Dr_b$, e D é uma matriz diagonal cujos elementos não nulos correspondem às barras de geração dados por D_p^{-1} . Novamente, somente matrizes diagonais são invertidas.

O fato de a matriz B ser quadrada (desconsiderando uma linha redundante) é bastante relevante. Esta característica pode ser utilizada para reduzir significativamente o esforço computacional por iteração. Assim, se formamos a matriz não-singular $\tilde{B} = [B \ e_j]$ o sistema (Eq. 10) pode ser reescrito da seguinte forma:

$$(\tilde{B}\tilde{D}_f^{-1}\tilde{B}' + \tilde{D})\Delta y = r \quad (11)$$

onde \tilde{D}_f^{-1} incorpora o elemento diagonal retirado de D para formar \tilde{D} . Uma forma eficiente para resolver (Eq. 11) é apresentada por Oliveira et al. (2001a) onde a fórmula de Sherman-Morrison-Woodbury (Duff, Erisman & Reid 1986) é utilizada. É importante notar que a dimensão do sistema linear pode ser reduzida ao número de nós ou de laços independentes. Além disso, a matriz do sistema linear reduzido é fixa para um determinado problema podendo se decomposta a priori. Heurísticas para encontrar uma matriz de reatância esparsa, são fornecidas em (Franco, Carvalho & Soares 1994, Oliveira et al. 2001a). Estas heurísticas também podem ser aplicadas a priori.

4. DECOMPOSIÇÃO USANDO RELAXAÇÃO LAGRANGEANA

Será considerado um procedimento descentralizado para a solução do problema dinâmico, com um sistema de multiplicadores de Lagrange usado como mecanismo de coordenação. A decomposição do problema dinâmico será aplicada sobre as restrições de metas energéticas. O método de decomposição designará um coordenador, denominado variável dual, para cada uma dessas restrições. Relaxando as restrições de acoplamento (Eq. 4) obtemos o seguinte problema:

$$\begin{aligned} \text{minimizar} \quad & \alpha \sum_{i=1}^t f_i' R f_i + \beta \sum_{i=1}^t \gamma(p_i) + \lambda' \left(\sum_{i=1}^t p_i - q \right) \\ \text{sujeito a} \quad & A f_1 = p_1 - l_1 \\ & X f_1 = 0 \\ & f_1^{min} \leq f_1 \leq f_1^{max} \\ & p_1^{min} \leq p_1 \leq p_1^{max} \\ & \vdots \\ & A f_t = p_t - l_t \\ & X f_t = 0 \\ & f_t^{min} \leq f_t \leq f_t^{max} \\ & p_t^{min} \leq p_t \leq p_t^{max}. \end{aligned} \quad (12)$$

Note que para valores fixos de λ , este problema é separável em t sub-problemas. A existência de soluções ótimas para os multiplicadores é garantida pelo teorema de Kuhn-Tucker. Sejam as funções que compõem a função objetivo convexas e diferenciáveis.

$$\begin{aligned} L(f, p, \lambda) &= \alpha \sum_{i=1}^t (f_i^t R f_i + c_f^t f_i) + \beta \sum_{i=1}^t (p_i^t H p_i + c_p^t p_i) + \lambda' \left(\sum_{i=1}^t p_i - q \right) \\ &= \sum_{i=1}^t (\alpha f_i^t R f_i + \alpha c_f^t f_i + \beta p_i^t H p_i + \beta c_p^t p_i + \lambda' p_i) + \lambda' q. \end{aligned} \quad (13)$$

Escrevendo de outro forma podemos ver que a função objetivo é aditivamente separável em f e p :

$$L(f, p, \lambda) = \sum_{i=1}^t g_i(f_i, p_i, \lambda) + \lambda' q$$

onde g_i é a subfunção objetivo (Eq. 13). Pelo teorema de Kuhn-Tucker, um vetor $[f^0, p^0] = [(f_1^0, \dots, f_n^0)^t, (p_1^0, \dots, p_n^0)^t]$ resolve (Eq. 12) se, e somente se existir um multiplicador λ^0 tal que $[f^0, p^0] = x^0$ satisfaça

$$\begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta x_i} &= \frac{\delta g_i(x_i, \lambda^0)}{\delta x_i} \geq 0, & i &= 1, \dots, n \\ \lambda^0 \left(\sum_{i=1}^t p_i - q \right) &= 0, & \sum_{i=1}^t p_i &\leq q \\ \frac{x_i \delta g_i(x_i, \lambda^0)}{\delta x_i} &= 0, & x_i &\geq 0, i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (14)$$

Desde que g_i seja convexa em x_i para algum λ , as equações (Eq. 14) são necessárias e suficientes para que x_i^0 minimize $g_i(x_i, \lambda^0)$ sujeito a $x_i \geq 0$. Assim o multiplicador de Lagrange λ^0 corresponde ao valor desejado. A segunda condição de (Eq. 14) diz que λ^0 é grande o suficiente para limitar o total de recursos consumidos do total disponível.

4.1 Problema Minimax Dual

Nesta seção verificaremos como (Eq. 12) pode ser resolvida. Para isso devemos estudar o comportamento do valor mínimo de $L(f, p, \lambda)$. Isto é, vamos analisaremos $L(f, p, \lambda)$ para um conjunto de multiplicadores, λ^0 .

Considere, $h(\lambda) = \min_{x \in S} L(x, \lambda)$ a função h é chamada de função dual. Seu domínio de definição é dado por $D = \{\lambda \mid \min_{x \in S} L(x, \lambda) \text{ existe}\}$, isto é, D é o conjunto dos vetores não negativos λ para os quais $L(x, \lambda)$ tem um ínfimo finito sobre S o qual é alcançado em algum ponto em S . Se, para todo λ , $L(x, \lambda)$ é contínua em x para todo $x \in S$ e se S é fechado e limitado então, pelo teorema de Weirstrass (Lasdon 1970, Luenberger 1984) temos $D = (E^m) = \{\lambda \mid \lambda \text{ irrestrito}\}$.

Contudo, D não necessita ser convexo e pode ser vazio. Como um exemplo D pode consistir em um único ponto. Um par primal/dual pode ser então definido, veja (Lasdon 1970) para maiores detalhes. Este problema é denominado minimax dual, e pode ser escrito como:

$$\max_{\lambda \in D} \min_{x \in S} L(f, p, \lambda).$$

Considere novamente o problema primal, (Eq. 12), para o qual L é separável em x . A função Lagrangeana pode ser decomposta em sub-problemas. É possível mostrar que encontrando os multiplicadores λ , que resolvem o dual através da coordenação destes sub-problemas, a solução encontrada resolve também o problema primal (Lasdon 1970). O coordenador portanto tem a tarefa de maximizar h .

4.2 Coordenador

Uma vez que $h(f, p, \lambda) = h(x, \lambda)$ é diferenciável, podemos utilizar um algoritmo de gradiente do tipo direção de descida, modificado para trabalhar com as restrições $\lambda \geq 0$ ou $\lambda = 0$. Assim, algoritmo de coordenação é resumido da seguinte forma:

1. Escolha valores iniciais para λ^0 . Para $k = 1, 2, \dots$, faça:
2. Resolva o problema Lagrangeano com λ^k , obtendo a solução $[f^k, p^k] = x(\lambda^k)$. Isto pode ser feito resolvendo-se os sub-problemas de forma independente uma vez que são separáveis;
3. Construa a função dual $h(\lambda^k) = L(x(\lambda^k), \lambda^k)$ e seu gradiente $\Delta h(\lambda^k) = g(x(\lambda^k))$;
4. Defina a direção de busca, s^k , como o gradiente, ou gradiente conjugado;

5. Calcule o novo vetor $\lambda^{k+1} = \lambda^k + \alpha^k s^k$;
6. Pare quando $\alpha^k \cong 0$;
7. Retorne ao passo (2).

O parâmetro α^k corresponde a o tamanho do passo, e deve ser selecionado de forma que $h(\lambda^{k+1}) > h(\lambda^k)$. O tamanho do passo é determinado utilizando uma busca unidimensional na direção s^k sobre a função $h(x, \lambda)$. A busca utilizada neste trabalho consistiu de uma interpolação quadrática. Note que existe $\alpha^k > 0$ que satisfaz a exigência acima, uma vez que $h(x, \lambda)$ é diferenciável.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Em todos os casos testados foi utilizado uma estação de trabalho Sun Ultra-1. O método descrito foi implementado em Matlab 6. O método preditor-corretor foi utilizado devido ao seu desempenho superior ao método primal-dual (Oliveira et al. 2001a). A precisão adotada pelos métodos de pontos interiores é de 10^{-6} . O propósito desta seção é mostrar a qualidade das soluções encontradas como também a velocidade e robustez do método apresentado.

A Figura 1 contém uma representação gráfica do sistema IEEE30 utilizado nos experimentos. Em todos os experimentos $f^{min} = -f^{max}$ foi usado como limites para fluxo de potência e $p^{min} = 0$ para limite inferior de geração de potência. Os limites máximos de geração usados são $p^{max} = 80\text{MW}$ para todos os geradores. Para simplificar a interpretação dos resultados, somente funções quadráticas puras são utilizadas, ou seja, $c_p = 0$. Inicialmente o coeficiente das perdas de geração de todas as usinas serão considerados iguais.

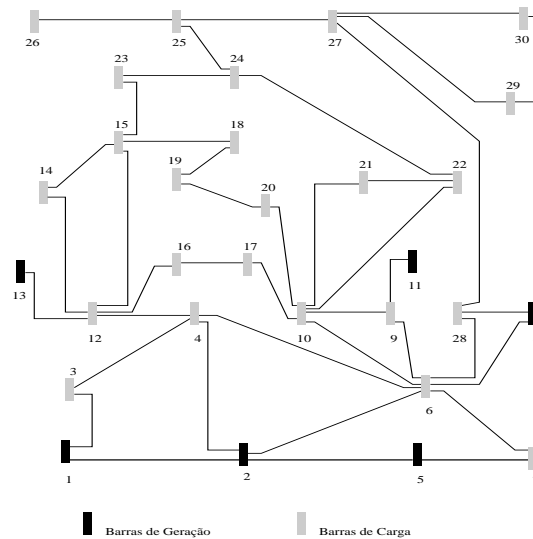


Figura 1: Sistema IEEE30

Para tornar os testes mais realistas fizemos uso de valores de cargas medidas durante 10 anos, com medições horárias para o sistema do estado de São Paulo. Com esses valores foi obtido um perfil de carga para o horizonte de estudo adotado, de vinte quatro horas.

A metodologia utilizada para obter os fatores de carga é resumida a seguir. Primeiramente a média das cargas horárias para os 10 anos foi calculada: $Q_m(k) = \sum_{j=0}^t q_h(i, j)$ onde $q_h(i, j)$ representa carga horária do dia i na hora j . Com isso obtemos a carga horária média e calculamos então a média das cargas horárias $MQ_m = \sum_i Q_m(k)$. Finalmente, os fatores propriamente ditos são obtidos pela divisão da carga pela média das cargas $q_m(k) = \frac{Q_m(k)}{MQ_m}$.

5.1 Cenários

As metas são criadas em dois passos:

1. Executamos o programa coordenador para os vinte e quatro períodos em questão separadamente, e para cada um deles obtivemos um valor de geração para as usinas.
2. Fizemos uma somatória dos valores encontrados no primeiro passo, por usina, assim encontramos o valor de geração durante todos os períodos para cada usina. Estes valores foram perturbados de forma que a somatória total de geração permaneceu inalterada.

Com esta modificação as metas não são simplesmente a soma das gerações durante todos os períodos, e as usinas devem se adequar à nova situação.

A função objetivo (Eq. 12) contém dois parâmetros α e β , que ponderam as variáveis referentes a geração e transmissão respectivamente. Portanto, o problema pode ser modelado de tal forma que a função objetivo tenha valor econômico próximo do real, permitindo também controlar qual dos objetivos, custo de geração ou perdas na transmissão, terá maior peso, priorizando desta assim um ou outro e verificando se o comportamento da solução é compatível com as ponderações.

Nos cenários apresentados a seguir algumas modificações são feitas sobre os limites de geração e custos das usinas de forma a verificar o comportamento da abordagem sob diferentes e configurações do sistema.

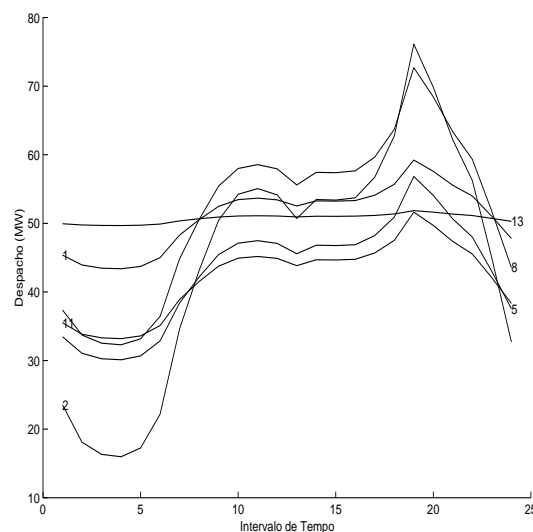


Figura 2: Minimização da Perdas na Transmissão

Cenário 1 Vamos considerar que estamos interessados apenas no problema de transmissão. Neste caso devemos ponderar a função objetivo de maneira a considerar apenas as variáveis referentes às perdas de transmissão. Assim, $\alpha = 0$ e $\beta = 1$. Os resultados da otimização são apresentados na Figura 2.

Um ponto a destacar nestes resultados é que, como esperado, os valores de geração de energia parecem não obedecer nenhum padrão de otimização durante o tempo, mas o que realmente eles refletem é o esforço do coordenador na busca por uma solução ótima de transmissão, considerando sobre a topologia da rede. Desta forma a cara hora do horizonte de otimização o coordenador está fechando a meta, isto é, atendendo à demanda de geração buscando a melhor

rota de transmissão na rede. Há momentos em que a melhor opção, sob o aspecto econômico, de transmissão, devido a saturação de uma linha é mudar a rota de transmissão radicalmente para atender as metas de forma econômica. Isso pode ser visto através das mudanças bruscas no despacho dos geradores, informando que estamos alterando a rota de transmissão.

Cenário 2 De forma análoga consideraremos apenas o custo de geração de energia. Temos $\alpha = 1$ e $\beta = 0$ neste caso. Os resultados são apresentados na Figura 3.

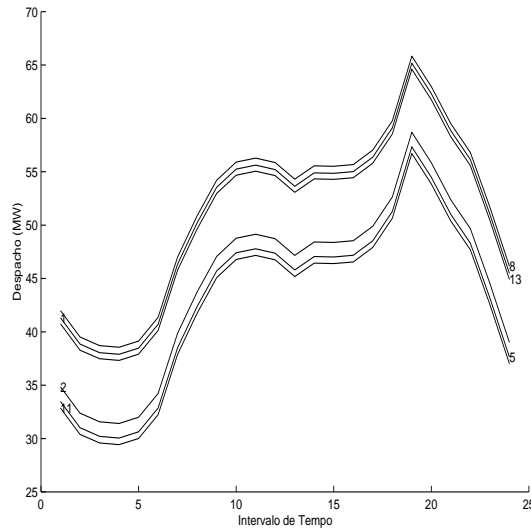


Figura 3: Minimização dos Custos de Geração

Nesta situação ao contrário do Cenário 1 o coordenador não considera a topologia da rede, não existem custos adicionais para usar qualquer rota, maior ou menor de transmissão. Assim o único valor utilizado na otimização é a perda de geração. Como todos os geradores tem os mesmos custos de geração eles exibem o mesmo comportamento e atendem a demanda de energia para cada um exigida nos valores da meta. Pela figura pode-se notar que a geração acompanha os valores de fator de potência.

É interessante notar que uma mudança nos valores das metas acarreta uma mudança na área entre as curvas de valores de geração do gráfico anterior. Isso quer dizer que se mudarmos os valores das metas para cada gerador estaremos forçando o coordenador a posicionar as curvas de geração de forma a atender as novas exigências, mantendo o valor total de geração, ou seja, apenas deslocando as curvas de geração para cima ou para baixo. Essa observação só se aplica neste caso, onde os valores de custo são iguais para todos os geradores.

Cenário 3 Para o cenários seguintes foram utilizados os custos marginais do Cenário 2 para ponderar as funções de perda na transmissão e custo de geração. Os valores da ponderação são $\alpha = 1$ e $\beta_i = cm_i$, onde cm_i representa o custo marginal dos geradores no intervalo de tempo do cenário anterior. Estas ponderações tem com o objetivo de calcular o custo em unidades monetárias de gerar a perda na transmissão. Desta forma, ambos termos da função objetivo podem ser expressos na mesma unidade.

Os resultados para este cenário são muito próximos aos obtidos para o Cenário 2 e assim omitimos a figura com o despacho obtido. Este resultado se deve ao fato que os valores das perdas de transmissão são relativamente pequenos se comparados com a carga total do sistema.

Cenário 4 Neste cenário consideraremos ambas as perdas: geração e transmissão. Porém a usina geradora 1 tem um custo muito maior que os restantes, de fato seu custo é 5 vezes maior que o custo dos demais geradores.

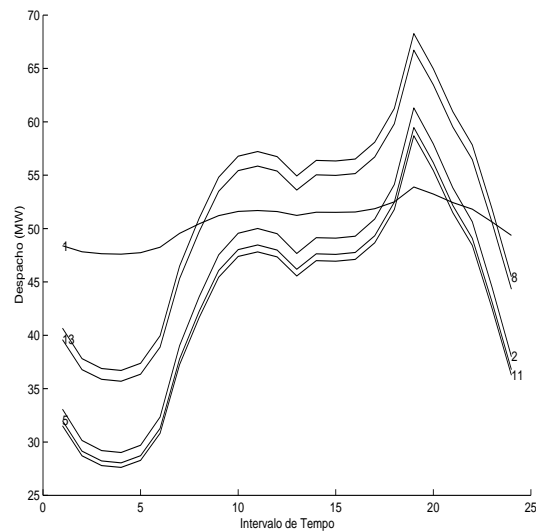


Figura 4: Gerador 1 cinco vezes mais caro

O comportamento do Gerador 1 (Figura 4) é extremamente preciso se pensarmos em termos econômicos. Em períodos onde o fator de carga é alto, ou seja onde a demanda por energia é grande, o coordenador programa o Gerador 1, que tem custo de geração maior, para despachar menos do que os outros geradores. Se compararmos com os Cenários 2 e 3 podemos perceber que o valor despachado pelo Gerador 1 é maior do que os valores para os mesmos intervalos no Cenário 4 nos horários de maior carga. Para compensar, nos horários de menor consumo de carga o Gerador 1 tem um despacho elevado de forma a cumprir sua meta de geração pré-estabelecida.

Cenário 5 Como podemos observar nos cenários apresentados anteriormente o gerador número 1 tem uma meta de geração elevada, ultrapassando 65MW na Figura 3. Neste cenário o seu limite de geração será limitado a 55MW fazendo com que o Gerador 1 passe a despachar menos nas horas em que era mais solicitado. A Figura 5 ilustra esta situação.

Note que durante várias horas no horário de maior consumo o Gerador 1 atinge seu limite, enquanto que os geradores com menor meta aumentam sua contribuição de forma a atender a demanda. Nos períodos de menor carga o Gerador 1 aumenta seu despacho em relação ao Cenário 2 (Figura 3) em detrimento dos geradores de menor meta. Obviamente no balanço total, todas as usinas geradoras cumprem suas metas.

5.2 Iterações e Tempos computacionais

A Tabela 1 apresenta o número de iterações do coordenador e tempo computacional obtidos para os cenários apresentados. Na mesma tabela apresentamos o número de sub-problemas resolvidos até atingir a otimalidade. Vale ressaltar que para cada iteração do coordenador são resolvidos 24 sub-problemas adicionais para cada cálculo da função objetivo na busca unidimensional. Finalmente na mesma tabela apresentamos os resultados relativos a alguns cenários utilizando um método de pontos interiores desenvolvido em (Oliveira, Nepomuceno & Soares 2001b) para o problema dinâmico sem utilizar da relaxação Lagrangeana.

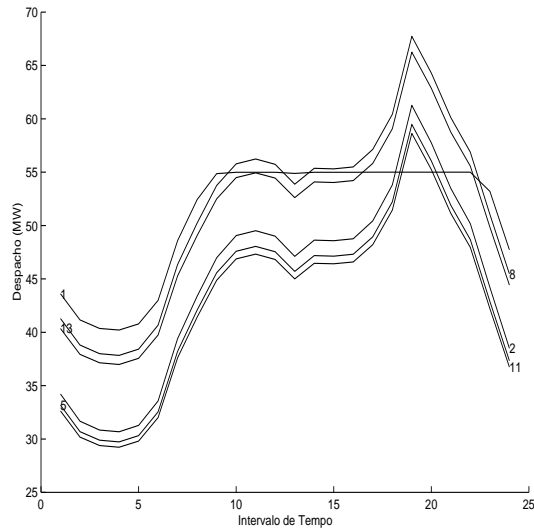


Figura 5: Gerador 1 limitado a 55MW

Tabela 1: Iterações e Tempo (Segundos)

Relaxação	Cenário	Iterações	Tempo	Sub-Problemas
Sim	1	8	118.8	1008
Sim	2	2	13.6	144
Sim	4	7	70.0	744
Sim	5	3	26.9	264
Não	2	3	4.3	-
Não	5	10	7.4	-

Embora os tempos computacionais da abordagem por relaxação Lagrangeana sejam superiores em comparação à abordagem sem decomposição do problema, a possibilidade de resolver os 24 sub-problemas em paralelo torna a relaxação Lagrangeana bastante atrativa, devendo obter resultados computacionais competitivos.

6. CONCLUSÕES

O problema de pré-despacho de sistemas de energia elétrica é formulado por um modelo de fluxo em redes e resolvido através de relaxação Lagrangeana e métodos de pontos interiores. Uma vantagem do modelo por fluxo em redes consiste na representação explícita do fluxo de potência. Além disso, a aplicação de relaxação Lagrangeana resulta em sub-problemas com estrutura matricial que favorecem a aplicação de métodos de pontos interiores, considerando que parte significativa do esforço computacional pode ser realizada a priori.

Duas outras vantagens devem ser mencionadas: o pequeno número de iterações necessárias para convergência tanto do coordenador e da busca unidimensional quanto dos métodos de pontos interiores; e a robustez do método que obteve convergência em todos os cenários testados mesmo para sistemas carregados.

Outra possibilidade a ser explorada é a resolução em paralelo dos 24 sub-problemas, uma vez que esta opção provavelmente obteria melhor desempenho computacional em comparação com a abordagem que não utiliza relaxação Lagrangeana.

Este modelo pode ser facilmente estendido para sistemas hidrotérmicos. As usinas termelétricas não tem metas de geração, o que simplificaria o modelo. Restrições do tipo rampa,

que são mais importantes para termoeletricas, substituiriam as metas de geração no acoplamento sem impor dificuldades adicionais ao coordenador pois estas restrições acoplam apenas intervalos de tempo consecutivos.

Agradecimentos

Este trabalho foi parcialmente financiado pela FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo e pelo CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

Referências

- Carvalho, M. F., Soares, S. & Ohishi, T. (1988). Optimal active power dispatch by network flow approach, *IEEE Transactions on Power Systems* **3**(3): 1640–1647.
- Duff, I. S., Erisman, A. M. & Reid, J. K. (1986). *Direct Methods for Sparse Matrices*, Clarendon Press, Oxford.
- Franco, P., Carvalho, M. F. & Soares, S. (1994). A network flow model for short-term hydro-dominated hydrothermal scheduling problem, *IEEE Transactions on Power Systems* **9**(2): 1016–1021.
- Granville, S. (1994). Optimal reactive power dispatch through interior point methods, *IEEE Transactions on Power Systems* **9**(1): 136–146.
- Lasdon, L. (1970). *Optimization Theory for Large Systems*, Macmillan, New York.
- Luenberger, D. G. (1984). *Linear and Nonlinear Programming*, Addison-Wesley, Reading.
- Mehrotra, S. (1992). On the implementation of a primal-dual interior point method, *SIAM Journal on Optimization* **2**(4): 575–601.
- Momoh, J. A., El-Hawary, M. E. & Adapa, R. (1999). A review of selected optimal power flow literature to 1993, part II Newton, linear programming and interior point methods, *IEEE Transactions on Power Systems* **14**(1): 105–111.
- Oliveira, A. R. L., Nepomuceno, L. & Soares, S. (2001a). Optimal active power dispatch combining network flow and interior point approaches, *Aceito para publicação, IEEE Transactions on Power Systems* .
- Oliveira, A. R. L., Nepomuceno, L. & Soares, S. (2001b). Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches, *Trabalho submetido à IEEE Transactions on Power Systems* .
- Quintana, V. H., Torres, G. L. & Medina-Palomo, J. (2000). Interior point methods and their applications to power systems: A classification of publications and software codes, *IEEE Transactions on Power Systems* **15**(1): 170–176.
- Soares, S. & Salmazo, C. T. (1997). Minimum loss predispatch model for hydroelectric systems, *IEEE Transactions on Power Systems* **12**(3): 1220–1228.