

Primal-Dual Interior Point Method Applied to the Short Term Hydroelectric Scheduling Including a Perturbing Parameter

L. M. R. Carvalho and A. R. L. Oliveira

Abstract— In this work, the primal-dual interior point method is studied and developed to solve the predispach DC (direct current) problem that minimizes losses in the transmission and costs in the generation of a hydroelectric power system, formulated as a network flow model. The matrix obtained by the application of the interior point method is reduced of such form that the final linear system can be implemented of efficient form. Moreover, a modification of this method is made on the basis of a heuristic that determines a new perturbing parameter. This modified method (VPMPD) showed to be efficient in the practical and achieved convergence in fewer iterations when compared with an existing implementation of the network flow model, that does not take in consideration such perturbing parameter.

Keywords— Hydroelectric power system, Network flow, Predispach, Primal-dual interior point method.

I. INTRODUÇÃO

O fluxo de potência ótimo é um problema de programação não linear que objetiva planejar um sistema de potência, de tal forma que otimize uma certa função objetivo satisfazendo um conjunto de restrições físicas e operacionais que são definidas por limitações dos equipamentos e exigências de segurança. O problema de fluxo de potência ótimo tem aplicação em vários campos da análise e operação de sistemas de potência, tais como despacho econômico, análise de confiabilidade de geração e transmissão, análise de segurança e expansão da geração do planejamento de curto prazo [1] - [3], [10] - [12].

Na maioria destas aplicações é utilizada uma representação linearizada DC do fluxo de potência, para simplificar o tratamento da informação, sem comprometer o grau de precisão dos resultados [5], [9]. Em um sistema de potência hidroelétrico o planejamento operacional é usualmente decomposto em período longo, médio e curto. O planejamento de curto prazo, utilizado neste trabalho, tem interesse na operação de planejamento a partir de um dia até uma semana, dando origem ao problema do pré-despacho.

Este, por sua vez, pode ser modelado como a minimização de uma função quadrática com variáveis separáveis, correspondendo a perdas no sistema hidráulico de transmissão e a custos na geração do sistema de potência, sujeita a restrições lineares representando o fluxo de potência ativa.

O método de pontos interiores tem sido utilizado de maneira intensa tanto para problemas de programação linear, quanto para problemas de programação não linear [14]. Para a solução de problemas de fluxo de potência ótimo, a versão primal-dual dos métodos de pontos interiores tem desempenhado um papel muito importante [1] - [3], [6], [10]. De fato, esta versão combina a simplicidade no tratamento das restrições de desigualdade com um eficiente desempenho computacional. Estas características favoráveis são, ainda, objeto de intensas pesquisas teóricas [6]. Uma revisão de algumas aplicações de métodos de pontos interiores em sistemas de potência e fluxos em redes pode ser vista em [1], [4], [8].

Este trabalho apresenta, inicialmente, o problema do pré-despacho de potência ativa DC, cuja função objetivo é quadrática com variáveis separáveis, formulado como um modelo de fluxos em rede, com restrições adicionais. Em seguida, o modelo é resolvido utilizando o método de pontos interiores primal-dual. Após isto, é proposto uma modificação deste método pela inclusão de um parâmetro de perturbação. Esta modificação do Método Primal-Dual, que é uma contribuição deste trabalho, mostrou ser bastante eficiente na solução do problema proposto. Finalmente, resultados numéricos em termos de número de iterações e tempo computacional são apresentados e comparados com os resultados provenientes de uma implementação existente do mesmo problema, mas resolvido pelo método de pontos interiores preditor-corretor [6]. Assim, o objetivo deste trabalho consiste em aplicar uma versão perturbada do método de pontos interiores primal-dual ao problema de minimização de custos na geração e perdas na transmissão do pré-despacho DC de um sistema de potência hidroelétrico e comparar os resultados com uma implementação existente do modelo de fluxos em rede.

II. MODELO DINÂMICO DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO

O modelo do pré-despacho hidroelétrico para sistema de potência de m barras, n linhas e g geradores pode ser formulado como [9]:

Os autores agradecem à Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) e ao Conselho Nacional para o Desenvolvimento da Ciência e Tecnologia (CNPq).

L.M.R. Carvalho é docente na Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal da Grande Dourados, Dourados,MS, Brasil, liliancarvalho@ufgd.edu.br.

A.R.L.Oliveira, é docente no Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil, aurelio@ime.unicamp.br.

$$\text{Minimizar } \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t (f^k)' R f^k + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(p^k)' Q p^k + c' p^k] \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a } A f^k = E p^k - l^k \quad k = 1, 2, \dots, t \quad (2)$$

$$T f^k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, t \quad (3)$$

$$f^{\min} \leq f^k \leq f^{\max} \quad k = 1, 2, \dots, t \quad (4)$$

$$p^{\min} \leq p^k \leq p^{\max} \quad k = 1, 2, \dots, t \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^t p^k = q \quad (6)$$

Neste modelo, t corresponde a um período de planejamento medido em horas e E é uma matriz de dimensão $m \times g$, que apresenta em cada coluna um elemento igual a 1 e todos os outros nulos. Assim, cada linha não nula corresponde a uma barra de geração. Definindo $V^{p \times q}$ como sendo o espaço de todas as matrizes de dimensão $p \times q$, em cada período $k = 1, 2, \dots, t$, temos que $f^k \in V^{n \times 1}$ representa o fluxo de potência ativa no intervalo k , $p^k \in V^{g \times 1}$ representa a geração de potência ativa no intervalo k , $R \in V^{n \times n}$ é a matriz diagonal das resistências das linhas, $A \in V^{m \times n}$ é a matriz de incidência da rede de transmissão, $T \in V^{(n-m+1) \times n}$ é a matriz de reatância da rede de transmissão, $l^k \in V^{m \times 1}$ representa as demandas de potência ativa no intervalo k , $f^{\min}, f^{\max} \in V^{n \times 1}$ são os limites de fluxo de potência ativa, $p^{\min}, p^{\max} \in V^{g \times 1}$ são os limites de geração hidráulica, $Q \in V^{g \times g}$ representa a componente quadrática do custo de geração, $c \in V^{g \times 1}$ representa a componente linear do custo de geração, α e β são ponderações dos objetivos a determinar e $q \in V^{g \times 1}$ é a meta de geração de energia estabelecida pelo planejamento de curto prazo.

O conjunto de restrições para este problema é linear, em que (2) e (3) correspondem às leis de Kirchoff e representam uma rede de geração/transmissão, enquanto que (4) e (5) representam a capacidade de geração e transmissão do sistema. A equação (6) corresponde a uma restrição de acoplamento inerente ao modelo dinâmico. As duas componentes da função objetivo (1) são quadráticas com variáveis separáveis, em que o primeiro termo representa o custo de geração de potência tanto para usina hidroelétrica quanto para térmica [6], [13].

III. TÉCNICA DE SOLUÇÃO

Após algumas mudanças de variáveis, introdução de variáveis de folga e combinação de duas restrições, o problema primal do pré-despacho (1) – (6) pode ser reescrito como:

$$\text{Minimizar } \frac{\alpha}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{f}^k)' R \tilde{f}^k + c'_{\tilde{f}} \tilde{f}^k] + \frac{\beta}{2} \sum_{k=1}^t [(\tilde{p}^k)' Q \tilde{p}^k + c'_{\tilde{p}} \tilde{p}^k]$$

$$\text{Sujeito a } B \tilde{f}^k - \hat{E} \tilde{p}^k = \hat{l}^k \quad k = 1, 2, \dots, t$$

$$\tilde{f}^k + s_{\tilde{f}}^k = \tilde{f}^{\max} \quad k = 1, 2, \dots, t$$

$$\tilde{p}^k + s_{\tilde{p}}^k = \tilde{p}^{\max} \quad k = 1, 2, \dots, t$$

$$\sum_{k=1}^t \tilde{p}^k = \tilde{q}$$

$$(\tilde{f}^k, s_{\tilde{f}}^k, \tilde{p}^k, s_{\tilde{p}}^k) \geq 0 \quad k = 1, 2, \dots, t$$

cujo problema dual associado é dado por:

Maximizar

$$\sum_{k=1}^t \{(\tilde{l}^k)' y_{\tilde{f}}^k - (\tilde{f}^{\max})' w_{\tilde{f}}^k - (\tilde{p}^{\max})' w_{\tilde{p}}^k - (\tilde{q})' y_a -$$

$$\frac{\alpha}{2} [(\tilde{f}^k)' R \tilde{f}^k] - \frac{\beta}{2} [(\tilde{p}^k)' Q \tilde{p}^k]\}$$

Sujeito a

$$B' y_{\tilde{f}}^k - w_{\tilde{f}}^k - R \tilde{f}^k + z_{\tilde{f}}^k = c_{\tilde{f}} \quad k = 1, 2, \dots, t$$

$$-\hat{E}' y_{\tilde{p}}^k - w_{\tilde{p}}^k + y_a - Q \tilde{p}^k + z_{\tilde{p}}^k = c_{\tilde{p}} \quad k = 1, 2, \dots, t$$

$$(z_{\tilde{f}}^k, w_{\tilde{f}}^k, z_{\tilde{p}}^k, w_{\tilde{p}}^k) \geq 0, y_{\tilde{f}}^k, y_a \text{ livres. } k = 1, 2, \dots, t$$

As condições de otimalidade para os problemas primal e dual são dadas pelas factibilidades primal e dual, mais as seguintes condições de complementaridade:

$$\tilde{F}^k Z_{\tilde{f}}^k e = 0$$

$$S_{\tilde{f}}^k W_{\tilde{f}}^k e = 0$$

$$\tilde{P}^k Z_{\tilde{p}}^k e = 0$$

$$S_{\tilde{p}}^k W_{\tilde{p}}^k e = 0, \forall k \in \{1, 2, \dots, t\}$$

em que as matrizes $\tilde{F}^k, Z_{\tilde{f}}^k, S_{\tilde{f}}^k, W_{\tilde{f}}^k, \tilde{P}^k, Z_{\tilde{p}}^k, S_{\tilde{p}}^k, W_{\tilde{p}}^k$ são diagonais cujas entradas não nulas são as entradas, respectivamente de $\tilde{f}^k, z_{\tilde{f}}^k, s_{\tilde{f}}^k, w_{\tilde{f}}^k, \tilde{p}^k, z_{\tilde{p}}^k, s_{\tilde{p}}^k, w_{\tilde{p}}^k$, enquanto que $e = [1 \ 1 \ \dots \ 1]'$.

A. Método de Pontos Interiores Primal-Dual

Aplicando o método de Newton às condições de otimalidade, obtém-se o seguinte sistema linear que define as direções de Newton:

$$B\tilde{d}f^k - \hat{E}\tilde{d}p^k = r_l \quad (7)$$

$$\tilde{d}f^k + ds_{\tilde{f}}^k = r_f \quad (8)$$

$$d\tilde{p}^k + ds_{\tilde{p}}^k = r_p \quad (9)$$

$$B' dy_{\tilde{f}}^k - dw_{\tilde{f}}^k - R\tilde{d}f^k + zd_{\tilde{f}}^k = r_y \quad (10)$$

$$-\hat{E}dy_{\tilde{f}}^k - dw_{\tilde{p}}^k + dy_a - Q\tilde{d}p^k + dz_{\tilde{p}}^k = r_g \quad (11)$$

$$\tilde{F}^k dz_{\tilde{f}}^k + Z_{\tilde{f}}^k d\tilde{f}^k = r_{zf} \quad (12)$$

$$S_{\tilde{f}}^k dw_{\tilde{f}}^k + W_{\tilde{f}}^k ds_{\tilde{f}}^k = r_{wf} \quad (13)$$

$$\tilde{P}^k dz_{\tilde{p}}^k + Z_{\tilde{p}}^k d\tilde{p}^k = r_{zp} \quad (14)$$

$$S_{\tilde{p}}^k dw_{\tilde{p}}^k + W_{\tilde{p}}^k ds_{\tilde{p}}^k = r_{wp} \quad (15)$$

$$\sum_{k=1}^t d\tilde{p}^k = r_m. \quad (16)$$

Em que o lado direito de (7) a (16) corresponde aos resíduos, dados por:

$$r_l = \hat{l}^k - B\tilde{f}^k + \hat{E}\tilde{p}^k$$

$$r_f = \tilde{f}^{\max} - \tilde{f}^k - s_{\tilde{f}}^k$$

$$r_p = \tilde{p}^{\max} - \tilde{p}^k - s_{\tilde{p}}^k$$

$$r_y = c_{\tilde{f}} - B'y_{\tilde{f}}^k + w_{\tilde{f}}^k + R\tilde{f}^k - z_{\tilde{f}}^k$$

$$r_g = c_{\tilde{p}} + \hat{E}'y_{\tilde{f}}^k + w_{\tilde{p}}^k - y_a + Q\tilde{p}^k - z_{\tilde{p}}^k$$

$$r_{zf} = \mu e - \tilde{F}^k Z_{\tilde{f}}^k e$$

$$r_{wf} = \mu e - S_{\tilde{f}}^k W_{\tilde{f}}^k e$$

$$r_{zp} = \mu e - \tilde{P}^k Z_{\tilde{p}}^k e$$

$$r_{wp} = \mu e - S_{\tilde{p}}^k W_{\tilde{p}}^k e$$

$$r_m = \tilde{q} - \sum_{k=1}^t \tilde{p}^k.$$

A grande maioria dos métodos de pontos interiores primal-dual pode ser vista como variantes do método de Newton aplicado às condições de otimalidade. Assim, definindo:

$$x = \cup_{k=1}^t \left(\tilde{f}^k, \tilde{p}^k, s_{\tilde{f}}^k, s_{\tilde{p}}^k \right), \quad y = \left(\cup_{k=1}^t y_{\tilde{f}}^k, y_a \right) e$$

$$z = \cup_{k=1}^t \left(z_{\tilde{f}}^k, z_{\tilde{p}}^k, w_{\tilde{f}}^k, w_{\tilde{p}}^k \right), \quad \text{a seguinte estrutura é}$$

apresentada para tais métodos:

Método MPIPD (Método de Pontos Interiores Primal Dual)

Dados $\sigma^0 = \frac{1}{np\sqrt{np}}$, $np = 2(n+g)$, y^0 e $(x^0, z^0) > 0$.

Para $i = 0, 1, 2, \dots$ **faça**

Passo 1. Para $\sigma^i \in [0, 1]$, seja $\mu^i = \sigma^i \left(\frac{\gamma^i}{np^2 \sqrt{np}} \right)$, se

$$\gamma^i \geq 1 \text{ e } \mu^i = \sigma^i \left(\frac{(\gamma^i)^2}{np} \right) \text{ se } \gamma < 1,$$

$$\sigma^i = (x^i)' z^i \text{ e } np \text{ a dimensão de } x.$$

Passo 2. Calcule as direções de Newton (dx^i, dy^i, dz^i) .

Passo 3. Calcule o tamanho do passo:

$$\alpha_p^i = \frac{-\tau}{\min_j \left(\frac{dx_j^i}{x_j^i} \right)} \text{ e } \alpha_d^i = \frac{-\tau}{\min_j \left(\frac{dz_j^i}{z_j^i} \right)}, \quad \tau \in (0, 1).$$

Defina $\alpha^i = \min(1, \alpha_p^i, \alpha_d^i)$.

Passo 4. Calcule a nova solução

$$(x^{i+1}, y^{i+1}, z^{i+1}) = (x^i, y^i, z^i) + \alpha^i (\Delta x^i, \Delta y^i, \Delta z^i).$$

B. Versão Perturbada do Método MPIPD

É possível reorganizar o sistema (7) - (16), de tal modo que se possa reescrevê-lo na forma:

$$\begin{cases} A\Delta x & = & r_p \\ Y\Delta y + B\Delta z & = & r_d \\ Z\Delta x + X\Delta z & = & \mu e - ZXe \end{cases} \quad (17)$$

em que S e Z são matrizes diagonais com elementos positivos na diagonal, Δx corresponde às variáveis primais, Δy compreende as variáveis duais livres e Δz está relacionado com as variáveis duais. Em um método de ponto interior primal-dual a principal operação a ser realizada em cada iteração consiste na solução de um sistema semelhante a este. A solução eficiente deste sistema é crítica, pois, em geral, sua matriz é de grande porte e esparsa exigindo técnicas sofisticadas para sua redução. Felizmente, o Matlab incorpora excelentes pacotes para solução de sistemas com este tipo de matriz, tal que é possível resolver um problema, como o proposto neste trabalho, cuja solução implica em ter que resolver um sistema, no qual a matriz é esparsa e de grande porte, fazendo a redução do mesmo e utilizando os comandos do MatLab.

Consideremos a seguinte forma modificada do sistema não linear (17) [7], [13]:

$$\begin{cases} A\Delta x & = & r_p \\ Y\Delta y + B\Delta z & = & r_d \\ Z\Delta x + X\Delta z & = & \sigma \mu e - ZXe + v e \end{cases} \quad (18)$$

em que σ é o parâmetro de centragem e v é um parâmetro de perturbação, escolhido para aperfeiçoar a proximidade, em cada iteração i , da seqüência (x^i, y^i, z^i)

para o caminho central [7]. A diferença entre as várias versões dos métodos de pontos interiores primal-dual está na escolha do parâmetro de centragem σ , do vetor de perturbação v e do tamanho do passo α . Neste trabalho, estamos considerando uma heurística com relação ao parâmetro de perturbação, que definiremos como:

$$v^i = \sigma^i Z^i X^i e, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

Além disso, o parâmetro de centragem σ^i é definido em cada iteração i por:

$$\sigma^i = \frac{\mu^{i+1}}{\mu^i}.$$

Com uma escolha conveniente de um ponto inicial ineficaz, apresentamos a estrutura básica da versão perturbada do método primal-dual (VPMPD) como segue:

Método VPMPD (Versão Perturbada do Método Primal Dual)

Dados $\sigma^0 = \frac{1}{np\sqrt{np}}$, $np = 2(n+g)$, y^0 e $(x^0, z^0) > 0$.

Para $i = 0, 1, 2, \dots$ **faça**

Passo 1. Para $\sigma^i \in [0, 1]$, seja $\mu^i = \sigma^i \left(\frac{\gamma^i}{np^2 \sqrt{np}} \right)$, se

$\gamma^i \geq 1$ e $\mu^i = \sigma^i \left(\frac{(\gamma^i)^2}{np} \right)$ se $\gamma^i < 1$, $\sigma^i = (x^i)' z^i$ e

np a dimensão de x .

Calcule o vetor de perturbação $v^i = \sigma^i Z^i X^i e$.

Defina $\sigma^i = \frac{\mu^{i+1}}{\mu^i}$.

Passo 2. Calcule as direções de Newton (dx^i, dy^i, dz^i) .

Passo 3. Calcule o tamanho do passo:

$$\alpha_p^i = \frac{-\tau}{\min_j \left(\frac{dx_j^i}{x_j^i} \right)} \quad \text{e} \quad \alpha_d^i = \frac{-\tau}{\min_j \left(\frac{dz_j^i}{z_j^i} \right)}, \quad \tau \in (0, 1).$$

Defina $\alpha^i = \min(1, \alpha_p^i, \alpha_d^i)$.

Passo 4. Calcule a nova solução

$$(x^{i+1}, y^{i+1}, z^{i+1}) = (x^i, y^i, z^i) + \alpha^i (\Delta x^i, \Delta y^i, \Delta z^i).$$

IV. DETALHES DA IMPLEMENTAÇÃO

Os parâmetros que seguem foram utilizados na implementação da versão perturbada do Método Primal-Dual.

$$\tau = 0,9995$$

Critério de parada: $\varepsilon = 10^{-5}$

Ponto Inicial:

$$\begin{aligned} y_a &= 0 \\ \tilde{f}^k &= s_{\tilde{f}}^k = \frac{\tilde{f}^{\max}}{2} \\ \tilde{p}^k &= s_{\tilde{p}}^k = \frac{\tilde{p}^{\max}}{2} \quad \forall k \in (1, \dots, t) \\ y_{\tilde{f}}^k &= 0 \\ z_{\tilde{f}}^k &= w_{\tilde{f}}^k = (R+I)e \\ z_{\tilde{p}}^k &= w_{\tilde{p}}^k = e. \end{aligned} \quad (19)$$

O ponto inicial (19) é utilizado para o primeiro intervalo de tempo, com a solução de cada intervalo usada para iniciar a próxima iteração.

Critério de Convergência: Para cada iteração i e para cada $k=1, 2, \dots, t$, o critério de convergência é calculado como:

$$\left(\begin{array}{c} \frac{\|r_l\|}{1 + \|\tilde{f}_i^k\|} \\ \frac{\|r_p\|}{1 + \|\tilde{p}^{\max}\|} \\ \frac{\|r_g\|}{1 + \|c_{\tilde{p}}\|} \\ \frac{\|r_f\|}{1 + \|\tilde{f}^{\max}\|} \\ \|r_y\| \end{array} \right) \leq \varepsilon$$

V. RESULTADOS NUMÉRICOS

Por simplicidade, apenas funções quadráticas puras para geração de potência foram utilizadas, isto é, $c_{\tilde{p}} = 0$, $\tilde{f}^{\min} = -\tilde{f}^{\max}$ foi adotado para fluxo de potência ativa, e $\tilde{p}^{\min} = 0$ para geração de potência ativa. A carga para cada intervalo de tempo é dado pela carga básica do sistema sob consideração multiplicada pelo peso relacionado com a coluna “Fator” na Tabela I. Estes fatores simulam a curva de carga da companhia brasileira CESP para um dia de semana típico.

Tabela I.
Fatores de Carga

Hora	Fator	Hora	Fator	Hora	Fator
1	0,79	2	0,74	3	0,72
4	0,72	5	0,73	6	0,78
7	0,90	8	0,98	9	1,05
10	1,10	11	1,09	12	1,09
13	1,06	14	1,08	15	1,08
16	1,08	17	1,11	18	1,17
19	1,30	20	1,24	21	1,17
22	1,11	23	1,00	24	0,88

A Tabela II mostra o número de iterações e o tempo de execução para os sistemas IEEE 118 representando o meio oeste americano, SSE 1654 e SSE 1732 representando o sul-sudeste centro oeste brasileiro e um equivalente ao sistema interligado nacional (Brasil) com 1993 barras. Estes resultados, obtidos em [6] por um Método Preditor-Corretor, mostram que o tempo de processamento cresce lentamente com o número de barras.

Tabela II.
Número de Iterações e Tempo de CPU (segundos) [6]

Problema	Barras	Iterações	Tempo de CPU
IEEE	118	3	16,5
SSE	1654	10	1987
SSE	1732	11	2072
Brasil	1993	10	2267

A Tabela III mostra o número de iterações e tempo de execução obtidos pelo **Método VPMPD** para os mesmos sistemas. Estes experimentos foram realizados em um Pentium IV, com um processador de 2.8GHz e 512 Mb de memória RAM, utilizando o Matlab 5.3. Comparando com os resultados apresentados na Tabela II, observamos que este método converge em menos iterações do que o método descrito em [6]. Uma comparação com relação ao tempo de processamento é irrelevante, uma vez que as máquinas utilizadas são diferentes.

Tabela III.
Número de Iterações e Tempo de CPU (segundos) –
Método VPMPD

Problema	Barras	Iterações	Tempo de CPU
IEEE	118	3	2.6
SSE	1654	5	687
SSE	1732	4	509
Brasil	1993	4	838

Os resultados computacionais para 48 e 72 horas para o método VPMPD são similares aos obtidos para 24 horas. Esta nova abordagem proposta resolve os sistemas testados em menos iterações do que o Método utilizado em [6] e atinge a convergência em cerca de metade do número de iterações.

VI. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi feita uma revisão do planejamento hidroelétrico de curto prazo formulado como um modelo de otimização de fluxo em redes, tendo sido utilizado uma Versão Perturbada do Método de Pontos Interiores Primal-Dual (VPMPD) para resolver custos de geração e perdas na transmissão do problema associado a este modelo. A introdução de uma perturbação no Método Primal-Dual mostrou ser uma contribuição importante deste trabalho, na medida em que sua utilização foi fundamental para resolver o problema em questão. De fato, o método atingiu convergência em menos iterações quando comparado com os resultados apresentados em [6]. Um importante resultado é que neste caso, o método VPMPD é mais eficiente, em termos de número de iterações, do que o método preditor-corretor utilizado em [6].

REFERÊNCIAS

- [1] E. D. Castronuovo, J. M. Capagnolo, and R. Salgado. (2001, November) .New Versions of Interior Point Methods Applied to the Optimal Power Flow Problem., *Optimization [Online] Digest*.
- [2] S. Granville, "Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Methods," *IEEE Transactions on Power Systems*, volume 9, pp. 136-146, 1994.
- [3] J. A. Momoh, L. G. Dias, S. Guo, and R. Adapa, "Economic Operations and Planning of Multiarea Interconnected Power Systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, volume 10, pp. 1044-1053, 1995.
- [4] J. A. Momoh, M. E. EL-Hawary, and R. Adapa, "A review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993, part I: Nonlinear and Quadratic Programming Approaches," *IEEE Transaction on Power Systems*, volume 14, pp. 96-104, 1999.
- [5] A. Monticelli, A. Santos, M. V. Pereira., S. H. Cunha, B. J. Parker, and J. C. Praa, "Interactive Transmission Network Planning Using a Least Effort Criterion.," *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, volume PAS 101, number 10, 1982.

- [6] A. R. L. Oliveira, S. Soares, and L. Nepomuceno, "Short Term Hydroelectric Scheduling Combining Network Flow and Interior Point Approaches," *Electrical Power & Energy Systems*, volume 27, pp. 91-99, 2005.
- [7] F. A. Potra, and S. J. Wright, "Interior Point Methods," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, number 124, pp. 281-302, 2000.
- [8] M. G. C. Resende, and G. Veiga. (2003, February) An Annotated Bibliography of Network Interior Point Methods, Optimization [Online] Digest.
- [9] S. Soares, and C. T. Salmazo, "Minimum Loss Predispach Model for Hydroelectric Systems," *IEEE Transaction on Power Systems*, volume 12, number 3, pp. 1220-1228, 1997.
- [10] H. Wei, H. Sasaki, and R. Yokoyama, "An Application of Interior Point Quadratic Programming Algorithm to Power System Optimization Problems," *IEEE Transaction on Power Systems*, volume 11, pp. 260-266, 1996.
- [11] Y. Wu, A. S. Debs, and R. E. Marsten, "A Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, volume 9, pp. 876-883, 1994.
- [12] X. Yan, and V. H. Quintana, "An Efficient Predictor-Corrector Interior Point Algorithm for Security-Constrained Economic Dispatch," *IEEE Transaction on Power Systems*, volume 12, pp. 803-810, 1997.
- [13] A. Macedo de Souza, E. A. Belati, G. R. Martins da Costa, U. Holanda Bezerra, "Sensitivity Analysis Applied on the Electrical Power Systems Operation Planning", *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 4, No. 5, pp. 359-365, Sept. 2006.
- [14] M. Achache. A new primal-dual path-following method for convex quadratic programming. *Comput. Appl. Math.* [online]. 2006, vol.25, n.1, pp. 97-110. ISSN 1807-0302.



Lillian Milena Ramos Carvalho nasceu em Pacaembu, no Estado de São Paulo, Brasil, em 29 de Novembro de 1976. Ela graduou-se em Matemática (1999) pela Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), Brasil, obteve o Grau de Mestre em Engenharia Elétrica (2001) pela Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (UNESP), Brasil e realizou seu Doutorado em Ciência da Computação e Matemática Computacional (2005) pela Universidade de São Paulo, Campus de São Carlos (ICMC-USP), Brasil. Atualmente, ela é Professora na Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), Brasil, e seu campo especial de interesse é Otimização.



Aurelio R. L. de Oliveira nasceu em Ituiutaba, Estado de Minas Gerais, Brasil, em 1962. Ele graduou-se em Física (1985) e Ciência da Computação (1986), obteve o grau de Mestre em Engenharia Elétrica (1989) pela Universidade de Campinas (UNICAMP), Brasil e realizou seu Doutorado em Matemática Aplicada e Computacional (1997) na Universidade de Rice, em Houston, no Texas, USA. Atualmente, ele é Professor no Departamento de matemática Aplicada da UNICAMP, em Campinas, SP, Brasil, e seu campo especial de interesse é Análise Numérica.