IV Encontro Científico dos Pós-Graduandos do IMECC

IMECC-Unicamp, 21 e 25 de setembro de 2009.

Caderno de Resumos

Campinas-SP

COMISSÃO ORGANIZADORA

Anne C. Bronzi (Matemática)
Lino Grama (Matemática)
Marley A. Saraiva (Estatística)
Paulo R. C. Ruffino (Matemática-Coord. Pós-Graduação do IMECC/Unicamp)
Rafael Peixoto (Matemática)
Ricardo M. Martins (Matemática)
Rodolfo G. Begiato (Matemática Aplicada)
Thiago F. Ferraiol (Matemática)

COMITÊ CIENTÍFICO

Eduardo Garibaldi (Matemática)
Ricardo Mosna (Matemática Aplicada)
Filidor Vilca Labra (Estatística)

PALESTRAS PLENÁRIAS

A redução de Liapunov-Schmidt e aplicações , Claudio Buzzi (IBILCE-UNESP)

G-estruturas e homogeneidade em geometria, Daniel Tausk (IME-USP)

Fluxo de Ricci e aplicações, Fernando Codá (IMPA)

Modelagem de Risco em Finanças, Francisco Louzada (DE-UFSCAR)

Automorfismos de polinômios, Ivan Shestakov (IME-USP)

Geofísica Computacional, Lucio Tunes (IMECC-UNICAMP)

Um pouco de otimização, Paulo José da Silva e Silva (IME-USP)

O algoritmo de Longstaff-Schwartz para parada ótima, Pedro Catuogno (IMECC-UNICAMP)

A ser anunciado, Philippe Thieullen (Institut de Mathématiques, Université Bordeaux 1, França)

TRABALHOS APRESENTADOS

Agnaldo Ferrari, *Treliça minimal de reticulados: Uma abordagem computacional*

Allan Moura, *Dualidade em Espacos Poset*

Anderson Araujo, *Um resultado de imersão entre espaços de interpolação e espaços de Sobolev*

Anne Bronzi, *Não-unicidade de soluções fracas das equações Magnetohidrodinâmicas ideais e incompressíveis*

Beatriz Ribeiro, *Arcos planos provenientes de curvas Frobenius não-clássicas.*

Camila Zeller, *Local influence analysis for regression models with scale mixtures of skew-normal distributions*

Carlos Nascimento, *Unidades em ZG*

Cíntia Peixoto, *Geometria de curvas em alguns espaços simétricos*

Conrado Lacerda, *O produto de convolução em grupos topológicos compactos*

David Matta, *Algoritmos de Estimação para Cadeias de Markov de Alcance Variável - aplicações a detecção do ritmo em textos escritos*

Diego Bernardini, *Inferência Bayesiana para valores extremos*

Douglas Sant'Anna, *Derivadas Fracionárias de Funções Contínuas Não-Diferenciáveis*

Durval Tonon, *Propriedades topológicas de uma classe de sistemas descontínuos*

Edgard Pimentel, *O axioma fraco da preferência revelada enfraquecido*

Elisa Regina, *A Equação de Daugavet para Operadores no Espaço* $C(S)$

Fernanda Pereira, *Módulos de Kirillov-Reshetikhin sobre álgebras de correntes*

Grasiele Jorge, *Uso de Códigos e Reticulados em Criptossistemas Pós-Quânticos*

Henrique Vitório, *Submersões Isométricas e Reduções Simpléticas de Curvas Fanning*

Ivan Gargate, *Teoremas de nulidade dos grupos de homologia usando cálculo estocástico*

Llohann Sperança, *Sobre variedades homeomorfas a 7-esfera*

Lonardo Rabelo, *Decomposição de Bruhat das variedades Flag do* $SL(3, \mathbb{R})$

Luciano Félix, *Geometria dos Caminhos em Grupos de Lie*

Luis Felipe Bueno, *Uma visão geral sobre otimização*

Luís Miranda, *Fenômeno de Mudança de Fases Irreversível em Fluidos*

Márcio Traesel, *Álgebras de Clifford e Generalizações não-Associativas em* S^7

Michele Valentino, *Controle ótimo não linear da mancha-angular no feijoeiro*

Patrícia Santos, *Tópicos sobre a Variedade das Matrizes Comutantes*

Pedro Peixoto, *Resolução numérica de EDPs utilizando ondaletas harmônicas*

Rafael Peixoto, *Sobre a Estrutura dos Domínios Ordens*

Renato Bettiol, *Genericity of nondegenerate semi-Riemannian geodesics*

Rodrigo Lambert, *Encaixando Palavras em um Alfabeto Finito*

Rodrigo Rodrigues, *Álgebras Báricas e Aplicações*

Samir Assuena, *Anéis de Schur*

Tatiane Batista, *Alguns resultados sobre otimização ergódica em espaços não compactos*

Thadeu Senne, *Otimização topológica de mecanismos flexíveis*

Thiago Mello, *A álgebra das matrizes genéricas e o problema de Procesi*

Dualidade em Espaços Poset[1]

Allan de Oliveira Moura [2] & Marcelo Firer [3]

Resumo

Seja $\mathbb{F}_q^n$ um espaço vetorial de dimensão n sobre o corpo finito com q elementos $\mathbb{F}_q^n$. Seja $(P, \preceq_P)$ um conjunto parcialmente ordenado (simplesmente *poset*) no conjunto $[n] = \{1, 2, ..., n\}$, o conjunto de coordenadas de $\mathbb{F}_q^n$. O *P-peso* w_P do vetor v é $w_P(v) = |\langle supp(v) \rangle|$, onde $supp(v) = \{i : v_i \neq 0\}$, $\langle A \rangle$ é o menor ideal de P contendo A e $|X|$ é a cardinalidade de X. O P-peso define uma *P-distância* $d_P(u, v) := w_p(v - u)$ que generaliza a métrica de Hamming padrão e o par $(\mathbb{F}_q^n, d_P)$ é chamado de um *P-espaço* (ou *espaço poset*). O estudo de códigos corretores de erros em espaços poset começou com os trabalhos de Neiderreiter [3] e Brualdi [1] a desde então iniciou seu desenvolvimento de modo similar a teoria clássica de espaços de Hamming.

Neste trabalho, usamos as técnicas de multiconjunto, generalizando o teorema da Dualidade de Wei [2] para P-espaços:

Teorema 1 (Dualidade) *Seja C um $[n,k]_q$ P-código e $C^\perp$ o seu código dual. Então os conjuntos*

$$X = wh_P(C) = \left\{ d_1^{(P)}(C), d_2^{(P)}(C), ..., d_k^{(P)}(C) \right\}$$

e

$$Y = \left\{ n + 1 - d_1^{(\overline{P})}\left(C^\perp\right), n + 1 - d_2^{(\overline{P})}\left(C^\perp\right), ..., n + 1 - d_{n-k}^{(\overline{P})}\left(C^\perp\right) \right\}.$$

são disjuntos e

$$X \cup Y = \{1, 2, ..., n\},$$

onde $d_i^P(C)$ e $d_1^{(\overline{P})}\left(C^\perp\right)$ são os i-ésimos P e $\overline{P}$ pesos de Wei dos códigos C e $C^\perp$ respectivamente.

A partir deste resultado derivamos algumas conseqüências relacionados a discrepância e a propriedade cadeia de um código com o seu dual, principalmente os seguintes resultados:

Teorema 2 *Seja C um $[n,k]_q$ P-código, e seja $\delta_P(C)$, o menor inteiro s tal que $d_{s+1}^{(P)}(C) > n - k$ a discrepância do código C. Então*

1. $\delta_P(C) = \left| \{1, 2, ..., n-k\} \cap \left\{ d_r^{(P)}(C) ; 1 \leq r \leq k \right\} \right|$;
2. $\delta_P(C) = \delta_{\overline{P}}\left(C^\perp\right)$.

Um código é dito ser do tipo *P-cadeia* se existe uma seqüência de subespaços lineares

$$\{0\} = D_0 \subseteq D_1 \subseteq D_2 \subseteq ... \subseteq D_k = C$$

tal que $w_P(D_r) = d_r^{(P)}(C)$ e $\dim D_r = r$ para todo $r \in \{1, 2, ..., k\}$.

Teorema 3 *Seja P uma poset. Então, um código C satisfaz a condição P-cadeia se e somente se $C^\perp$ satisfaz a condição $\overline{P}$-cadeia.*

Referências

[1] R. A. Brualdi, J. S. Graves, e K. M. Lawrence, *Codes with a poset metric*, Discrete Math., vol. 147, no. 1-3, pp. 57-72, 1995.

[2] V. K. Wei, *Generalized Hamming weights for linear codes*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 37, no. 5, pp. 1412-1418, 1991.

[3] H. Niederreiter, *A combinatorial problem for vector spaces over finite fields*, Discrete Math., vol. 96, no. 3, pp. 221-228, 1991.

---

[1] *Palavras-Chave:* Códigos poset, peso generalizado, dualidade de pesos

[2] Departamento de Matemática-IMECC, allan@ime.unicamp.br

[3] Departamento de Matemática-IMECC, mfirer@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Sobre variedades homeomorfas a 7-esfera. [1]

Llohann D. Sperança [2]

Resumo

Faremos nessa apreentação uma exposição de alguns exemplos de variedades homeomorfas a esfera de dimensão 7 porém não difeomorfas. Apresentaremos ainda um método para produzir candidatos à variedades deste tipo em dimensões mais altas e algumas das diferenças entre estas variedades e as esferas que conhecemos.

Referências

[1] S. O. Ajala, *Smooth structures on sphere bundles over spheres*, Inter. J. Math. & Math. Sci. **11**, no. 4 (1988), 701-712.

[2] C. Durán, *Pointed Wiedersehen Metrics on Exotic Spheres and Diffeomorphisms of S^6*, Geometriae Dedicata 88 (2001).

[3] C. Durán, A. Rigas, L. D. Sperança, *Bootstrapping Ad-equivariant maps, diffeomorphisms and involutions*, artigo submetido à publicação.

[4] M. A. Kervaire, J. W. Milnor, *Groups of homotopy spheres I*, Ann. of Math. **77** (1963), 504-537.

[5] J. W. Milnor, *On manifolds homeomorphic to the 7-sphere*, Ann. of Math. 64 (1956), 399-405.

[1] *Palavras-Chave:* Esferas exóticas, difeomorfismos exóticos.
[2] IMECC - Unicamp, llohann@hotmail.com

Local influence analysis for regression models with scale mixtures of skew–normal distributions [1]

C. B. Zeller [2] & V. H. Lachos [3] & F. E. Vilca-Labra [4]

Resumo

The class of scale mixtures of multivariate normal (SMN) distributions (Andrews and Mallows, 1974) for robust linear regression models (see, for instance, Lange and Sinsheimer, 1993; Liu, 1996) has already been used in statistical practice. This class comprises the normal, the Student–t, the contaminated normal, the slash, among others. For linear regression models, the assumption of normality or symmetry has allowed successful aplications in many practical situations. However, the same is not true for data with strong skewness and heavy tails. Based on the work by Azzalini (1985) and on that by Azzalini and Capitanio (1999), many authors have considered the skew-normal distribution and have applied it in many different areas such as economics, finances, engineering, biomedical sciences, among others. Flexible asymmetric models that include several known distributions such as the skew–normal distribution are of particular importance since such models can adapt to distributions that are in the neighborhood of the normal model, accommodating data containing outlier or extreme observations.

Branco and Dey (2001) generalized the SMN class by combining skewness with heavy tails and they then named it the class of scale mixtures of skew–normal (SMSN) distributions (see also Kim, 2008). This new class of distributions is attractive as it simultaneously introduces models the skewness with heavy tails. Besides, it has a stochastic representation for an easy implementation of the EM algorithm and it also facilitates the study of many useful properties. This extension results in a flexible class of distributions for robust multivariate models as it contains especial cases such as the skew-normal (SN; Azzalini and Dalla–Valle, 1996) distribution and all the symmetric class of SMN distributions defined by Andrews and Mallows (1974). Moreover, the class of SMSN distribution is a rich class of distributions that contains proper elements such as the skew–t (ST; Azzalini and Capitanio, 2003), skew–slash (SSL; Wang and Genton, 2006) and the skew–contaminated normal (SCN) distribution. All these distributions have heavier tails than the skew–normal. Therefore they can be used in many types of models to infer robustness. In addition, this rich class of distributions may naturally attribute different weights to each observation and consequently control the influence of a single observation on the parameter estimates.

An investigation of the influence is an important step in data analysis following parameter estimation. This can be achieved by conducting a local influence analysis which is a general statistical technique used to assess the stability of the estimation outputs with respect to the model inputs. Model inputs may include data, parameters or other information regarding the model (e.g., heteroscedasticity or a covariate measured with error). Outputs may include the parameter estimates, final objective function values, estimates of residuals, etc. Following the pioneering work of Cook (1986) based on the behavior of an influence graph of a well-behaved log-likelihood function, this research area has received considerable attention in the recent statistical literature, see for example, Lessaffre and Verbeke (1998), Galea-Rojas et al. (2005), Osorio et al. (2007), among others. As the observed log-likelihood function of the SMSN models involves some integrals, a direct application of Cook's (1986) approach is very difficult because the measures involve the first and second partial derivatives of the log-likelihood function. Recently, Zhu and Lee (2001) developed an approach to performing local influence analyses for general statistical models with missing data. This was accomplished by a Q-displacement function closely related to the conditional expectation of the complete-data log-likelihood at the E-step of the EM algorithm.

In this paper, we consider a study for the robust estimation and we discuss the local influence analysis in linear regression models under SMSN distributions (SMSN-RM) based on Zhu and Lee's (2001) approach. Our paper extends some results from the works of Galea–Rojas et al. (2003) and Osorio et al. (2007) by replacing the symmetric distribution with a class of asymmetric distributions based on the SMSN class of distributions.

Referências

[1] Andrews, D. F. and Mallows, C. L. (1974). *Scale mixtures of normal distributions.* Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 36, 99-102.

[2] Azzalini, A. (1985). *A class of distributions which includes the normal ones.* Scandinavian Journal of Statistics, 12, 171-178.

[3] Azzalini, A. and Capitanio, A. (1999). *Statistical applications of the multivariate skew normal distribution.* Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 61, 579-602.

[4] Azzalini, A. and Capitanio, A. (2003). *Distributions generated by perturbation of symmetry with emphasis on a multivariate skew t-distribution.* Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 65, 367-389.

[5] Azzalini, A. and Dalla–Valle, A. (1996). *The multivariate skew-normal distribution.* Biometrika, 83, 715-726.

[1] *Palavras-Chave:* EM algorithm, Local influence analysis, Scale mixtures of skew–normal distributions.
[2] Departamento de Estatística, IMECC, Universidade Estadual de Campinas, camilab@ime.unicamp.br
[3] Departamento de Estatística, IMECC, Universidade Estadual de Campinas, hlachos@ime.unicamp.br
[4] Departamento de Estatística, IMECC, Universidade Estadual de Campinas, fily@ime.unicamp.br

[6] Branco, M. and Dey, D. K. (2001). *A general class of multivariate skew-elliptical distributions.* Journal of Multivariate Analysis, 79, 99-113.

[7] Cook, R. D. (1986). *Assessment of local influence (with discussion).* Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 48, 133-169.

[8] Galea-Rojas, M., Paula, G. A. and Uribe-Opazo, M. (2003). *On influence diagnostic in univariate elliptical linear regression models.* Statistical Papers, 44, 23-45.

[9] Galea-Rojas, M., Paula, G. A. and Cysneiros, F. J. A. (2005). *On diagnostics in in symmetrical nolinear models.* Statistics & Probability Letters, 73, 459-467.

[10] Kim, H. M. (2008). *A note on scale mixtures of skew normal distribution.* Statistics & Probability Letters, 78, 1694-1701.

[11] Lange, K. L. and Sinsheimer (1993). *Normal/independent distributions and their applications in robust regression.* Journal of Computational and Graphical Statistics, 2, 175-198.

[12] Lessaffre, E. and Verbeke, G. (1998). *Local influence in linear mixed models.* Biometrics, 54, 570-582.

[13] Liu, C. (1996). *Bayesian roboust linear regression with incomplete data.* Journal of the American Statistical Association, 91, 1219-1227.

[14] Osorio, F., Paula, G. A. and Galea, M. (2007). *Assessment of local influence in elliptical linear models with longitudinal structure.* Computational Statistics & Data Analysis, 51, 4354-4368.

[15] Wang, J. and Genton, M. (2006). *The multivariate skew-slash distribution.* Journal of Statistical Planning and Inference, 136, 209-220.

[16] Zhu, H. and Lee, S. (2001). *Local influence for incomplete-data models.* Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 63, 111-126.

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Álgebras Báricas e Aplicações [1]

RODRIGO LUCAS RODRIGUES [2]

Resumo

Uma álgebra bárica é um par (A, ω), onde A é uma álgebra sobre um corpo F, não neces sariamente associativa, comutativa ou de dimensão finita, e $\omega \colon A \longrightarrow F$ é um homomorfismo de álgebras não nulo, que é chamado de função peso da álgebra.

As álgebras báricas ocupam um papel central na teoria das álgebras genéticas. Elas foram introduzidas por I. M. Etherington em 1939, com o objetivo de tratar algebricamente problemas de Genética de Populações. Como a classe dessas álgebras é muito grande, algumas condições (freqüentemente com um contexto em Genética) devem ser impostas para obtermos um objeto matemático viável. Pensando nisso, várias classes de álgebras báricas tem sido definidas: train, de Bernstein, etc.

Nesse trabalho mostramos alguns resultados sobre a estrutura de álgebras báricas. Entre outros tópicos, o join de álgebras báricas, que tem um papel semelhante ao de soma direta de álgebras, pois a soma direta de álgebras báricas não é uma álgebra bárica, álgebras báricas decomponíveis e indecomponíveis, simples e semisimples e apresentamos um teorema do tipo Krull-Schmidt.

Referências

[1] COSTA, R. AND GUZZO, H. JR., *Indecomposable baric algebras*, Linear Algebra Appl., 183 (1993), 223–236.

[2] GUZZO, H. JR., *On normal and composition series for baric algebras*, Nova J. Math., Game Theory Algebra, 4(1) (1996), 25–38.

[3] GUZZO, H. JR., *The structure of the baric algebras*, Groups, rings and group rings, Lec. Notes Pure Appl. Math. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, FL, 2006, 233–242.

[1] *Palavras-Chave:* b- álgebra, M-grupos, Teorema de Krull Schmidt, join.
[2] Filiação: Universidade de São Paulo, E-mail: rlucasrodrigues@uol.com.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Genericity of nondegenerate semi-Riemannian geodesics [1]

Renato Ghini Bettiol [2]

Abstract

Using an abstract genericity criteria, we prove C^k-genericity of semi-Riemannian metrics without degenerate geodesics satisfying a *general boundary condition*. This is an immediate generalization of genericity results in [2], allowing more general boundary conditions.

More precisely, consider M a semi-Riemannian smooth manifold, and $p, q \in M$. Biliotti, Javaloyes and Piccione [2] proved that, generically, p and q are not conjugate; i.e., the set of metrics all of whose geodesics joining p to q are nondegenerate as critical points of the energy functional, hence do not admit nontrivial Jacobi fields that vanish at the endpoints, contains a dense G_δ. We extend this result allowing the endpoints of the considered curves to vary in a compact nondegenerate submanifold $\mathcal{P} \subset M \times M$, called a general boundary condition, and verify the same transversality condition that guarantees genericity of such metrics.

In the particular case $\mathcal{P} = P \times \{q\}$, the result asserts that, generically, a point q is not focal to a nondegenerate submanifold P. We also discuss the possibility of periodic geodesics, i.e., $\mathcal{P} \cap \Delta \neq \varnothing$, using the semi-Riemannian bumpy metric theorem, recently proved in [3].

Referências

[1] Bettiol, R., Giambò, R., *Genericity of nondegenerate geodesics with general boundary conditions*, in preparation.

[2] Biliotti, L., Javaloyes, M. A., Piccione, P., *Genericity of nondegenerate critical points and Morse geodesic functionals*, to appear in Indiana Univ. Math. J., arXiv 0804.3724v2, preprint 2008.

[3] Biliotti, L., Javaloyes, M. A., Piccione, P., *On the semi-Riemannian bumpy metric theorem*, arXiv 0907.4022v1, preprint 2009.

[1] *Palavras-Chave:* semi-Riemannian geodesic flow, generic properties, *bumpy* metrics

[2] Universidade de São Paulo, IME USP, renatobettiol@gmail.com

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Submersões Isométricas e Reduções Simpléticas de Curvas Fanning [1]

HENRIQUE VITÓRIO [2]

Resumo

Nesta apresentação, farei uma rápida introdução à teoria das *curvas fanning* ([1], [3]), as quais são curvas em certas variedades grassmannianas, mostrarei como elas surgem em situações geométricas envolvendo o fluxo geodésico de uma variedade riemanniana e, neste último caso, como os invariantes lineares dessas curvas se traduzem nos invariantes geométricos da variedade (métrica, conexão, curvatura) ([2], [3]). Após isso, falarei um pouco sobre submersões isométricas, como elas entram no esquema de reduções simpléticas, e como isto motivou uma (mini) teoria de redução simplética para curvas fanning, a qual inclui uma fórmula análoga à de O'Neill relacionando os chamados endomorfismos de Jacobi das curvas envolvidas ([5]).

Referências

[1] J.C. ÁLVAREZ PAIVA AND C. DURÁN, *Geometric Invariant of Fanning Curves*, Adv. in Appl. Math. 42 (2009), no.3, 290-312.

[2] J.C. ÁLVAREZ PAIVA AND C. DURÁN, *Fanning Curves in the Grassmannian, Connections and Curvature*, em preparação.

[3] S. AHDOUT, *Fanning curves of Lagrangian manifolds and geodesic flows*, Duke Math. J. 59 (1989), no.2, 537-552.

[4] B. O'NEILL, *Submersions and Geodesics*, Duke Math. J. 34 1967 363-373.

[5] H. VITÓRIO, *Isometric Submersions and Symplectic Reductions of Fanning Curves*, em preparação.

[1] *Palavras-Chave:* Grassmanniana lagrangeana, curvas fanning, submersões isométricas, redução simplética.

[2] IMECC-Unicamp, henrique@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Módulos de Kirillov-Reshetikhin sobre álgebras de correntes [1]

FERNANDA DE ANDRADE PEREIRA [2] & ADRIANO MOURA [3]

Resumo

Seja $\mathfrak{g}$ uma álgebra de Lie simples de dimensão finita sobre o corpo dos números complexos. Considere sua álgebra de laços $\tilde{\mathfrak{g}}$ e as correspondentes álgebras universais envelopantes quantizadas $U_q(\mathfrak{g})$ e $U_q(\tilde{\mathfrak{g}})$. Sabe-se que, a menos que $\mathfrak{g}$ é do tipo A, não existe grupo quântico análogo ao dado pela aplicação avaliação $\tilde{\mathfrak{g}} \to \mathfrak{g}$. Em particular, não existe o conceito de módulos de avaliação no contexto de álgebra afim quântica em geral. Chari e Pressley introduziram e estudaram o conceito de afinização minimal, que faz o papel do módulos de avaliação no sentido que ela é a representação irredutível mais simples de $U_q(\tilde{\mathfrak{g}})$. Uma classe especial de afinizações minimais é a dos módulos de Kirillov-Reshetikhin. Eles são as afinizações minimais dos $U_q(\mathfrak{g})$-módulos irredutíveis quando os pesos máximos são múltiplos dos pesos fundamentais de $\mathfrak{g}$. Além disso, esses módulos são objetos de muitos estudos por causa de suas aplicações na física-matemática. Um problema de interesse particular é descrever seus caracteres. Chari e Moura resolveram esse problema quando $\mathfrak{g}$ é do tipo A, B, C, D, ou G, transferindo o problema para o contexto das álgebras de correntes $\mathfrak{g}[t]$. Vamos apresentar alguns novos resultados nessa direção quando $\mathfrak{g}$ é do tipo E_6.

Referências

[1] V. CHARI; A. MOURA. *Kirillov-Reshetikhin modules associated to G_2*. Contemp. Math.**442** (2007), 41-59.

[2] V. CHARI; A. MOURA. *The restricted Kirillov-Reshetikhin modules for the current and twisted current algebras*. Comm. Math. Phys. 266 no. 2, 2006. 431-454.

[3] J. HUMPHREYS. *Introduction to Lie Algebras and Representation Theory*. New York: Springer, 1972.

[4] A. MOURA. *Restricted limits of minimal affinizations*. arXiv:0812.2238 [math.RT]. Aparecer em Pacific J. Math.

[1]Este trabalho é parte da dissertação de mestrado da autora e está sendo financiado pela FAPESP.
[2]UNICAMP, ferzitaap@yahoo.com.br.
[3]UNICAMP, aamoura@ime.unicamp.br.

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

A Equação de Daugavet para Operadores no Espaço $C(S)$ [1]

E. R. Santos [2] , D. M. Vieira [3] & J. Mujica [4]

Resumo

Um operador linear limitado T entre espaços normados satisfaz a equação de Daugavet se $\|I+T\| = 1+\|T\|$.

Este trabalho tem como objetivo principal estudar tal equação para operadores lineares limitados no espaço das funções contínuas $C(S)$, onde S é um espaço Hausdorff compacto.

Para tanto, estudamos algumas representações de $C^*(S)$, o dual topológico de $C(S)$, segundo as propriedades topológicas de S, e também representações de operadores definidos em $C(S)$ ou com imagem em $C(S)$.

Fazendo uso desta teoria de representações em $C(S)$ apresentamos então algumas classes de operadores que satisfazem a equação de Daugavet. Iniciamos apresentando a demonstração dada por H. Kamowitz em [2], de que se T é um operador linear compacto em $C(S)$ então $\|I+T\| = 1+\|T\|$ se e somente se S não possui pontos isolados. Em seguida, apresentamos a demonstração dada por J. R. Holub em [1], provando que operadores fracamente compactos em $C[0,1]$ satisfazem a equação de Daugavet. Finalmente apresentamos a demonstração dada por D. Werner em [3], onde prova-se que um operador linear fracamente compacto no espaço $C(S)$ satisfaz a equação de Daugavet se e somente se S não possui pontos isolados.

Referências

[1] J. R. Holub. *A property of weakly compact operators on* $C[0,1]$. Proc. Amer. Math. Soc. **97** (1986), 396-398.

[2] H. Kamowitz. *A property of compact operators*. Proc. Amer. Math. Soc. **91** (1984), 231-236.

[3] D. Werner. *An elementary approach to the Daugavet equation*. Interaction between Functional Analysis, Harmonic Analysis and Probability. Lecture Notes in Pure and Applied Math. **175** (1996), 449-454.

---

[1] *Palavras-Chave:* equação de Daugavet, operadores compactos, operadores fracamente compactos, espaço de funções contínuas

[2] Universidade Estadual de Campinas, elisars@ime.unicamp.br
[3] Universidade de São Paulo, danim@ime.usp.br
[4] Universidade Estadual de Campinas, mujica@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Não-unicidade de soluções fracas das equações Magnetohidrodinâmicas ideais e incompressíveis [1]

Anne C. Bronzi [2]

Resumo

Em [1], C. De Lellis e L. Székelyhidi Jr. provaram a não-unicidade de soluções fracas das equações de Euler incompressíveis. Para isso, eles re-escreveram as equações de Euler como uma inclusão diferencial e usando integração convexa eles construíram soluções fracas das equações de Euler com suporte compacto no tempo e espaço. Neste trabalho utilizamos esta mesma técnica para provar a não-unicidade de soluções fracas das equações Magnetohidrodinâmicas ideais e incompressíveis.

Este é um trabalho em conjunto com Milton C. Lopes Filho e Helena J. Nussenzveig Lopes.

Referências

[1] C. De Lellis and L. Székelyhidi Jr. *The Euler equation as a differential inclusion*, Preprint 2007. To appear in Annals of Mathematics.

[1] *Palavras-Chave:* Dinâmica dos fluidos, Equações Magnetohidrodinâmicas ideais e incompressíveis

[2] IMECC-UNICAMP, annebronzi@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Álgebras de Clifford e Generalizações não-Associativas em S^7 [1]

Márcio André Traesel [2] & Roldão da Rocha [3]

Resumo

Após definirmos as álgebras de Clifford de três maneiras equivalentes, apresentamos o Teorema de Periodicidade de Atiyah-Bott-Shapiro e também sua extensão no ensejo de construir explicitamente a tabela de classificação das álgebras de Clifford. Numa segunda abordagem, nos utilizaremos do formalismo dos octonions dentro da álgebra de Clifford. Generalizamos os produtos para multivetores de maneira a englobar elementos de toda álgebra exterior e não somente paravetores do fibrado tangente em S^7. Além disso, generalizamos os produtos não-associativos introduzindo os chamados produtos não-associativos direcionais. Acrescentamos algumas aplicações como a obtenção de uma fibração de Hopf através do produto-X e a representação matricial para as álgebras adjuntas das ações à esquerda da álgebra dos octonions. A partir dos resultados que generalizam tais produtos exibiremos o Teorema que generaliza $(A \circ X) \circ (\bar{X} \circ B) = X \circ ((\bar{X} \circ A) \circ B) = (A \circ (B \circ X)) \circ \bar{X}$ neste contexto.

Referências

[1] R. da Rocha and J. Vaz Jr., *Clifford algebra-parametrized octonions and generalizations*, J. Algebra **301** (2006) 459-473 [`arXiv:math-ph/0603053v1`].

[2] M. Cederwall and C. R. Preitschopf, *S^7 and its Kač-Moody Algebra*, Commun. Math. Phys. **167** (1995) 373-394 [`arXiv:hep-th/9309030v1`].

[3] G. M. Dixon, *Division Algebras: Octonions, Quaternions, Complex Numbers, and the Algebraic Design of Physics*, Kluwer, Dordrecht 1994.

[4] M. Atiyah and F. Hirzebruch, *Bott periodicity and the parallelizability of the spheres*, Proc. Cambridge Philos. Soc. **57**, 223-226 (1961).

[5] R. Bott and J. Milnor, *On the parallelizability of the spheres*, Bull. Amer. Math. Soc. **64**, 87-89 (1958).

[6] J. Vaz, *Notas de Aula MT-307*, [`http://www.ime.unicamp.br/%7Evaz/mt307a05.htm`]

[7] J. Baez, *The octonions*, Bull. Amer. Math. Soc. **39** (2002) 145-205.

[8] P. Lounesto, *Octonions and triality*, Advances in Applied Clifford Algebras **11** (2) (2001) 191-213.

[9] M. Rooman, *11-dimensional supergravity and octonions*, Nucl. Phys. **B 236** (1984) 501-521.

[1] *Palavras-Chave:* álgebras de Clifford, octonions, produtos não-associativos
[2] Traesel, marcio.traesel@ufabc.edu.br
[3] da Rocha, roldao.rocha@ufabc.edu.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Algoritmos de Estimação para Cadeias de Markov de Alcance Variável - aplicações a detecção do ritmo em textos escritos. [1]

David Henriques da Matta [2]

Resumo

No presente trabalho, direcionamos nossos estudos à questão de se encontrar evidências estatísticas na detecção de ritmos em textos escritos, apresentando para isso ferramentas probabilísticas que nos permitam discriminar textos brasileiros e portugueses.

Para alcançarmos tais objetivos, abordamos alguns resultados teóricos e práticos em modelagem, reamostragem e estimação das cadeias de Markov de alcance variável.

Referências

[1] Bejerano, G. & Yona, G. (2001). Variations on probabilistic suffix trees: statistical modeling and prediction of protein families, *Bioinformatics*, **17**(1): 23-43.

[2] Bühlmann, P. & Wyner, A.J. (1999). Variable length Markov chains. *Annals of Statistics* **27**, 480-513.

[3] Busch, J.R. Ferrari, P. Flesia, G. Fraiman, R. Grynberg, S. Leonardi, F. Testing statistical hypothesis on Random Trees. ArXiv: math.ST/0603378v3, 2007.

[4] Rissanen, J. (1983). A universal data compression system, *IEEE Trans. Inform. Theory*, **29**(5): 656-664.

[1] *Palavras-Chave:* Cadeias de Markov de Alcance Variável, Algoritmos de Estimação, Reamostragem
[2] IMECC-Unicamp, davidhmatta@gmail.com

Alguns resultados sobre otimização ergódica em espaços não compactos [1]

Tatiane Cardoso Batista [2] & Fabio Armando Tal [3]

Resumo

A teoria ergódica diz respeito a iteração de transformações T que preservam medida em espaços $(X, \mathcal{B}, \mu)$ e, em particular, se o espaço é de probabilidade e $f : X \to \mathbb{R}$ é uma função integrável, estuda as médias temporais:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f(T^i(x)).$$

Um dos resultados fundamentais dessa teoria é o teorema ergódico de Birkhoff, que relaciona a média temporal com a média espacial:

$$\int_X f \, d\mu, \ \ \mu \in \mathcal{M}_T,$$

onde $\mathcal{M}_T$ é o conjunto das medidas de probabilidade T-invariantes. O objeto de interesse da otimização ergódica são as medidas invariantes que maximizam a média espacial, chamadas medidas maximizantes.

Considere $T : X \to X$ contínua e $\mathcal{B}$ a σ-álgebra de Borel. Em geral, $\mathcal{M}_T$ pode ser vazio, mas se X é um espaço metrizável, compacto e não vazio, então $\mathcal{M}_T \neq \emptyset$.

Em nosso estudo, X é um espaço topológico não necessariamente compacto e, por isso, são colocadas condições sobre a função f que garantam a existência de medida maximizante. Verificamos que é suficiente f ter uma forma normal para que exista medida maximizante, e que tais medidas são caracterizadas em termos de seu suporte. No caso em que X é compacto e metrizável, basta que f tenha uma forma do ponto fixo para garantir a existência de uma forma normal, mas no caso mais geral, onde X é um espaço polonês, é necessário a compacidade essencial como condição adicional. Esses são resultados de Jenkinson, Mauldin e Urbański, provados em [1].

Referências

[1] Jenkinson, O., Mauldin, R. D. e Urbański, M., *Ergodic optimization for countable alphabet subshifts of finite type*, Ergodic Theory and Dynamical Systems, **26** (2006), 1791-1803.

[2] Jenkinson, O., *Ergodic optimization*, Discrete and Continuous Dynamical Systems, **15** (2006), 197-224.

[3] Bousch, T. e Jenkinson, O., *Cohomology classes of dynamically non-negative C^k functions*, Inventiones Mathematicae, **148** (2002), 207-217.

[1] *Palavras-Chave:* medida maximizante, forma normal, compacidade essencial.
[2] Instituto de matemática e estatística - USP, tatybatista@yahooo.com.br
[3] Instituto de matemática e estatística - USP, fabiotal@ime.usp.br

Fenômeno de Mudança de Fases Irreversível em Fluidos [1]

L.H. de Miranda [2]

Resumo

Estamos interessados em estudar o seguinte sistema de equações diferenciais parciais

$$\begin{aligned}
\theta_t + \omega_t - \Delta\theta + u \cdot \nabla\theta &= g(x,t) && \text{in } Q, && (1)\\
\omega_t + \alpha(\omega_t) - \Delta\omega + \beta(\omega) &\ni \theta + f(\omega) && \text{in } Q, && (2)\\
u_t + u \cdot \nabla u - \Delta u + \nabla p + K(\omega)u &= \zeta\theta, && \text{in } Q_{ml}, && (3)\\
\frac{\partial\theta}{\partial\nu} = \frac{\partial\omega}{\partial\nu} &= 0 && \text{on } \partial\Omega \times (0,T), && (4)\\
\nabla \cdot u &= 0 && \text{in } Q_{ml}, && (5)\\
u &= 0, && \text{in } Q_s, && (6)\\
\theta(.,0) = \theta_0,\ \omega(.,0) &= \omega_0, && && (7)\\
u(.0) &= u_0. && && (8)
\end{aligned}$$

Este sistema está associado a um modelo para o fenômeno da mudança de fases irreversível em materiais puros com a possibilidade de fluxo nas regiões não sólidas. Resumidamente, θ representa a temperatura, ω representa a fração sólida, u a velocidade e p a pressão do material. Além disso, veja que o modelo consiste em um sistema altamente não linear incluindo um problema de fronteira livre, além de uma equação do calor (1), uma equação duplamente não linear para a equação da fase (2) e uma equação do tipo Navier-Stokes perturbada por um termo de Carman-Kozeny, responsável pelo fluxo na região pastosa do material e um termo de Boussinesq para as forças de flutuação devidas as diferenças de temperatura (3).

A idéia da apresentação será introduzir brevente o modelo, assim como o conceito e definição de solução e comentar os aspectos determinantes para a prova da existência de solução do problema associado. Os resultados obtidos são fruto de um trabalho em conjunto com J.L. Boldrini e G.V. Planas.

Referências

[1] Aso M., Frémond, M. and Kenmochi N., *Parabolic systems with the unknown dependent constraints arising in phase transitions*, Inter.Ser.Num.Math., vol **154**, 45-50 (2007).

[2] Blanc, Ph., Gasser, L., Rappaz, *Existence for a stationary model of binary alloy solidification*, Math.Mod. and Num. Anal., **29**(6), 687-699 (1995).

[3] Boldrini, J.L., Planas, G., *A bidimensional phase-field model with convection for change phase of an alloy*, J. Math. Anal. Appl., **302**(2), 669-687 (2005).

[4] Boldrini, J.L., Planas, G., L.H., de Miranda, *Irreversible phase-change with fluid flow*, Preprint(2009)..

[5] Bonfanti G., Frémond, M. and Luterotti, F. *Global solution to a nonlinear system for irreversible phase changes*, Adv. Math. sci. Appl., **10**, 1-24 (2000).

[6] Brezis, H. *Opératours maximaux monotones et semi-groupes de contractions dans les espaces de Hilbert*, North-Holland Math. Studies, 5, North Holland, Amsterdan (1973).

---

[1] *Palavras-Chave:* Mudança de Fase Irreversível, Dinâmica de Fluidos, Boussinesq, Carman-Kozeny e Poblema de Fronteira Livre

[2] Universidade Estadual de Campinas, lmiranda@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Arcos planos provenientes de curvas Frobenius não-clássicas [1]

Beatriz C. da Motta Ribeiro [2]

Resumo

Esse trabalho é parte de um projeto em andamento que visa compreender a relação entre a Teoria de Curvas Algébricas e a Geometria Finita através do estudo das curvas Frobenius não-clássicas e dos arcos planos completos.

Dizemos que uma curva $\mathcal{X}$ sobre $\mathbb{F}_q$ com grau d e $\#\mathcal{X}(\mathbb{F}_q) = n$ tem a propriedade do arco se para todo $P \in PG(2, q) \setminus \mathcal{X}$ existe reta $\mathcal{L}$ tal que $\#(\mathcal{L} \cap \mathcal{X}(\mathbb{F}_q)) = d$. Nesse caso, $\mathcal{X}(\mathbb{F}_q)$ é equivalente a um $[n, 3, n-d]-$código linear que não pode ser estendido a um código com maior distância mínima.

Estamos interessados em determinar quando curvas Frobenius não clássicas (ie, tais que $\Phi((x : y : z)) = (x^q : y^q : z^q)$ para todo $(x : y : z) \in \mathcal{X}$ não-singular) do tipo

$$y^d = f(x) \tag{1}$$

com $char(\mathbb{F}_q) \nmid p$ têm tal propriedade geométrica. Nesse sentido, fazemos uma extensão de um argumento em [2] para provar que se (1) for não-singular e possuir uma propriedade adicional, então tem a propriedade do arco. Apresentamos ainda um exemplo de curva singular Frobenius não-clássica cujo conjunto $\mathcal{X}(\mathbb{F}_q)$ pode ser completado de forma a obter um arco completo.

Referências

[1] A. Garcia, *The curves $y^n = f(x)$ over finite fields*, Arch. Math. **74** (1990), no.1, 36–44.

[2] M. Giulietti, F. Pambianco, F. Torres e E. Ughi, *On complete arcs arising from plane curves*, Designs, codes and Cryptography **25** (2002), 237–246.

[3] A. Hefez e J.F. Voloch, *Frobenius non-classical curves*, Arch. Math. **54** (1990), 263–273

---

[1] *Palavras-Chave:* (n, d)-arcos, curvas planas, Frobenius não-clássica, de Fermat

[2] IMECC, Unicamp, beatrizmotta@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Inferência Bayesiana para valores extremos [1]

Diego Fernando de Bernardini [2] & Laura L. R. Rifo [3]

Resumo

O teorema de Fisher-Tippett é comumente usado para aproximar a distribuição de valores extremos por um membro da família de distribuições de Valor Extremo Generalizada (GEV), com função de distribuição identificada por três parâmetros, μ, $\sigma > 0$ and ξ. O caso $\xi = 0$, definido como o limite da função de distribuição GEV quano $\xi \to 0$, representa a família de distribuições Gumbel [1]. Considerando o espaço paramétrico $\Omega = \{\theta = (\mu, \sigma, \xi) \in R^3 : \sigma > 0\}$ associado à distribuição GEV, a família Gumbel corresponde a uma hipótese precisa $\Omega_0 = \{(\mu, \sigma, \xi) \in \Omega : \xi = 0\}$. Uma nova medida de evidência bayesiana [2] é usada para seleção de modelos dentro da família de distribuições GEV. Especificamente, uma medida de evidência para a hipótese precisa da família Gumbel é obtida, dada uma distribuição posterior absolutamente contínua no espaço paramétrico associado. Problemas com dados reais foram estudados. No sentido de estabelecer comparações, outras duas medidas de evidência são determinadas: o p-valor, no contexo clássico, e o fator de Bayes [3], no contexto bayesiano. Estudamos também a curva dos tempos de retorno esperados a posterior e intervalos de credibilidade.

Referências

[1] S. Coles, *An introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer (2001).

[2] C.A.B. Pereira, J. Stern and S. Wechsler, *Can a significance test be genuinely bayesian?*, Bayesian Analysis 3 (2008), pp. 15-36.

[3] A. O'Hagan, J. Forster, *Bayesian Inference*, Kendall's Advanced Theory of Statistics, 2B. Arnold. (2004).

[1] *Palavras-Chave:* inferência bayesiana, distribuição de tipos extremos, *full Bayesian significance test*, tempos e níveis de retorno, intervalos de credibilidade

[2] IMECC, UNICAMP, ra032225@ime.unicamp.br
[3] IMECC, UNICAMP, lramos@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Propriedades topológicas de uma classe de sistemas descontínuos[1]

DURVAL JOSÉ TONON [2]

Resumo

Sistemas de equações diferenciais onde a não unicidade de soluções é permitida são chamados de sistemas descontínuos. Abordaremos nessa exposição, no contexto de sistemas descontínuos, o conceito de estabilidade assintótica de uma classe de campos distinguida: campos descontínuos do tipo dobra-dobra. Exploraremos alguns aspectos da dinâmica dessa classe como existência de conexão de conjuntos de tangência, órbitas periódicas e reversibilidade.

Referências

[S-T] Sotomayor J. and Teixeira M. A., *Vector fields near the boundary of a 3-manifold*, Lect. Notes in Math., **331**, Springer Verlag, (1988),169-195.

[T1] Teixeira M. A., *Stability conditions for discontinuous vector fields*, J. Diff. Eq., **V 88**,(1990),15-24.

[M] Medrado J.C.R., *Singularidades simétricas de campos de vetores reversíveis em dimensão três*, Tese de doutorado IMECC-UNICAMP, (1997).

[J-C] Jeffrey M.R. and Colombo A., *The two-fold singularity of discontinuous vector fields*, SIAM J. Appl. Dyn. Syst. Volume 8, Issue 2, pp. 624-640,(2009).

[C] Chillingworth, *The Teixeira singularity or: Stability and Bifurcation for a discontinuous vector field in R3 at a double-fold point: DRAFT*, To appear.

[T2] Teixeira M. A., *Perturbation theory for non-smooth systems.*

[T3] Teixeira M. A., *Generic bifurcations of sliding vector fields*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, **176**,(1993),436-457.

[1] *Palavras-Chave:* Sistemas descontínuos, T-singularidade, Estabilidade Assintótica, Órbitas periódicas

[2] Doutorando, djtonon@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

O produto de convolução em grupos topológicos compactos.[1]

Conrado Damato de Lacerda [2]

Resumo

Temos como objetivo apresentar o conceito e algumas propriedades fundamentais do produto de convolução no contexto de grupos topológicos compactos, e indicamos algumas de suas aplicações à teoria de representações destes grupos.

Referências

[1] Anthony W. Knapp, *Lie Groups Beyond an Introduction*, Birkhäuser, 2002.

[2] Theodor Bröcker & Tammo tom Dieck, *Representations of Compact Lie Groups*, Springer-Verlag, 1985.

[1] *Palavras-Chave:* grupos compactos, convolução, medida de Haar.

[2] Mestrado em Matemática, UNICAMP. E-mail: conrado.lacerda@yahoo.com.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Otimização topológica de mecanismos flexíveis[1]

THADEU A. SENNE[2] & FRANCISCO A. M. GOMES NETO[3]

Resumo

Neste trabalho, estudamos algumas formulações possíveis para o problema de otimização topológica de um mecanismo flexível, propostas por Nishiwaki *et al.* [1], Lima [2] e Sigmund [3]. Para resolver os problemas de programação não linear associados a cada uma das formulações estudadas, usamos uma versão globalmente convergente da Programação Linear Sequencial, inspirada no trabalho de Gomes *et al.* [4], e uma versão globalmente convergente do Método das Assíntotas Móveis, desenvolvida por Svanberg [5]. Fazemos uma análise comparativa do desempenho desses dois métodos de otimização, no que diz respeito às topologias ótimas obtidas para as estruturas e ao esforço computacional para a resolução dos problemas de otimização topológica.

Referências

[1] NISHIWAKI, S.; FRECKER, M. I.; SEUNGJAE, M.; KIKUCHI, N.; *Topology optimization of compliant mechanisms using the homogenization method.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, 42, 1998, p. 535-559.

[2] LIMA, C. R.; *Projeto de Mecanismos Flexíveis Usando o Método de Otimização Topológica.* Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Engenharia. São Paulo, 2002.

[3] SIGMUND, O.; *On the design of compliant mechanisms using topology optimization.* Mechanics of Structures and Machines, 25, 1997, p. 493-524.

[4] GOMES, F. A. M.; MACIEL, M. C.; MARTÍNEZ, J. M.; *Nonlinear programming algorithms using trust regions and augmented Lagrangians with nonmonotone penalty parameters.* Mathematical Programming, 84, 1999, p. 161-200.

[5] SVANBERG, K.; *A class of globally convergent optimization methods based on conservative convex separable approximations.* SIAM Journal on Optimization, 12(2), 2002, p. 555-573.

[1] *Palavras-Chave:* Otimização Topológica, Mecanismos Flexíveis, Programação Não Linear.
[2] DMA - IMECC - UNICAMP, senne@ime.unicamp.br
[3] DMA - IMECC - UNICAMP, chico@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Uso de Códigos e Reticulados em Criptossistemas Pós-Quânticos[1]

Grasiele C. Jorge[2] & Sueli I. R. Costa[3]

Resumo

A criptografia de chave pública é proposta em 1975 e em 1977 surge o sistema criptográfico RSA, que, junto com criptossistemas baseados em curvas elipticas, é um dos mais utilizados atualmente. Na década de 90, foram apresentados algoritmos que, se utilizados em computadores quânticos, tornam inseguros os criptossitemas atuais. No RSA, por exemplo, a segurança é quebrada por um algoritmo que fatora um número inteiro como produto de primos em tempo polinomial. Na busca de novos criptossistemas que sejam resistentes a algoritmos quânticos os baseados em códigos corretores de erros e em reticulados vêm despertando grande interesse.

O primeiro criptossistema baseado em códigos, o McEliece, foi proposto no final da década de 70 e vem sendo muito estudado recentemente. Tal criptossistema é baseado em códigos de Goppa e sua segurança reside no fato de até o momento não existir um algoritmo que seja capaz de decodificar um código linear qualquer em tempo polinomial. Os criptossistemas que envolvem reticulados tem sua segurança baseada no fato de, até o momento, não existir nenhum algoritmo que seja capaz de encontrar o vetor de norma mínima em transladados do reticulado em tempo polinomial.

Referências

[1] J. H. Conway, N. J. A Sloane, *Sphere Packings, Lattices and Groups*, Springer-Verlag, New York, 1998.

[2] W.C. Huffman, V. Pless, *Fundamentals of Error-Correcting Codes*, Cambridge University Press, 2003.

[3] D. J. Bernstein, J. Buchmann, E. Dahem, *Post-Quantum Cryptography*, Springer-Verlag, 2009.

[1] *Palavras-Chave:* (Criptossistemas, Códigos de Goppa, Reticulados)

[2] IMECC-Unicamp, grajorge@gmail.com
[3] IMECC-Unicamp, sueli@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Unidades em ZG[1]

CARLOS HENRIQUE PEREIRA DO NASCIMENTO [2]

Resumo

Um dos problemas da teoria dos Anéis de Grupos é determinar as unidades deste anel. Em 1940, Higman demonstrou um importante teorema que classifica os anéis de grupos ZG que têm somente unidades triviais. Apresentaremos o teorema de Higman e um teorema provado em 1990 por Jurgen Ritter e Sudarshan K. Sehgal que nos dá condições necessárias e suficientes para que um anel de grupo ZG tenha somente unidades centrais triviais.

Referências

[1] CURTIS, C.W.; REINER, I., *Representation Theory of Finite Groups and Associative Algebras*, New York, Wiley (1962).

[2] HIGMAN, G., *The Units of Group Rings*, Londres, Proc. London Math. Soc. 46 (1940).

[3] JACOBSON, N., *Basic Algebra II*, New York, Freeman (1980).

[4] MILIES, C.P.; SEHGAL, S.K., *An Introduction to Group Rings*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers (2002).

[5] RITTER, J; SEHGAL, S., *Integral Group Rings with Trivial Central Units*, American Mathematical, v 108, n2 (1990).

[6] SEHGAL, S.K., *Topics in Group Rings*, New York, Marcel Dekker. (1978).

[1] *Palavras-Chave:* Anéis de Grupos, Unidades, Grupos de Torção

[2] IMECC - Unicamp, chpereiran@yahoo.com.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Uma visão geral sobre otimização [1]

Luís Felipe Bueno [2]

Resumo

Neste trabalho é apresentado uma visão geral sobre otimização. Serão abordados de forma introdutória assuntos relacionados à modelagem de problemas reais como um problema de otimização, à aspéctos computacionais envolvidos na solução dos problemas e à teoria matemática dos principais métodos de otimização. Os métodos esboçados serão o Simplex, e um Algoritmo de Pontos Interiores (programação linear), Branch and Bound (programação inteira), Máxima Descida e Newton (programação não linear). Serão introduzidas informalmente condições de otimalidade para problemas de otimização (condições KKT) e serão feitos alguns comentários sobre a teria de convergência dos métodos citados. Por fim, será modelado um problema de Equilíbrio de Nash e apresentado suas dificuldades.

Referências

[1] D. G. Luemberger, *Linear and Nonlinear Programming*, Springer, second edition.

[2] L. Wolsey, *Integer Programming*, Wiley-Interscience.

[3] F. Facchinei, J. S. Pang, *Finite-Dimensional Variational Inequalities and Complementarity Problems*, Volume I, Springer.

[1] *Palavras-Chave:* Programação linear, programação inteira, programação não linear, equilíbrio de Nash
[2] DMA-IMECC Unicamp, Bolsista Fapesp, lfelipe@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Encaixando Palavras de um Alfabeto Finito[1]

Rodrigo Lambert[2] & Miguel Abadi[3]

Resumo

Seja χ um alfabeto finito. Considere uma *palavra de tamanho* n como sendo um conjunto de n caracteres do alfabeto χ. Denotaremos o conjunto de todas as palavras por χ^n. Nosso trabalho parte da definição de *tempo de encaixe* de uma palavra. O Tempo de Encaixe é a variável aleatória $\tau : \chi^n \to \mathbb{N}$, que associa a cada $A \in \chi^n$ o número j de translações à direita necessárias para que occorra um encaixe nos $n - j$ símbolos restantes. Como um exemplo de tempo de encaixe, temos:

Seja a palavra $A_1 = 010101 \in \{0, 1\}^6$:

Início :	0	1	**0**	**1**	**0**	**1**		
1^o *Passo* :		0	1	0	1	0	1	
2^o *Passo* :			**0**	**1**	**0**	**1**	0	1

Portanto, como a palavra realizou um encaixe no tempo $\tau = 2$, temos que o tempo de encaixe de A_1 é igual a 2, e assim termina o nosso exemplo.

A distribuição de $\tau(A_n)$ é desconhecida. Porém, Afraimovich, Chazottes e Saussol provaram em 2003 que $\frac{\tau(A_n)}{n} \to 1$ quase certamente, veja [1]. Abadi e Vaienti, por outro lado, encontraram em 2008 a Função de Grandes Desvios e relacionaram $\tau(A_n)$ com a Entropia de Rényi do processo gerador das palavras [2]. No presente trabalho, estamos em busca de estimar a Esperança e a Variância do Tempo de Encaixe.

Referências

[1] Afraimovich, V., Chazottes J.-R. & Saussol, B.; **Pointwise dimensions for Poincaré recurrence associated with maps and special flows**, Discrete and Continuous Dynamical Systems, Volume 9, pp.263-280, 2003.

[2] Abadi, M. and Vaienti, S.; **Large Deviations for Short Recurrence**, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A (DCDS-A), Volume 21, Number 3, pp.729 – 747, 2008.

---

[1] *Palavras-Chave:* Tempo de retorno

[2] IMECC - Unicamp, rodrigolambert@yahoo.com.br
[3] IMECC - Unicamp, miguel@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Resolução numérica de EDPs utilizando ondaletas harmônicas [1]

Pedro da S. Peixoto [2] & Saulo R. M. de Barros (Orientador) [3]

Resumo

Métodos de resolução numérica de equações diferenciais parciais que utilizam ondaletas como base vêm sendo desenvolvidos nas últimas décadas, mas existe uma carência de estudos mais profundos das características computacionais dos mesmos. Neste estudo analisou-se detalhadamente um método espectral de Galerkin com base de ondaletas harmônicas. Revisou-se a teoria matemática referente às ondaletas harmônicas, que mostrou ter grande similaridade com a teoria referente à base trigonométrica de Fourier. Diversos testes numéricos foram realizados. Ao analisarmos a resolução da equação do transporte linear, e também de transporte não linear (equação de Burgers), obtivemos boas aproximações da solução esperada. O custo computacional obtido foi similar ao método com base de Fourier, mas com ondaletas harmônicas foi possível usar a localidade das ondaletas para detectar características de localidade do sinal. Analisamos ainda uma abordagem pseudo-espectral para os casos não lineares, que resultaram em um expressivo aumento de eficiência. Tendo em vista o uso das propriedades de localidade das ondaletas, usamos o método de Galerkin com base de ondaletas harmônicas para resolver um sistema de equações referente a um modelo de propagação de frentes de precipitação. O método mostrou boas aproximações das soluções esperadas, custo computacional ótimo e ainda a possibilidade de se obter espectralmente informações sobre a localização da frente de precipitação.

Referências

[1] D. Newland, Harmonic Wavelets Analysis, Proc. R. Soc. A, **443**, 1993.

[2] S. V. Muniandy, I. M. Moroz, Galerkin modelling of the Burgers equation using harmonic wavelets, Physics Letters A, **235**, 1997.

[3] C. Cattani, Harmonic Wavelets towards Solution of Nonlinear PDE, Computers and Mathematics with Applications, **50**, 2005.

[4] D. Frierson, A. Majda, O. Pauluis. Large scale dynamics of precipitation fronts in the tropical atmosphere: a novel relaxation limit. Commun. Math. Sci., **2**, 2004.

[1] *Palavras-Chave:* Método de Galerkin, método espectral, método pseudo-espectral, ondaletas harmônicas, modelo de propagação de frentes de precipitação.

[2] IME-USP, pedrosp@ime.usp.br
[3] IME-USP, saulo@ime.usp.br

Geometria de curvas em alguns espaços simétricos[1]

Céntia R. de A. Peixoto [2]

Resumo

Nesta apresentação falaremos sobre o estudo de invariantes lineares de curvas, em particular de curvas em Variedades Grassmannianas do tipo $Gr(n, kn)$. Abordando o problema de congruência de curvas, e mostando propriedades da geometria de curvas do tipo fanning nestas variedades.

Referências

[1] J. C. Álvarez Paiva and C. Durán, *Geometric Invariants of Fanning Curves*, Adv. in Appl. Math. 42 (2009), no.3, 290-312.

[2] Élie Cartan, *Leçons sur la théorie des espaces à connexion projective*, Les Grands Classiques Gauthier-Villars. [Gauthier-Villars Great Classics]. Éditions Jacques Gabay, Sceaux, 1992. Reprint of the editions of 1931 and 1937.

[3] E. J. Wilczynski, *Projective differential geometry of curves and ruled surfaces*, Chelsea Publishing Co., New York, 1962.

[4] C. R. A. Peixoto, *Geometria das curvas em Grassmanianas divisíveis*, em preparação.

[5] A. A. Agrachev and I. Zelenko, *Geometry of Jacobi curves I, II*, J. Dynam. Control Systems 8 (2002), no.1 e 2, 93-140 e 167-215.

[1] *Palavras-Chave:* (Variedade de Grassmann, invariantes de curvas)

[2] Imecc-Unicamp , cintia@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

O Axioma fraco da preferência revelada enfraquecido[1]

Edgard Almeida Pimentel [2] & Juliana Fernandes da Silva [3]

Resumo

Através da introdução do Axioma Fraco da Preferência Revelada (AFPR), Samuelson [6] oferece as bases para um critério de consistência e racionalidade no âmbito da teoria da escolha.

O primeiro passo da literatura em Microecononomia, em face do AFPR foi estabelecer as condições sob as quais esta abordagem seria equivalente àquela derivada da teoria de maximização de uma preferêcia racional (transitiva e completa). Cedo foi observado ([3] e [5]) que havia uma equivalência entre as duas abordagens. No âmbito da análise derivada do AFPR alguns comportamentos do consumidor não têm lugar. Um deles é a escolha contexto-dependente - a qual engloba patologias derivadas do chamado *framing effect*. O outro é a estrutura de escolhas cíclica. Por exemplo, considere $A_1 = \{\{x\},\{y\}\}$, $A_2 = \{\{y\},\{z\}\}$, $A_3 = \{\{z\},\{y\}\}$, $f(A_1) = \{x\}$, $f(A_2) = \{z\}$ e $f(A_3) = \{y\}$. Esta estrutura de escolhas fere a hipótese de transitividade e, portanto - como é largamente sabido - não pode ser representada por uma preferência racional.

Entretanto, como observam [1] e [4], tais patologias estão presentes de forma persistente em uma ampla gama de problemas do interesse da Teoria Econômica. É, portanto, do interesse desta mesma Teoria uma formulação dos critérios de racionalidade e consistência que permitam o seu tratamento. Neste sentido, [2] nos fornecem uma versão do AFPR, o Axioma Fraco da Preferência Revelada Enfraquecido (AFPR-e), o qual é capaz de endereçar estes problemas e, a partir do qual, é possível obtermos uma teoria da escolha.

Neste trabalho, os autores apresentam a relação do AFPR-e com algumas classes de regras de escolha e com o chamado consumidor não transitivo (NTC). Em particular, prestamos atenção a regras de escolha do tipo *top cycle* e *upper class rules*, respectivamente, (TC) e (UCR), e demonstramos a equivalência entre UCR, TC, AFPR-e e NTC sob hipóteses bastante gerais da regra de escolha.

Com isso, é possível endereçarmos regras de escolha definidas ´por critérios bastante gerais através da teoria da demanda do Consumidor Não Transitivo.

Referências

[1] Camerer, C., *Individual decision making*, In: Kagel, J., Roth, A. (eds.), Handbook of Experimental Economics. Princeton University Press. 1995.

[2] Ehlers, L. Sprumont, Y., *Weakened WARP and top-cycle choice rules*, J. Math. Econ. 44. 2008.

[3] Kihlstrom, R., Mas-Collel, A., Sonnesnschein, H., *The demand theory of the weal axiom of revealed preference.*, Econometrica, 43. 1975.

[4] Loomes, G., Starmer, C., Sugden, R., *Observing violations of transitivity by experimental methods.*, Ecoometrica 59. 1991.

[5] Mas-Collel, A., *On revealed preference analysis.*, The Rev. Econ. Stud. 45. 1978.

[6] Samuelson, P. Economics, New Series, 5, *A note on the pure theory of consumer.s behavior.*, Economics, New Series, 5. 1938.

[1] *Palavras-Chave:* AFPR, AFPR-e, Toria da Escola, Racionalidade.
[2] Departamento de Matemática Aplicada, IME-USP, pimentel@usp.br
[3] Departamento de Matemtica Aplicada, IME-USP , jufsilva@usp.br.

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Decomposição de Bruhat das variedades Flag do SL(3, $\mathbb{R}$)[1]

Lonardo Rabelo [2] & Thiago. F. Ferraiol [3]

Resumo

Vamos descrever a decomposição de Bruhat [1] das variedades Flag (generalizadas) $F_\Theta = G/P_\Theta$, com G um grupo de Lie Semi-simples não compacto, conexo e semi-simples com centro finito, P_Θ um subgrupo parabólico de tipo Θ, onde Θ é um subconjunto do sistema de raízes definido pela decomposição da álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ de G em subespaços de pesos associado a uma álgebra abeliana maximal $\mathfrak{a}$ fixa contida na parte simétrica $\mathfrak{s}$ de $\mathfrak{g}$ na decomposição de Cartan de $\mathfrak{g} = \mathfrak{k} \oplus \mathfrak{s}$. Em particular, vamos descrever a decomposição de Bruhat dos flags do grupo $SL(3, \mathbb{R})$: o projetivo, o grasmanniano e o flag maximal.

Referências

[1] Seco, L., A note on the Bruhat decomposition of semisimple Lie Groups, Journal of Lie Theory, 725-731, volume 18 (2008).

[1] *Palavras-Chave:* Álgebras de Lie Semi-simples reais, Variedades Flag, Decomposição de Bruhat
[2] IMECC-Unicamp, lonardo@gmail.com
[3] IMECC-Unicamp, tferraiol@yahoo.com.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

A álgebra das matrizes genéricas e o problema de Procesi [1]

Thiago Castilho de Mello [2]

Resumo

A álgebra das matrizes genéricas $F[A_1, A_2, \dots]$, gerada pelas matrizes genéricas $A_1, A_2 \dots$, fornece um modelo concreto para a álgebra relativamente livre da álgebra das matrizes.

Procesi, em seu livro [1], perguntou quando o núcleo do homomorfismo canônico

$$\varphi_{knp} : \mathbb{Z}[A_1, \dots, A_k] \longrightarrow \mathbb{Z}_p[A_1, \dots, A_k]$$

é gerado por p.

Tal problema é equivalente ao seguinte problema de PI-álgebras:

Seja K uma extensão infinita de $\mathbb{Z}_p$. Existem identidades de $M_n(K)$ que não sejam obtidas de identidades de $M_n(\mathbb{Z})$?

Exibiremos os casos que já foram resolvidos (matrizes 2×2) [2] e enunciaremos possíveis variações para tal problema[3].

Referências

[1] C. Procesi, *Rings With Polynomial Identities*, Dekker, 1973.

[2] T. Asparouhov, V. Drensky, P. Koev, D.Tsiganchev, *Generic 2 x 2 matrices in positive characteristic*, J. Algebra 225, no. 1, 451-486 (2000).

[3] A. Regev, *Grassmann algebras over finite fields*, Commun. Algebra 19, 1829-1849 (1991).

[1] *Palavras-Chave:* PI-álgebras, matrizes genéricas, problema de Procesi
[2] IMECC - Unicamp, tmello@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Teoremas de nulidade dos grupos de homologia usando cálculo estocástico[1]

IVAN ITALO GONZALES GARGATE [2]

Resumo

Seja M uma variedade Riemanniana compacta de dimensão n e considere um sistema dinámico estocástico

$$dx_t = X(x_t)dB_t + Y(x_t)dt, \tag{1}$$

onde $\{B_t\}_{t\geq 0}$ é um movimento Browniano sobre $\mathbb{R}^n$, Y é um campo vetorial sobre M e $X : \mathbb{R}^m \to TM$ é uma aplicação diferenciável sobre o fibrado tangente que faz corresponder m campos vetoriais $\{X_i\}_{i=1}^n$ definidas como $X_i(x) = X(x, e_i)$, para $\{e_1, e_2, \cdots, e_n\}$ a base canônica de $\mathbb{R}^m$.

Nesta apresentação estudaremos propriedades de estabilidade de um sistema dinámico estocástico (1) e suas influencias sobre os grupos de homotopia e homologia M. Começaremos definindo as aplicações de momentos exponenciais fortes $\mu_M^q : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $q = 1, 2, \cdots, n$ e mostraremos que a condição de estabilidade $\mu_M^1(1) < 0$ implica que $\pi_1(M) = 0$, $\mu_M^2(1) < 0$ implica $\pi_2(M) = 0$, e usando alguns resultados básicos de "Integral currents"mostraremos que se $\mu_M^q(1) < 0$ então $H_q(M, \mathbb{Z}) = 0$.

Referências

[1] K. D. ELWORTHY , STEVEN ROSENBERG, *Homotopy and Homology Vanishing Theorems and the Stability of stochastic Flows*, http://arxiv.org/abs/dg-ga/950300 , March 22, 1995.

[2] F. MORGAN, *Geometric Measure Theory : A Beginer´s Guide*, Boston , Academic Press, 1988

[1] *Cálculo Estocástico, Geometría Diferencial, Curvatura*

[2]UNICAMP, ivan_go81@hotmail.com

IV Encontro Cientıifico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Anéis de Schur[1]

Samir Assuena [2]

Resumo

Sejam H um grupo finito, $\mathbb{Q}$ o corpo dos números racionais e G um grupo de permutações em H. Denotando por G_1 o estabilizador do elemento neutro de H, o *Módulo de Transitividade do grupo* G_1 é uma subálgebra especial da álgebra de grupo $\mathbb{Q}H$ de H sobre $\mathbb{Q}$ gerada por elementos da forma $\sum_{t\in T} t$ onde T percorre o conjunto completo das órbitas do grupo G_1 (elementos deste tipo são chamados *quantidades simples de* $\mathbb{Q}H$). Geralmente, as subálgebras da álgebra de grupo $\mathbb{Q}H$, que possuem uma base formada por quantidades simples, são chamadas de *anéis de Schur sobre H*, ou abreviadamente, *S-anéis sobre H*.

Neste trabalho, apresentaremos as principais propriedades destes anéis e uma classificação de um tipo especial de S-anel sobre um grupo abeliano elementar de posto três.

Referências

[1] M. Hirasaka, M. Muzychuk, *An elementary Abelian group of rank 4 is a CI-group*, J. Combin. Theory Ser. A 94 (2) (2001) 339-362.

[2] M. Muzychuk, *An elementary Abelian group of large rank is not a CI-group*, Discrete Math. 264 (1-3) (2003) 167-185.

[3] P. Spiga, Q. Wang, *An answer to Hirasaka and Muzychuk: Every p-Schur ring over C_p^3 is Schurian*, Discrete Mathematics (308) (2008) 1760-1763.

[4] H. Wielandt, *Finite Permutation Groups*, Academic Press, Berlin, 1964.

[1] *Palavras-Chave:* S-anéis, p-S-anéis Schurianos, Grupo abeliano elementar.
[2] Samir Assuena, sassuena@ime.usp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Controle ótimo não linear da mancha-angular no feijoeiro[1]

Michele C.Valentino [2] & Adilson J.V. Brandão [3]

Resumo

A mancha-angular é uma doença causada pelo fungo *Phaeoisariopsis Griseola* que ataca o feijoeiro. Antes da década de oitenta esta doença era de pouca importância econômica, pois só ocorria nos finais dos ciclos da plantação, porém nos últimos anos ela vem ocorrendo mais precocemente e consequentemente seus surtos são mais intensos.

O controlador mais eficiênte para esta doença é a aplicação de fungicida, entretanto o uso indiscriminado deste controlador pode acarretar em: persistência de produtos no meio ambiente, resíduos acima dos limites de tolerância em alimentos, intoxicação dos agricultores, eliminação dos microorganismos responsáveis pela degradação de matéria orgânica e principalmente promover a seleção de fungos resistentes, colocando em risco a eficiência do método. Contudo, surgiu-se a necessidade de se entender e quantificar tais fenômenos, pois estes podem causar prejuízos tanto aos fabricantes de fungicidas, quanto aos agricultores que o utilizam.

Tomamos o modelo retirado de Zotin[4], o qual descreve o crescimento da área lesionada por uma população de fungos que desenvolve resistência com a aplicação de fungicidas. O modelo tem as seguintes hipóteses:

- $N(t) = S(t) + R(t)$ é a área ocupada por fungos sensíveis mais resistentes em cada instante de tempo.
- $S(0) = S_0 > 0$ e $R(0) = R_0 > 0$;
- r é a taxa de infecções;
- α é a taxa de mudança de sensível para resistente;
- β é a concentração do fungicida;
- $u(t)$ é a taxa de aplicação do fungicida, contínua por partes, com $0 \le u(t) \le 1$;
- $dS/dt > 0$ e $dR/dt > 0$.

Temos então

$$\begin{cases} \frac{dN}{dt} = rN(1-N)(1-\beta u) + rR\beta u(1-N), \\ \frac{dR}{dt} = rR(1-N) + \alpha r(N-R)(1-N)(1-\beta u), \\ N(0) = N_0 = S_0 + R_0, 0 \le u(t) \le 1. \end{cases} \tag{1}$$

Inicialmente tomamos $r = constante$, depois fizemos $r = r(t)$ uma função dependendo do tempo, pois como toda doença fúngica, a mancha-angular também depende das condições ambientais. Pudemos então comparar os resultados entre o modelo mais realistico $r = r(t)$ e o modelo com $r = constante$.

O interesse associado a dinâmica (1), foi o de encontrar um controle ótimo $0 \le u(t) \le 1$ que minimize o funcional quadrático,

$$J(u) = N(t_f) + c_1 \int_0^{t_f} u^2(t)dt, \tag{2}$$

ou seja, máximize a produção e minimize o custo e também a quantidade de fungicida usado, pois como já sabemos, o uso indiscriminado do fungicida pode acarretar em resultados negativos no meio ambiente e na saúde humana. É por este fato que tomamos o funcional quadrático, pois o termo u^2 representa a severidade dos efeitos do fungicida no meio ambiente e no homem. Contudo se u for pequeno então teremos uma penitência pequena no meio ambiente e no ser humano, caso contrário os danos serão bem maiores.

A ferramenta usada para a resolução do problema(1)-(2), foi a Teoria de Controle Ótimo, consequentemente o Princípio do Mínimo(Máximo) de Pontryagin, Kamien et al.[3], Faleiros et al.[2].

Encontramos com o apoio do Princípio do Mínimo(Máximo) de Pontryagin o seguine controle ótimo

$$\overline{u}(t) = \begin{cases} 0, & z \le 0 \\ z, & 0 < z < 1 \\ 1, & z \ge 1, \end{cases}$$

sendo que

$$\begin{aligned} z = &\tfrac{1}{2c_1}(\beta\lambda_1 r(t)(1-N)(N-R)) \\ &+\tfrac{1}{2c_1}(\beta\lambda_2 \alpha r(t)(N-R)(1-N)). \end{aligned}$$

Usando os dados de Bassanezzi et al.[1], pudemos encontrar a taxa de infecção para cada instante de tempo, ou seja

$$r(t) = -0.0001(0.0012t^2 - 0.4222t + 39.4)^2$$

---

[1] *Palavras-Chave:* Controle ótimo, mancha-angular, feijoeiro

[2] Centro de Matemática, Computação e Cognição, UFABC, michele.valentino@ufabc.edu.br
[3] Universidade Federal de São Carlos, campos Sorocaba, adilsonvb@ufscar.br

$$+0.0042(0.0012t^2 - 0.4222t + 39.4) + 0.001.$$

Como nosso modelo é não linear, ficou difícil obter explicitamente nosso controle ótimo e também alguns parâmetros do modelo usado. Então fizemos a análise numérica com a ajuda do Matlab, Yang et al.[6]. Logo, pudemos obter uma simulação do nosso controle e também da área final lesionada pelos fungos.

Diferente do que quando tomamos $r = constante$, a área final lesionada mudará dependendo do dia em que a doença for detectada, isso porque nossa taxa de infecção muda para cada dia do ano, pois está relacionada com a temperatura.

Fizemos outras simulações mudando alguns parâmetros do modelo, como por exemplo, mudamos a concentração do fungicida e notamos que a área final lesionada é maior para o fungicida mais concentrado, porém a quantidade de fungicida usado para o controle é menor. Assim esta troca de concentração compensa, pois não estamos somente interessados em minimizar a área final lesionada e o custo, mais também a quantidade de fungicida usado pois este causa impactos negativos no meio ambiente e na saúde humana.

Ainda notamos que o controle só é viável quando a área inicial lesionada é menor que 0.4, ou seja $N(0) < 0.4$.

Referências

[1] R.B. Bassanezi, L. Amorin, A.B. Filho e C.V. Godoy, Análise Comparativa entre a ferrugem e a mancha angular do feijoeiro: efeito da temperatura nos parâmetros monocíclicos, *Fitopatologia brasileira*(1997) 432-436.

[2] A.C. Faleiros e T. Yoneyama, Teoria Matemática de Sistemas, ITA, ARTE&CIÊNCIA, 2002.

[3] M.I. Kamien e N.L.Schwartz, Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management, ELSEVIER SCIENCE, 1981.

[4] R. Zotin, R.C. Bassanezzi e H.M. Yang, Modelos Interespecíficos para Controle Químico de Áreas Foliares Lesionadas por Fungos, *TEMA*(2000) 253-266.

[5] R. Zotin, Controle Ótimo da Aplicação de Fungicidas na Lavoura, Tese de Doutorado, IMECC-Unicamp, 1999.

[6] W.Y. Yang, W. Cao, T.S. Shung e J. Morris, Applied Numerical Methods Using Matlab, WILEY-INTERSCIENCE, pp 263-320

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Treliça minimal de reticulados: Uma abordagem computacional[1]

AGNALDO JOSÉ FERRARI[2] & SUELI I. R. COSTA[3]

Resumo

A estrutura de reticulados vem sendo associada a diversas sub-áreas da Matemática e aplicações, em particular a códigos corretores de erros, e códigos lineares binários determinam reticulados (Construção A) [1] e no sentido inverso reticulados com características especiais são utilizados na construção de códigos. Um problema relevante é a decodificação em reticulados, e muito trabalho tem sido feito na tentativa de reduzir o esforço requerido para decodificar códigos obtidos de reticulados.

Dado um reticulado n-dimensional, uma abordagem eficiente para decodificação consiste em representá-lo por um diagrama de treliça [2], [3] e utilizar métodos baseados no Algoritmo de Viterbi para decodificar na treliça.

O objetivo deste trabalho é construir treliças com um número mínimo de caminhos, pois a complexidade do algoritmo de decodificação está relacionada ao número de caminhos. O problema de encontrar a treliça minimal de um reticulado, de grande complexidade computacional, é equivalente a encontrar o subreticulado ortogonal com menor determinante. Abordamos este problema propondo um algoritmo que analisa um número finito de camadas do reticulado.

Referências

[1] J. H. CONWAY, N. J. A. SLOANE, *Sphere Packings, Lattices and Groups*, Springer-Verlag, New York, 1998.

[2] G. D. FORNEY JR., *Final report on a coding system design for advanced solar missions*, Contract NAS2-3637, NASA Ames Research Center. Moffet Field, CA, Dec 1967.

[3] A.H. BANIHASHEMI AND I.F. BLAKE, *Trellis complexity and minimal trellis of lattices*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol IT-44, n 5, pp. 1829-1847, Sep. 1998.

[1] *Palavras-Chave:* Reticulados, Códigos corretores de erros, Diagrama de treliça, Algoritmo de Viterbi
[2] IMECC-Unicamp, ferrari@ime.unicamp.br
[3] IMECC-Unicamp, sueli@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Tópicos sobre a Variedade das Matrizes Comutantes[1]

Patrícia Borges dos Santos[2] & Marcos Jardim[3]

Resumo

Sejam V e W espaços vetoriais de dimensão n e 1 respectivamente e seja $\mathbb{B} := End(V) \times End(V) \times Hom(W,V)$. A variedade das matrizes comutantes, é formada pelas ternas $(B_1, B_2, I) \in \mathbb{B}$ tais que $[B_1, B_2] = 0$. Tal condição se expressa por um sistema de n^2 equações polinomiais homogêneas e $2n^2$ incógnitas que são as entradas das matrizes B_1 e B_2. Denotaremos a variedade das matrizes comutantes por $\mathcal{C}_2$, ou seja, $\mathcal{C}_2 = \{(B_1, B_2, I) \in \mathbb{B} | \, [B_1, B_2] = 0\}$.
Nosso objetivo é destacar algumas propriedades de $\mathcal{C}_2$, exibir um exemplo de subvariedade quase-afim e irredutível de $\mathcal{C}_2$ e citar alguns resultados parcias da dissertação.

Referências

[1] Nakajima, H., *Lectures on Hilbert schemes of points on surfaces*, Providence: American Mathematical Society, 1999

[2] Hartshorne, R., *Algebraic Geometry*, New York : Springer, c1977

---

[1] *Palavras-Chave:* variedade algébrica, variedade quase-afim, solução estável, variedade irredutível

[2] patricia_1609@yahoo.com.br
[3] jardim@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Sobre a Estrutura dos Domínios Ordens[1]

RAFAEL PEIXOTO [2]

Resumo

Domínios ordens são uma classe de anéis comutativos introduzidos por Høholdt, van Lint e Pellikaan diretamente relacionados com os Codigos Geometricos de Goppa. Um exemplo típico de domínios ordens são os anéis de funções racionais com pólos em um ponto racional de uma curva, munidos de uma função (peso) definida pela valorização associada a este ponto. Neste trabalho, vamos apresentar uma generalização deste conceito e sua conexão com a teoria de valorizações, a qual nos permitirá determinar domínios ordens a partir de variedades algébricas de dimensão arbitrária.

Referências

[1] C. CARVALHO, C. MUNUERA, E. SILVA, F. TORRES, *Nears orders and codes*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 53, issue 5, pp.1919-1924, 2007.

[2] O. GEIL, R. PELLIKAAN, *On the structure of order domains*, Finite Fields and their Applications, vol. 8, pp. 369-396, 2002.

[3] J. LITTLE, *The Ubiquity of Order Domains for the Construction of Error Control Codes* Advances in Mathematics of Communications, vol. 1, n° 1, pp. 151-171, 2007.

[4] T. HØHOLDT, J.H. VAN LINT, R. PELLIKAAN, *Algebraic geometry codes*, in Handbook of Coding Theory, eds. V. Pless and W.C.Huffman, pp.871-961, Elsevier, 1998.

[5] R. MATSUMOTO, *Miura's generalization of one-point ag codes is equivalent to Hoholdt, van Lint and Pellikaan's generalization*, IEICE Trans. Fundamentals, vol.E82-A, no.10, pp.2007-2010, 1999.

[6] M. VAQUIÉ, *Valuations and Local Uniformization*, Advanced Studies in Pure Mathematics, 2008, to appear.

[1] *Palavras-Chave:* domínios ordens, códigos geométricos de Goppa, valorização, variedades algébricas

[2] IMECC-UNICAMP, rpeixoto@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Geometria dos Caminhos em Grupos de Lie *

Luciano Félix † & Pedro Catuogno ‡

Resumo

Neste trabalho estudamos a geometria dos caminhos em grupos de Lie via a exponencial estocástica e o logaritmo estocástico. Apresentamos as construções geométricas do espaço tangente, uma métrica e uma conexão natural aos caminhos em grupos de Lie.

Finalmente apresentamos uma situação em que essa conexão é Levi-Civita e outra que não é.

Referências

[1] Catuogno, P; Ruffino, Paulo R.C. Product of harmonic maps is harmonic: a stochastic approach.*Séminaire de Probabilités XL*, 227-233, Lecture Notes in Math, 1899.*Springer, Berlin*, 2007.

[2] Evans, L.*An Introduction to Stochastic Differential Equations Version 1.2.*
Texto Eletrônico

[3] Karatzas, I; Shreve, S. *Brownian Motion and Stochastic Caulculus.* Springer-Verlag-1988.

[4] Oksendal, B. *An Introduction to Malliavin Calculus with Applications To Economics.* Maio 1997.

[5] Oksendal, B. *Stochastic Differential Equations 5º ed.* Springer-Verlag-2000.

[6] Shigekawa, Ichiro. Differential calculus on a based loop group.*New trends in stochastic analysis (Charingworth,* 1994*),* $375--398$*, World Sci. Publ., River Edge, NJ,*1997.

[7] Ustünel, A.*An Introduction To Analysis On Wiener Space.* Texto Eletrônico em

* *Palavras-Chave:* (Geometria Riemanniana; Análise Estocástica; Geometria Estocástica; Grupos de Lie; Cálculo de Malliavin)

† UNICAMP-IMECC, luvifelix@yahoo.com.br
‡ UNICAMP-IMECC, pedrojc@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Um resultado de imersão entre espaços de interpolação e espaços de Sobolev *

Anderson Luis Albuquerque de Araujo † & José Luiz Boldrini ‡

Resumo

Suponhamos $0 < \alpha < 1$ e $p \geq 2$ satisfazendo $\frac{p-1}{p} < \alpha < 1$. Provaremos um resultado de imersão contínua dos espaços fracionários $X^\alpha = (D((-\Delta + I)^\alpha), \|.\|_{\alpha,p})$ nos espaços de Sobolev $W^{2-2/p}(\Omega)$, onde $\|.\|_{\alpha,p} = \|.\|_{L^p(\Omega)} + \|(-\Delta + I)^\alpha.\|_{L^p(\Omega)}$ é a norma do gráfico e $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ é um domínio limitado.

Para provar este resulado, utilizaremos a teoria de semigrupos analíticos em conjunto com a teoria de regularidade para equações diferenciais parciais parabólicas.

Referências

[1] D. Henry, *Geometric theory of semilinear parabolic equations,* Lecture notes in Mathematics 840, Springer-Verlag,1981.

[2] Cannarsa, P. and Vespri, V., *On maximal L^p regularity for the abstract Cauchy problem,* Boll. Un. Mat. Ital. B (6) 5 (1986), no. 1, 165–175.

[3] Lunardi, A., *Analytic Semigroups and Optimal Regularity in Parabolic Problems,* Birkhäuser, Basel (1995).

[4] Lions, J. L. and Magennes, E., *Problèmes aux limites non homogènes et application II,* Dunod, Paris, 1968.

[5] Garroni, M.G. and Solonnikov, V. A., *On parabolic oblique derivative problem with Holder continuous coeficients,* Comm. in Partial Differential Equations, 9(14), 1323 - 1372(1984).

* *Palavras-Chave:* (até 5 palavras-chave)

† Filiação do Autor 1, anderson@ime.unicamp.br
‡ Filiação do Autor 2, boldrini@ime.unicamp.br

IV Encontro Científico dos Pós Graduandos do IMECC
21 a 25 de setembro de 2009

Derivadas Fracionárias de Funções Contínuas Não-Diferenciáveis. *

Douglas Sant' Anna † & Roberto Venegeroles ‡

Resumo

A idéia de que toda função contínua seria diferenciável em pelo menos algum subconjunto característico de seu domínio teve fim a partir do exemplo de uma função contínua (em todo $\mathbb{R}$) mas não-diferenciável (em todo $\mathbb{R}$), dado por Weierstrass no ano de 1872:

$$W(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^{(s-2)n} \sin(\lambda^n x) \tag{1}$$

onde $\lambda > 1$, $1 < s < 2$ para x real.

Desta forma, $W(x)$ é uma função contínua em toda a reta, porém não diferenciável em todo seu domínio. Por mais de três dácadas, após o exemplo dado por Weierstrass e outros exemplos decorrentes, tais funções eram apenas vistas como patologias servindo apenas como contra-exemplos, sem relevância prática para problemas físicos. Perrin e Mandelbrot foram alguns dos primeiros a trabalhar e incentivar o estudo de tais objetos, obtendo suas aplicações práticas. Como exemplo de tais aplicações, o próprio Mandelbrot em [4] descreveu a natureza ressaltando sua característica "irregular". Perrin percebeu que a trajetória descrita por uma partícula executando movimento browniano era um caminho contínuo e extremamente irregular (não-diferenciável) [1].

Paralelamente, o desenvolvimento do cálculo fracionário, que tem por interesse generalizar as ordens de derivação e integração, trouxe conexões entre a não-diferenciabilidade (clássica) de uma função e a dimensão de seu gráfico. Usamos neste trabalho a definição de Riemann-Liouville (R-L) para derivadas fracionárias:

$$\frac{d^q f(x)}{[d(x-a)]^q} = \frac{1}{\Gamma(1-q)} \frac{d}{dx} \int_a^x \frac{f(y)}{(x-y)^q}\, dy \tag{2}$$

* *Palavras-Chave:* Derivadas Fracionárias, Dimensão Box-Counting, Não-Diferenciabilidade e Continuidade de Hölder.

† Centro de Matemática, Computação e Cognição, UFABC, douglas.santanna@ufabc.edu.br
‡ Centro de Matemática, Computação e Cognição, UFABC, roberto.venegeroles@ufabc.edu.br

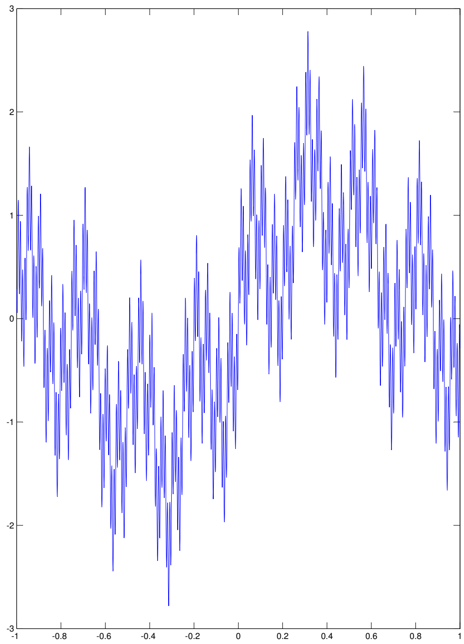

Figura 1: Função de Weierstrass $\lambda = 1.5$ e $s = 1.5$, (Eq.1): Gráfico Fractal

onde $0 < q < 1$, $\frac{d}{dx}$ representa a derivada clássica e $x > a$. E, também:

$$\mathbb{D}^q f(a) = \lim_{x \to a} \frac{d^q(f(x) - f(a))}{[d(x-a)]^q}, \quad 0 < q < 1. \tag{3}$$

Onde $\frac{d^q(f(x)-f(a))}{[d(x-a)]^q}$ denota a derivada fracionária de Riemann-Liouville. Esta ultima definição 3, dada em [3], é conhecida por derivada fracionária local, ou ainda, derivada K-G [1]. Tendo como principal motivação, a análise local de funções não-diferenciáveis, uma vez que a definição de Riemann-Liouville não é adequada pois, por exemplo:

$$\frac{d^{\frac{1}{2}}}{dx^{\frac{1}{2}}} c = \frac{c}{\sqrt{\pi\, x}} \qquad x \neq 0. \tag{4}$$

Isto é, a derivada fracionária de uma constante, além de não ser igual a zero, pode até não existir. Da definição (3), ainda obtemos interessantes propriedades como uma expansão fracionária de Taylor e, ainda, conexões diretas com a dimensão *box-counting* do gráfico da função em questão.

Especialmente, o gráfico de uma função contínua pode ser suficientemente irregular de forma que seu gráfico seja fractal, sendo esta uma característica intrínseca das funções contínuas não-diferenciáveis. Na verdade, muitos fenômenos, quando vistos como funções do tempo, apresentam fractalidade [1]. Este fato tem sido foco de muitas aplicações em diversas áreas como Medicina, Economia, Biologia, Geociências, etc. Como exemplo de uma aplicação interessante, trabalhos recentes que relacionam a fractalidade da frequência cardíaca com a saúde do coração [7].

[1] Devido aos seus criadores: Kolwangar e Gangal

Para realização de nossos interesses, consideramos uma função $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ contínua e é utilizado seu expoente de Hölder α, definido por

$$|f(x) - f(y)| \leq M\, |x - y|^{\alpha} \tag{5}$$

para algum $M \geq 0$, $x, y \in I$. Podemos observar que para $\alpha = 1$ obtemos a condição de Lispchitz e, neste caso, a função é diferenciável (classicamente) em quase todos os pontos de seu domínio. Se $\alpha > 1$, temos que a função deve ser constante. Desta forma, estamos particularmente interessados em funções que possuam um expoente de Hölder α tal que $0 < \alpha < 1$. Assim, o expoente de Hölder é a ponte utilizada intermediar as conexões existentes entre a ordem de diferenciação fracionária $q \in (0, 1)$ (R-L e K-G) e a dimensão *box-counting* que serão apresentadas. Utilizamos a função de Weierstrass 1 como exemplo para aplicação destes resultados, concluíndo assim que a função de Weierstrass é diferenciável fracionariamente para determinadas ordens q relacionadas com seu expoente de Hölder, o qual está diretamente relacionado com a dimensão *box-counting* do gráfico da função.

Neste sentido, temos por interesse discutir resultados que relacionam derivadas fracionárias (Riemann-Liouville) e funções contínuas irregulares (não diferenciáveis ordinariamente), visto que, o cálculo diferencial ordinário não é adequado para tal tarefa e devido, ainda, a indicativos de conexões entre a dimensão do gráfico de uma curva fractal e a ordem de derivação fracionária (e propriedades), tendo este fato inúmeras aplicações. Para tal, assumimos a função de Weierstrass (Eq.1) como um protótipo de função contínua e não-diferenciável (FCND), utilizando as técnicas e resultados da diferenciabilidade fracionária e propriedades específicas da função como, por exemplo, seu expoente de Hölder com o intuito de obter informações locais e, também de garantir a existência das derivadas fracionárias de ordem q a ser especificada.

Referências

[1] K. Falconer, *Fractal Geometry of Nature*, John Wiley and Sons Ltd. Chinchester, 1990.

[2] G.H Hardy, *Weierstrass's non differentiable function*, Trans.Amer.Math.Soc. (1916), 301-325.

[3] K. M. Kolwankar, *Study of Fractal Structures and Processes Using Methods of Fractional Calculus*, Doctoral Thesis, University of Pune, 1997.

[4] B.B Mandelbrot, *Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman and Company, New York, 1977.

[5] K. S. Miller and B. Ross, *An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*, John Wiley, New York, 1993.

[6] K. B. Oldham and J. Spanier, *The Fractional Calculus*, Academic Press, New York, 1974.

[7] B. A. Cipra, *A Healthy Heart is a Fractal Heart*, *SIAM*, Vol.36, N.7 (2003)