EXERCÍCIOS DA AULA DO DIA 17/01
MM 425 - VERÃO 2019

(1) Considere $T : (c_{00}, \|\cdot\|_\infty) \to (c_{00}, \|\cdot\|_\infty)$ definida por
$$T((x_n)_n) = \left(x_1, \frac{x_2}{2}, \ldots, \frac{x_n}{n}, \ldots\right).$$
Mostre que T é linear, contínua e bijetora e que T^{-1} não é contínua. Explique porque isso não contradiz o Teorema da Aplicação Aberta.

(2) Sejam X e Y espaços vetoriais normados e $T : X \to Y$. Suponha que existe $c > 0$ tal que $\|T(x)\| \leq c\|x\|$ para todo $x \in X$. Mostre que existe a inversa T^{-1} de T e que T^{-1} é contínua.

(3) Sejam X um espaço vetorial normado e M e N subespaços vetoriais fechados de X. Mostre que se $M \neq N$ então $M^\perp \neq N^\perp$.

(4) Sejam X um espaço de Banach, M um subespaço próprio de X e $T : M \to l_\infty$ uma aplicação linear contínua. Prove que existe uma aplicação linear contínua $S : X \to l_\infty$ que estende T e tal que $\|S\|_{B(X,l_\infty)} = \|T\|_{B(M,l_\infty)}$.