MA 311
1S 2016
Teste 4
06/05/2016
Tempo Limite: 60 minutos

Nome: ____________________
RA: ____________________

Professora Anne Bronzi
PED: Charles Almeida

Este teste possui 6 páginas (incluindo a capa) e 4 problemas. Veja se o teste tem todas as páginas e preencha todas as informações a caneta. Coloque suas iniciais no topo de TODAS as páginas.

Você não pode usar nenhum material de consulta durante a prova, incluindo qualquer tipo de equipamento eletrônico.

Você deve mostrar a resolução completa de cada questão, de modo que as seguintes regras se aplicam:

- **Se você usar um teorema, deve enunciá-lo, e explicar porque pode ser usado.**
- **Organize seu trabalho**, usando o espaço fornecido para a solução de forma coerente. Trabalhos espalhados por todas as partes da folha sem uma ordem clara poderão ser penalizados.
- **Soluções sem justificativas não serão consideradas**. Podem ser atribuídos pontos parciais a cada questão, mesmo que a solução não seja completa.
- Se você precisar de mais espaço, use a parte de trás da folha, indicando explícitamente quando fizer isso.

Não escreva na tabela ao lado.

Questão	Ponto	Nota
1	2,0	
2	3,0	
3	5,0	
4	2,0	
Total	12,0	

1. (2,0) Encontre a solução geral da seguinte equação diferencial

$$y^{(4)} - 2y^{(2)} + y = x.$$

2. (3,0) Seja $L(y) = y'' + ay' + by$, onde a e b são constantes. Seja f uma solução do problema de valor inicial

$$\begin{cases} L(y) = 0 \\ y(0) = 0, \ y'(0) = 1. \end{cases}$$

Seja R uma função contínua. Prove que a função

$$g(x) = \int_c^x f(x-t)R(t)dt$$

é solução da equação $L(y) = R$ para qualquer $c \in \mathbb{R}$.

3. (5,0) Considere a seguinte equação diferencial

$$y'' + \frac{2}{x}y' - \frac{2}{x^2}y = 0, \tag{1}$$

no intervalo $(0, +\infty)$.

(a) Prove que $y_1(x) = \frac{1}{x^2}$ é solução da equação (1) no intervalo $(0, +\infty)$.

(b) Encontre outra solução y_2 de (1) tal que y_1 e y_2 sejam linearmente independentes (**Use a questão 4**).

(c) Encontre a solução geral da equação não-homogênea

$$y'' + \frac{2}{x}y' - \frac{2}{x^2}y = \frac{1}{x}, \tag{2}$$

no intervalo $(0, +\infty)$.

4. (2,0) Considere a seguinte equação diferencial em um intervalo J,

$$y'' + P_1 y' + P_2 y = 0, \tag{3}$$

onde P_1 e P_2 são funções contínuas em J. Seja y_1 uma solução de (3) que nunca se anula em J. O objetivo deste exercício é encontrar uma solução y_2 de (3) linearmente independente de y_1.

(a) Suponha que $y_2 = y_1 u$ é solução da equação (3) em J. Substitua y_2 na equação e encontre que

$$u(x) = \int_c^x \frac{Q(t)}{y_1(t)^2} dt, \ x \in J,$$

onde $Q(x) = e^{-\int P_1(x)dx}$ e $c \in J$. Conclua que $y_2 = y_1 u$ é solução da equação (3) em J.

(b) Prove que y_1 e y_2 são linearmente independentes.

Rascunho